



---

# **Tema 4:**

# **Proyecciones cartográficas y sistemas GIS**



### 4.1. Modelado matemático de la superficie terrestre: El geoide.

**Geodesia:** ciencia que estudia la forma y las dimensiones de la Tierra

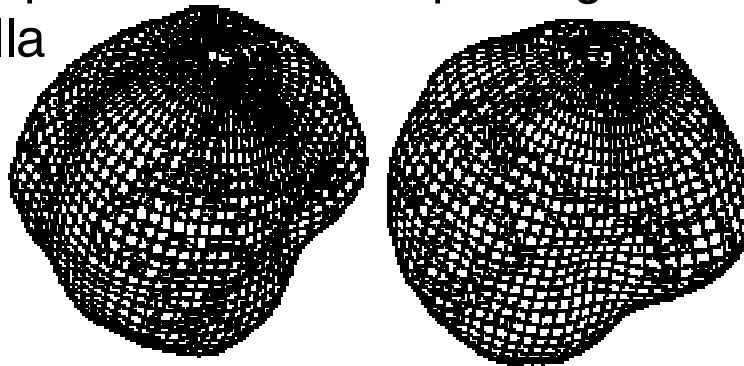
**Breve historia:**

- Piágoras (550 AC) es el primero en admitir la esfericidad de la Tierra
- Aristóteles (384 AC) ve la sombra de la Tierra sobre la Luna (eclipses)
- Eratóstenes (250 AC) primero en medir el radio de curvatura de la Tierra, estimando la longitud de la circunferencia en 40.000 Km
- ~ 1600: medida de distancias mediante triangulación
- Picard (1670 DC) invención del anteojo de retícula => mejora la precisión
- Newton: Tierra es un fluido que gira sobre sí mismo => forma elipsoidal

### 4.1. Modelado matemático de la superficie terrestre: El geode.

#### El geode:

- El **geode** es una superficie sobre la que la gravedad es constante y  $\vec{g}$  es perpendicular a ella



Vista del Geoide con las deformaciones exageradas [Gei87]

- Si la distribución de masas fuera uniforme el geode sería un elipsoide de revolución centrado en el centro de masas
- El geode es muy difícil de modelar: se aproxima por un elipsoide con un error máximo de unos  $\pm 100$  m.



- Algunos **elipsoides internacionales**

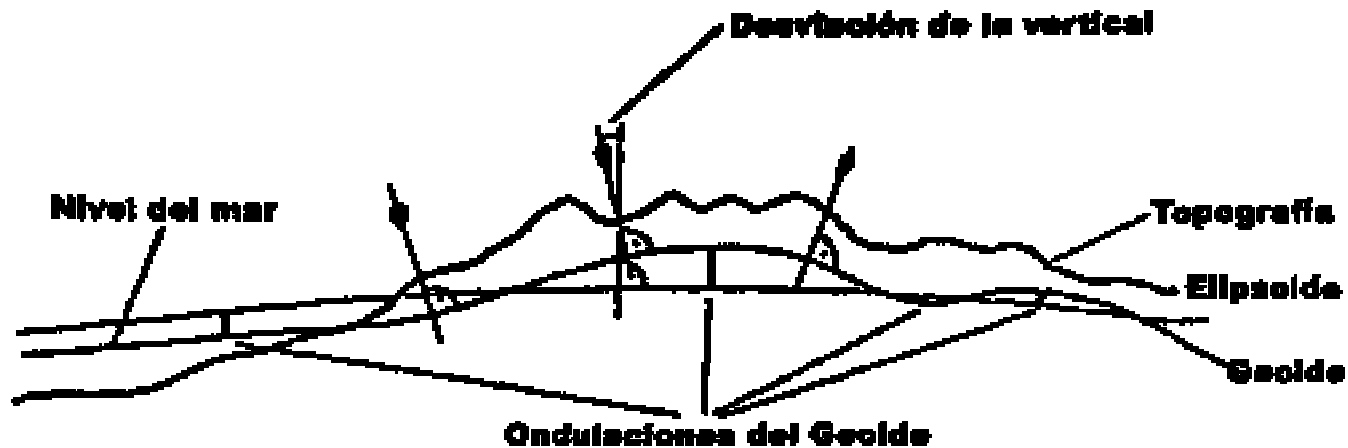
<b>Elipsoide</b>	<b>Semieje mayor (a)</b>	<b>Semieje menor (b)</b>
Struve <sup>(1)</sup>	6.378.298,300 m	6.356.657,142 m
Hayford (1909) <sup>(2)</sup>	6.378.388,000 m	6.356.090,900 m
WGS-66	6.378.145,000 m	6.356.759,800 m
WGS-72	6.378.135,000 m	6.356.750,500 m
WGS-84 <sup>(3)</sup>	6.378.137,000 m	6.356.752,314 m

