FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA

La funció de transferència d'un sistema en el qual entrada i sortida estiguin relacionades mitjançant una equació diferencial lineal invariant en el temps, es defineix com la relació entre la transformada de Laplace de la sortida i la transformada de Laplace de l'entrada, suposant condicions inicials nul.les.

Cas general:

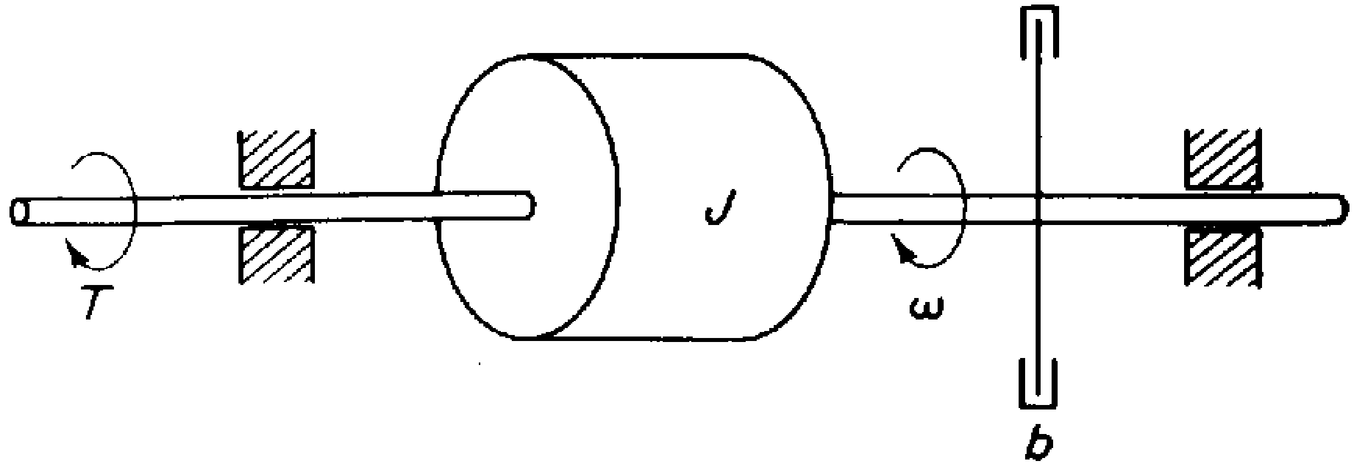
$$a_0 \overset{(n)}{y} + a_1 \overset{(n-1)}{y} + \cdots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y$$

$$= b_0 \overset{(m)}{x} + b_1 \overset{(m-1)}{x} + \cdots + b_{m-1}\dot{x} + b_m x \qquad (n \geq m)$$

Funció de transferència (*fdt*): Comentaris

- La *fdt* és un model matemàtic que relaciona la variable de sortida amb la variable d'entrada.
- La sortida, en el domini s, es troba multiplicant la *fdt* per l'entrada.
- La *fdt* és una propietat intrínseca del sistema, i independent de la magnitud o naturalesa de l'entrada.
- La *fdt* inclou les unitats necessàries per relacionar l'entrada amb la sortida; tot i això, no dóna informació sobre l'estructura física del sistema.
- Si es coneix la *fdt* d'un sistema, es pot estudiar la sortida o resposta per diverses formes d'entrada amb l'objetiu de conèixer millor el sistema.
- Si no es coneix la *fdt* d'un sistema es pot determinar experimentalment introduint entrades conegudes i estudiant la resposta (comentari sobre les pràctiques).

Funció de transferència: exemple



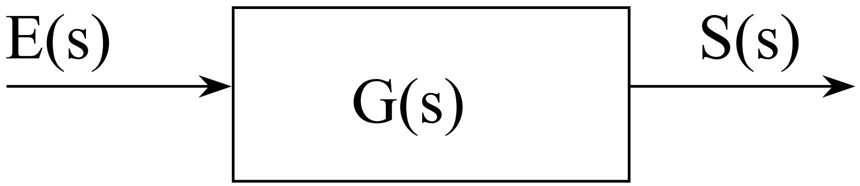
$$J\alpha = \sum T$$

J = moment d'inercia, kg-m^2
b = coef. de fricció viscosa, N-m/rad/s
w = velocitat angular, rad/s
T = parell, N-m