(1) Antigua red geodésica española

(2) Elipsoide internacional de referencia desde 1924

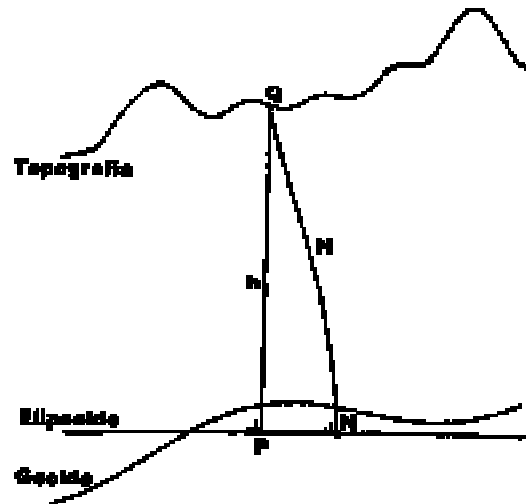
(3) Utilizado en GPS

- Superficie topográfica, Geoide y elipsoide:



Las tres superficies: topografía, Geoide y elipsoide [Sch93]

- Alturas elipsoidales y geoidales respecto a la elevación del terreno

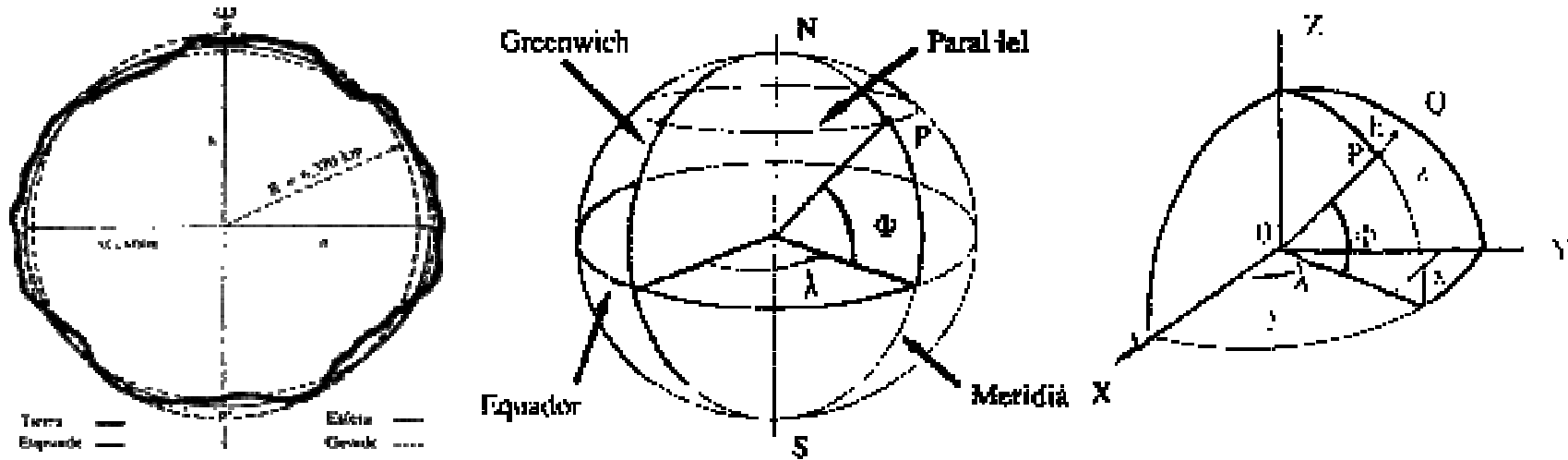


$h$ : altura elipsoidal  
 $H$ : altura ortométrica  
 $N$ : altura geoidal  
 $h \sim H + N$

- Modelos digitales de elevación del terreno (DEM) normalmente referidos al geoide. Significado físico: altura sobre el nivel del mar, mares y lagos aparecen con niveles horizontales.
- GPS: referido al elipsoide WGS-84 => no se corresponden las coordenadas

## 4.2. El elipsoide como modelo de referencia: Elipsoides globales y locales

- Las coordenadas cartográficas longitud ( $\lambda$ ) y latitud ( $\phi$ ) están definidas sobre el elipsoide de referencia.





## Proyecciones cartográficas y sistemas GIS

- Fórmulas de conversión:

$$X = (v + h) \cos \varphi \cos \lambda \qquad \varphi = \arctg \left( \frac{z + e'^2 b \sin^3 \theta}{s - e^2 a \cos^3 \theta} \right)$$

$$Y = (v + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \arctg \left( \frac{Y}{X} \right)$$

$$Z = (v (1 - e^2) + h) \sin \varphi \qquad h = \frac{s}{\cos \varphi} - v \quad (\text{altura elipsoidal})$$

Donde:

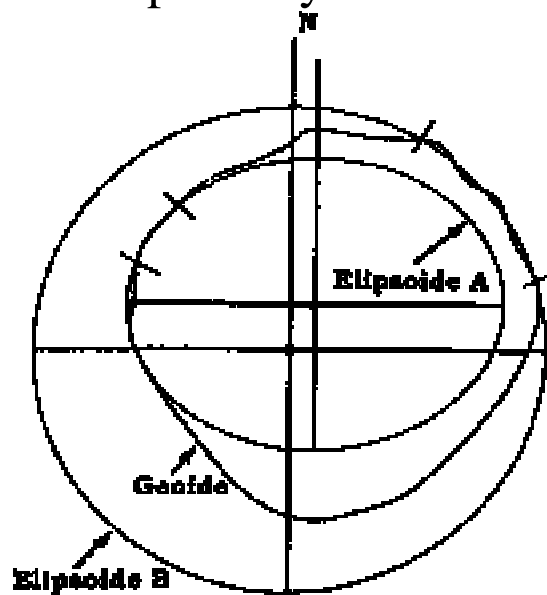
$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (\text{primera excentricidad}) \qquad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (\text{segunda excentricidad})$$

$$v = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{radio de curvatura})$$

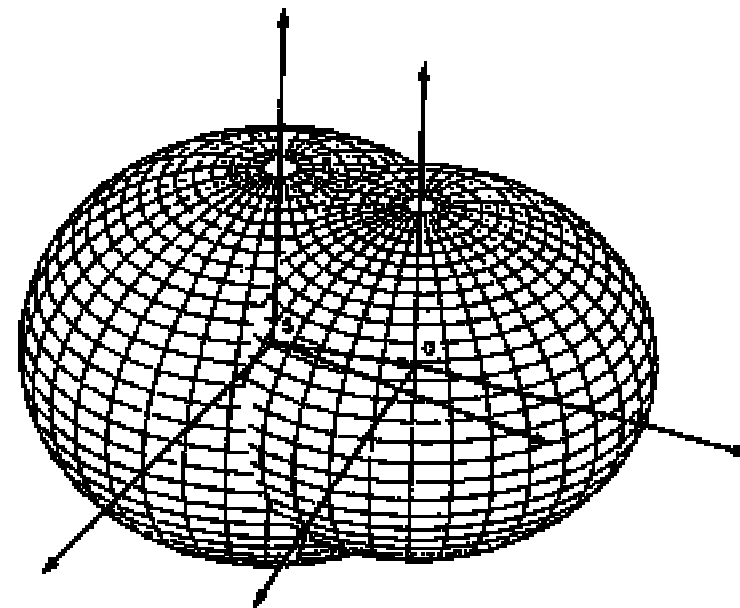
$$s = \sqrt{X^2 + Y^2} \qquad \theta = \arctg \left( \frac{Z}{s} \frac{a}{b} \right)$$