$$J\dot{\omega} = -b\omega + T$$

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + b}$$

DIAGRAMA DE BLOCS



Funció de transferència

$$S(s) = E(s)G(s)$$

$$G(s) = S(s) / E(s)$$

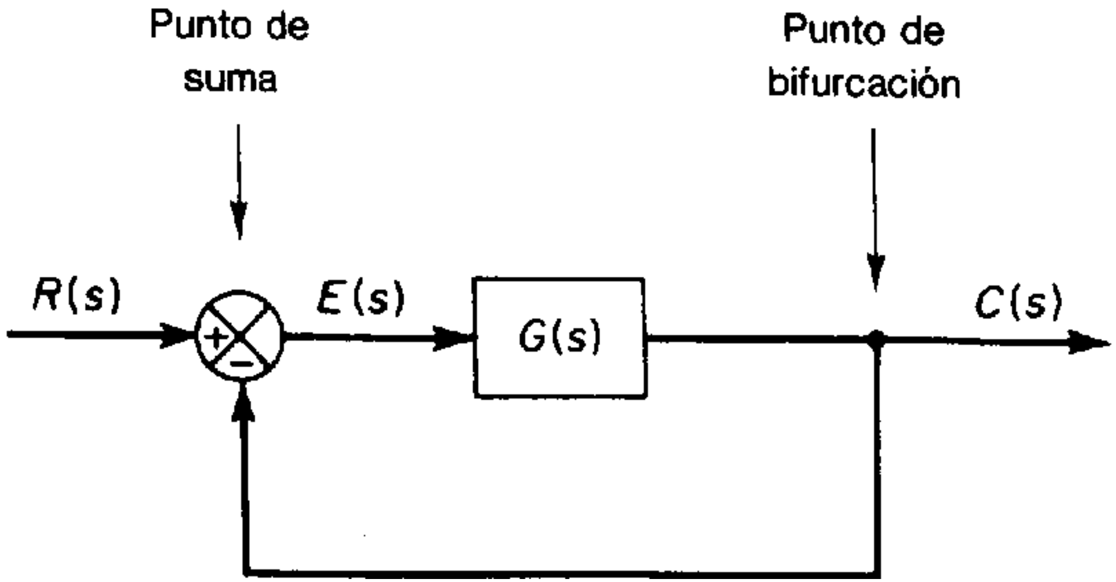
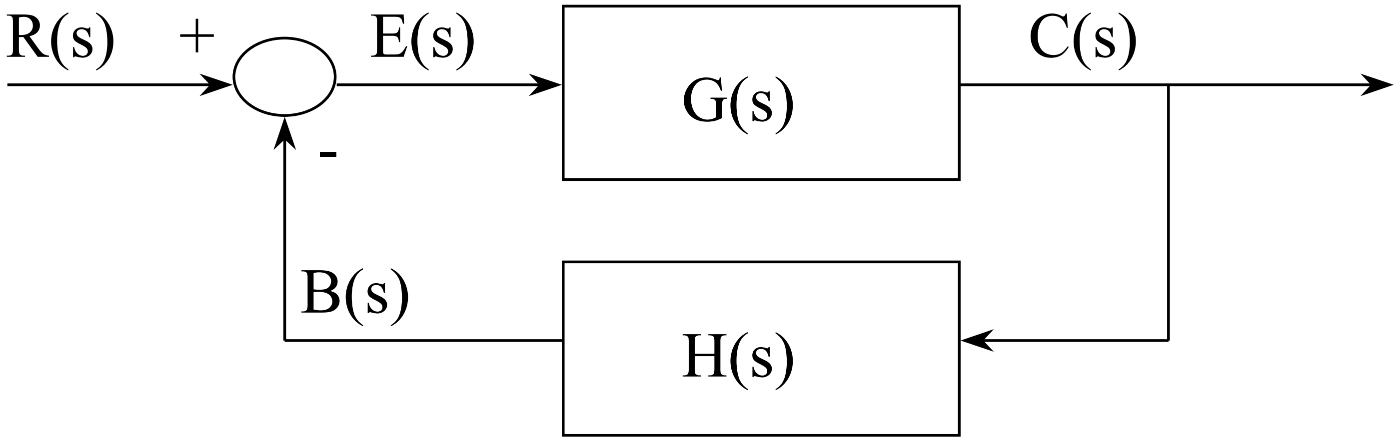


Diagrama de blocs d’un sistema a llaç tancat i amb realimentació unitària.