- A pequeña escala, los elipsoides globales no acaban de ser una buena aproximación del Geoide
- Cada país adopta un **elipsoide local** (DATUM) que minimiza las desviaciones entre el elipsoide y el Geoide



El Geoide y 2 elipsoides diferentes



Posición de un elipsoide de referencia respecto al elipsoide de la Tierra



## Proyecciones cartográficas y sistemas GIS

- La definición de un **DATUM** requiere 7 parámetros:
  - a, b: semiejes mayor y menor ( o semieje mayor a y achatamiento  $\alpha=(a-b)/a$  )
  - $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ : centro del elipsoide local respecto del centro de masas de la Tierra
  - $\beta$ ,  $\gamma$ : giros para colocar el eje del elipsoide paralelo al de rotación terrestre
- Además del mapa o DEM hay que saber qué datum se ha usado.
- Existen **datums para continentes**:
  - Europa: ED50, ED79
  - USA: NAD27, NAD83

Parámetro	WGS 84 -> ED 50	ED 50 -> WGS 84
$\Delta x$ (m)	137,5808	-137,58190
$\Delta y$ (m)	67,73973	-67,74147
$\Delta z$ (m)	168,457878	-168,45980
m	$-1,141043 \cdot 10^{-5}$	$1,1410562 \cdot 10^{-5}$
$\alpha$ (rad)	$10^{-12}$	$-10^{-12}$
$\beta$ (rad)	$10^{-12}$	$-10^{-12}$
$\gamma$ (rad)	$-7.012451 \cdot 10^{-6}$	$-7,012451 \cdot 10^{-12}$



## Proyecciones cartográficas y sistemas GIS

- **Transformaciones de datums** (transformaciones de Bursa-Wolf o de Helmert)

$$\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + (1+m) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 parámetro    matriz de  
 de escala    rotación

$$a_{11} = \cos \beta \cos \gamma$$

$$a_{21} = -\cos \beta \sin \gamma$$

$$a_{31} = \sin \beta$$

$$a_{12} = \cos \beta \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$$

$$a_{22} = \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

$$a_{32} = -\sin \alpha \cos \beta$$

$$a_{13} = \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma$$

$$a_{23} = \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

$$a_{33} = \cos \alpha \cos \beta$$

## 4.3. Proyecciones cartográficas

- Las **proyecciones/desarrollos** se pueden hacer sobre:

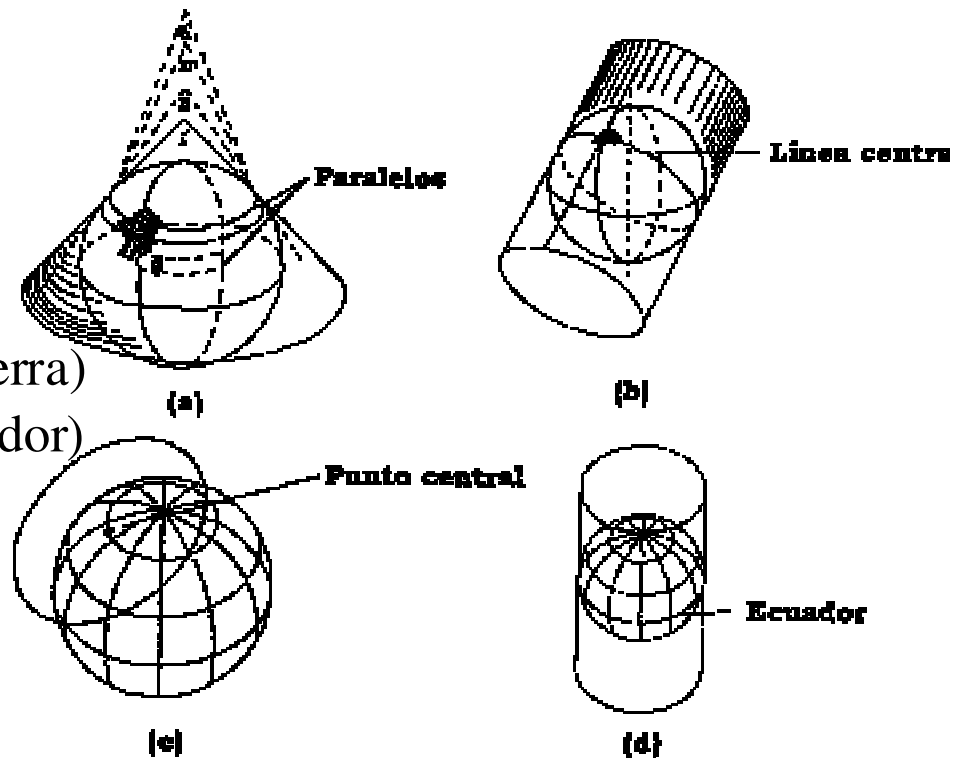
- un **plano** (proyecciones o perspectivas)
- un **cono** (desarrollos)
- un **cilindro** (desarrollos)

- Se llamarán:

- **ecuatoriales** o directas (eje  $\parallel$  eje rot Tierra)
- **meridianos** o transversales (eje  $\perp$  ecuador)
- **horizontales** o oblicuos

- Se llamarán:

- **conformes**: conservan ángulos
- **aflácticas**: conservan distancias
- **equivalentes**: conservan superficies





## Proyecciones o perspectivas:

el plano puede ser tangente a la superficie, pasar por el centro de la esfera o a cualquier punto interior o exterior de la misma

$$x = \frac{(D + 1) \cos \varphi \sin \Delta\lambda}{D + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta\lambda}$$

$\varphi_0, \lambda_0$  Vértice de proyección

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

$$y = \frac{(D + 1) (\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)}{D + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos \Delta\lambda}$$

D distancia del centro de la Tierra al vértice de proyección normalizada a  $R_T$

↓  
Coordenadas proyección

**Escenográfica:** el vértice de proyección está fuera de la esfera a una distancia finita

Tipo proyección	Ecuatorial	Meridiana	Horizontal
<b>Gnomónica</b>	$\varphi_0 = 90^\circ$ $D = 0$	$\varphi_0 = 0^\circ$ $D = 0$	$\varphi_0 \neq 0^\circ, 90^\circ$ $D = 0$
<b>Estereográfica</b>	$\varphi_0 = 90^\circ$ $D = 1$	$\varphi_0 = 0^\circ$ $D = 1$	$\varphi_0 \neq 0^\circ, 90^\circ$ $D = 1$
<b>Ortográfica</b>	$\varphi_0 = 90^\circ$ $D = \infty$	$\varphi_0 = 90^\circ$ $D = \infty$	$\varphi_0 \neq 0^\circ, 90^\circ$ $D = \infty$