Diagrama de blocs: *fdt* a llaç tancat

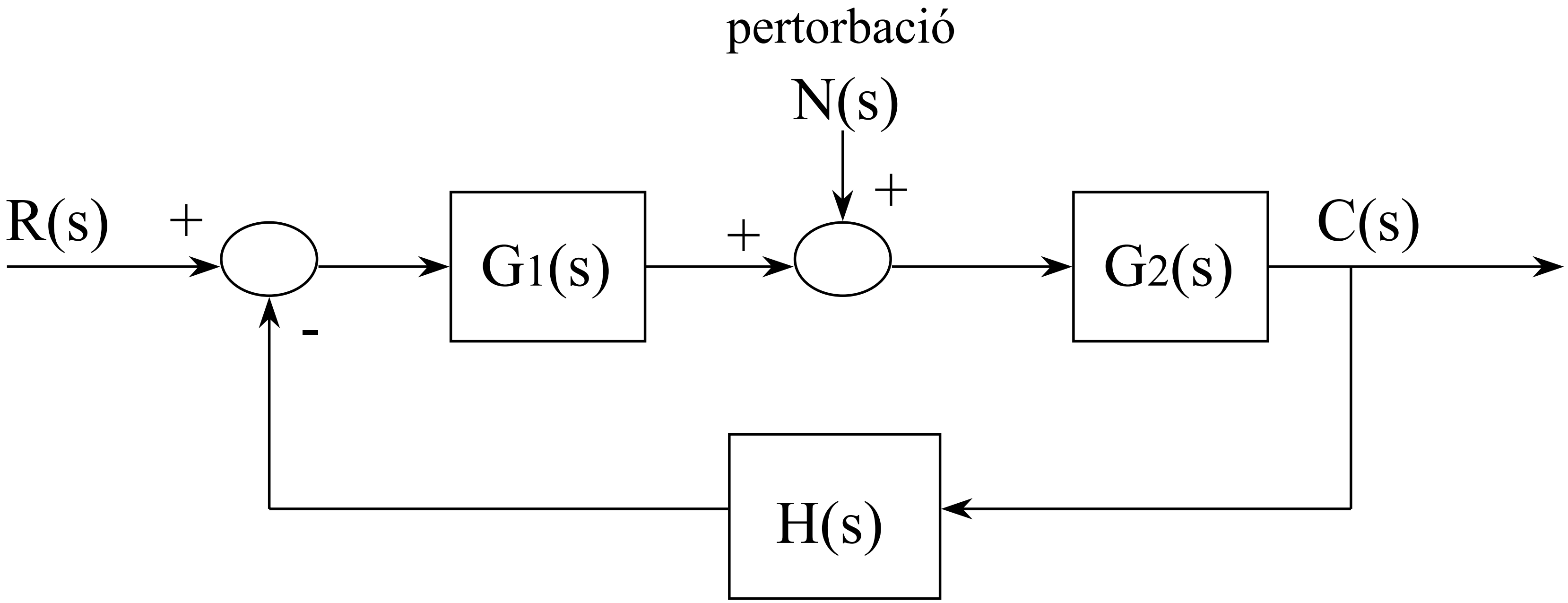


$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)\,H(s)}$$

veure demostració

fdt directa: C(s)/E(s)= G(s)
fdt a llaç obert: B(s)/E(s)=G(s)H(s)

Diagrama de blocs: sistema sotmès a una pertorbació

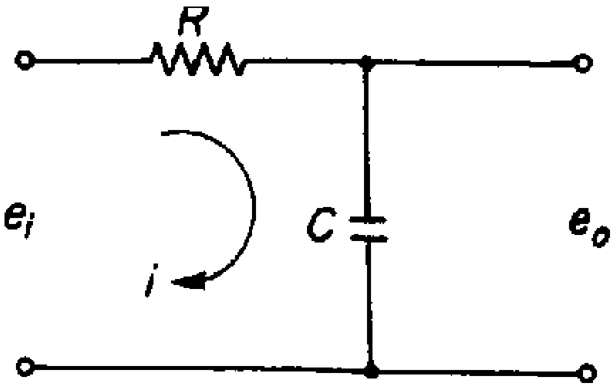


- Sistema lineal: la resposta C(s) és la suma de la resposta individual de cadascuna de les entrades.
- Si $|G_1(s)\,H(s)| >> 1$ i $|G_1(s)G_2(s)H(s)| >> 1$, es redueix l'efecte de la pertorbació i a més la resposta és insensible a les variacions de $G_1(s)$ y $G_2(s)$.