### Desarrollos cónicos conformes de Lambert

$$x = r_e \operatorname{tg}^n\left(\frac{\xi}{2}\right) \sin(n\lambda)$$

$$y = r_0 - r_e \operatorname{tg}^n\left(\frac{\xi}{2}\right) \cos(n\lambda)$$

$$n = \sin \varphi_0$$

$$\xi = 90^\circ - \varphi$$

$$r_0 = \cot \varphi_0$$

$$r_e = r_0 \left[ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2}\right) \left( \frac{1 + e \cos(\pi/2 - \varphi_0)}{1 - e \cos(\pi/2 - \varphi_0)} \right)^{e/2} \right]^{-n}$$



### Desarrollos cilíndricos (i):

**Equivalente de Lambert:** (zonas próximas ecuador)

$$x = \lambda$$

$$y = \sin \varphi$$

**Con meridianos automecóicos:** ( $|\lambda| \leq 60^\circ$ )

$$x = \lambda$$

$$y = \varphi$$

**Conforme (carta de Mercator):**

$$x = \lambda$$

$$y = \ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{e/2} \right]$$

**Transverso conforme de Gauss:** (OK países alargados N-S)

$$x = \ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{H}{2} \right) \right]; \quad \operatorname{tg} Z = \operatorname{tg} \varphi \sec \lambda$$

$$y = Z; \quad \sin H = \sin \lambda \cos \varphi$$

(H,Z) coordenadas de Cassini-Soldner

### Desarrollos cilíndricos (ii): Universal Transversa Mercator (UTM):

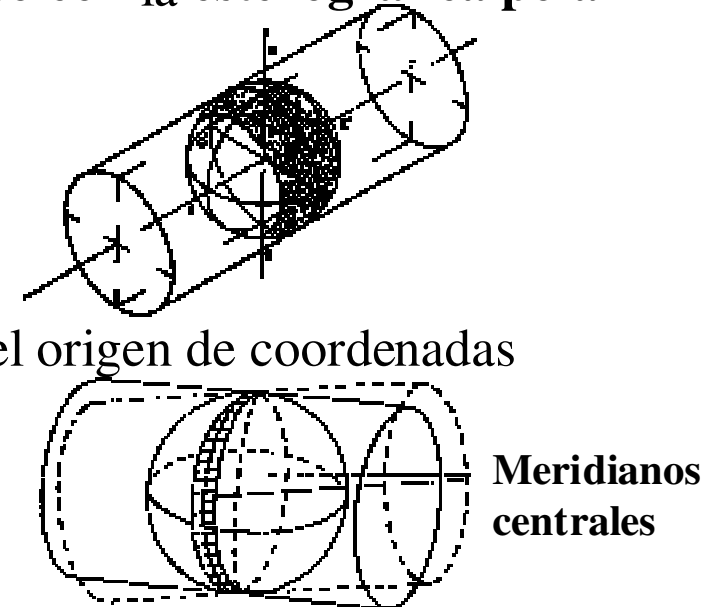
- La más **recomendable** (de  $+84^{\circ}$  N a  $-80^{\circ}$  S) **junto con la estereográfica polar**

- **Propiedades:**

- Conforme
- Meridiano central es automecoico
- Ecuador y meridiano central: su intersección es el origen de coordenadas
- $(x,y)$  en metros: OK medir distancias
- 60 husos de  $6^{\circ}$ :

España ocupa del husos 28, 29, 30 y 31

El meridiano de Greenwich está entre los husos 30 y 31







## Desarrollos cilíndricos (iii):

## Universal Transversa Mercator (UTM): fórmulas aproximadas

$$X = \xi v \left( 1 + \frac{\zeta}{3} \right) + 500.000$$

$$Y = \eta v (1 + \zeta) + B_\phi$$

$$\xi = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+A}{1-A} \right); \quad A = \cos \phi \sin \Delta \lambda$$

$$\eta = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \phi}{\cos \Delta \lambda} \right) - \phi$$

$$c = \frac{a}{\sqrt{1-e}}$$

$$v = \frac{c}{1+e^2 \cos^2 \phi} \cdot 0.9996$$

$$\zeta = \frac{e^2}{2} \xi^2 \cos^2 \phi$$

$$A_1 = \sin 2\phi$$

$$A_2 = A_1 \cos^2 \phi$$

$$J_2 = \phi + \frac{A_1}{2}$$

$$J_4 = \frac{3J_2 + A_2}{4}$$

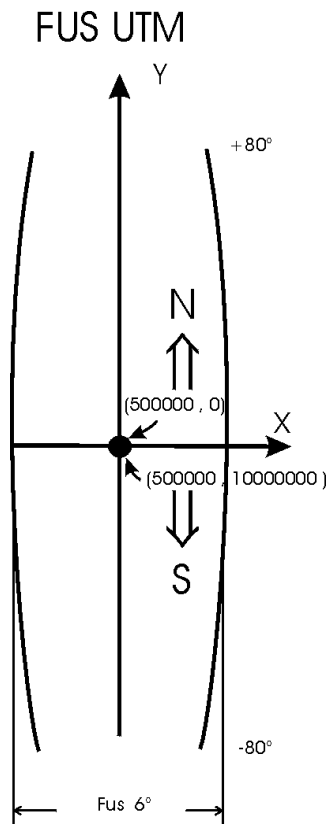
$$J_6 = \frac{5J_4 + A_2 \cos^2 \phi}{3}$$

$$\alpha = \frac{3}{4} e^2$$

$$\beta = \frac{5}{3} \alpha^2$$

$$\gamma = \frac{35}{27} \alpha^3$$

$$B_\phi = 0.996 c (\phi - \alpha J_2 + \beta J_4 - \gamma J_6)$$



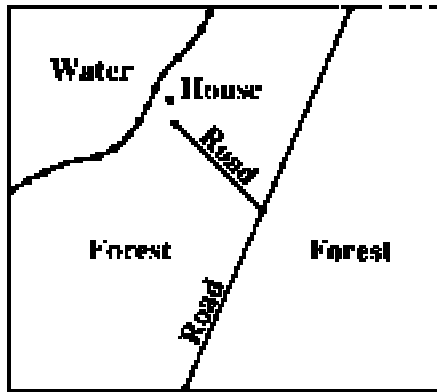
(Precisión del orden de cm si se trabaja con 8 cifras decimales)



### 4.4. Sistemas de Información Geográfica GIS

- **GIS:** conjunto de herramientas de procesado y bases de datos utilizadas para analizar la información espacial
- **Datos utilizados:**
  - mapas topográficos, demográficos...
  - mapas y datos de ocupación del suelo
  - mapas y datos geológicos, geofísicos, biogeográficos...
  - mapas y datos de transporte
  - mapas y datos meteorológicos y climáticos
- >- **imágenes de satélite**, etc
- => transferir información espacial a formato de coordenadas comunes + remuestrear los datos para acceder y procesar la información de una misma posición
  - cambios de coordenadas
  - puntos de control
  - remuestreo: emborronamiento de las firmas espectrales => 1º correc. radiométricas  
2º correc. geométricas

## Formato de los datos GIS:



Vector format

			F	F	F	F	R	F	F
			F	F	F	R	R	F	F
		H	F	F	F	R	F	F	F
		F	R	R	F	F	R	F	F
	F	F	F	R	R	R	F	F	F
F	F	F	F	F	F	R	R	F	F
F	F	F	F	F	F	F	R	F	F
F	F	F	F	F	F	R	R	F	F
F	F	F	F	F	F	R	F	F	F
F	F	F	F	F	F	R	F	F	F

Raster format

## Maneras de entrar datos en un GIS:

### • Generadas:

- COordinate GeOmetry (COGO)
- tableta digitalizadora
- digitalización en pantalla
- fotogrametría
- >- **teledetección + procesamiento de imagen**
- escáner (raster)
- vectorización de datos:  
manual, automática o asistida

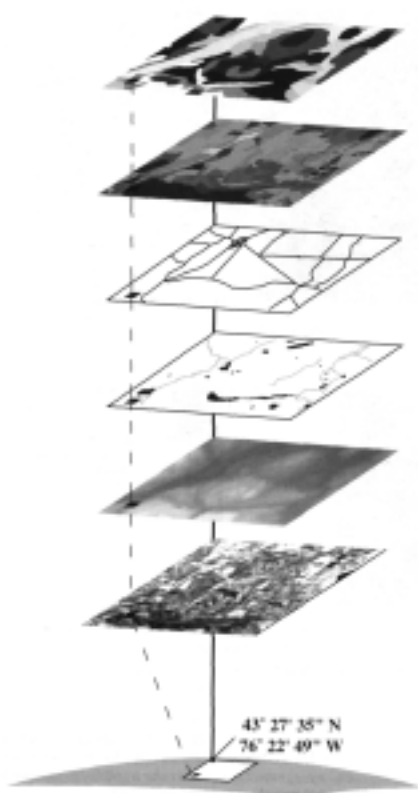
### • Importadas:

- bases de datos (conversión formatos)
- cambio estructura de datos

## Fuentes de error:

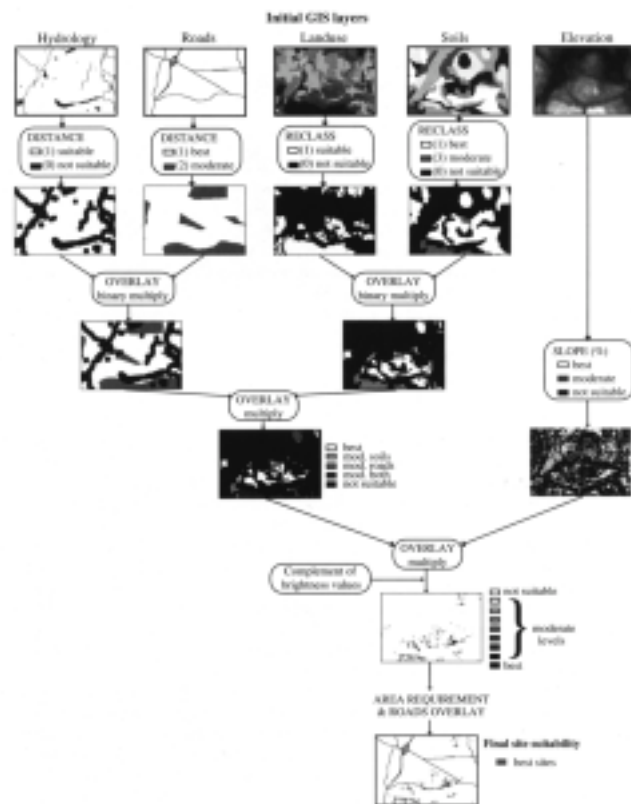
- modelización, entrada de datos, estructura y gestión de datos, análisis y/o presentación

- Capas de una base de datos GIS



Source	Features	Code
Soils map		
Land use map	Landuse Water features	Agriculture = 1 Streams = 2 Extractive industry = 3 Forest = 4 Wetlands = 5
Road map		
Hydrology map	USGS quadrangle Digitized manually	Roads = 1 Other = 0
Elevation map	Soil conservation service Digital soils maps	Type A = 1 Type B = 2
Monochrome image	USGS digital terrain Elevation data	1 m = 1 3 m = 2 9 m = 3

- Pasos para encontrar los lugares que satisfacen una serie de criterios



Feature	Criteria
Water	Site must be : > 500 feet from any water feature
Roads	Best suitability : < 2000 feet from a road Moderate suitability : > 2000 feet from a road
Landuse	Sites must be located on either: Agriculture Forest Extractive industry
Soils	Soil associations Best suitability : 1, 3, 6, 11, 12 Moderate soil : 7, 22, 35, 45 Not suitable : all others
Slope	Best suitability : 0% - 10% Moderate suit. : 10% - 13% Not suitable : > 13%