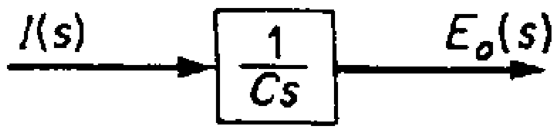
Diagrama de blocs: construcció

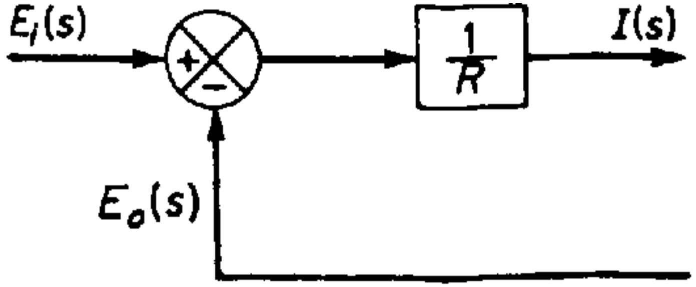
$$i = \frac{e_i - e_o}{R}$$

$$e_o = \frac{\int i\,dt}{C}$$



(a)





(b)

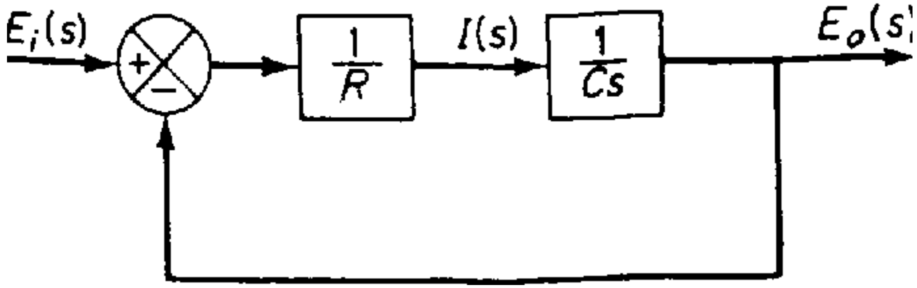


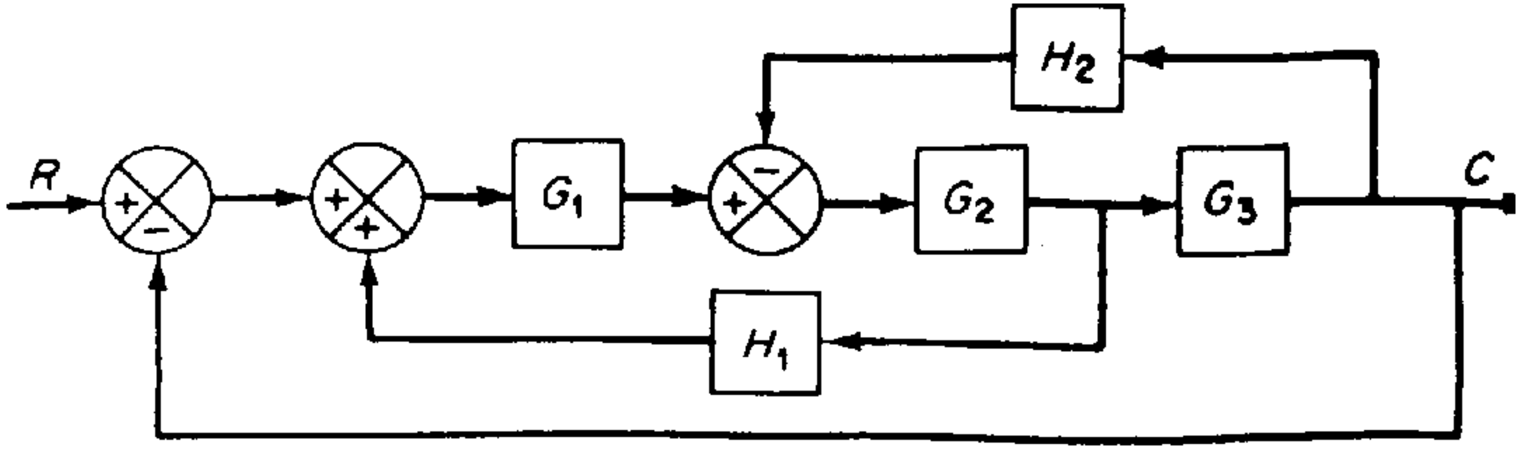
Diagrama de blocs: reducció

Per simplificar un diagrama s'utilitzen les *regles* de l'àlgebra de blocs:

1. Connexió de blocs en sèrie (en cascada): multiplicació
2. Connexió de blocs en paral.lel: suma
3. Eliminar bucles de realimentació (negativa o positiva)
4. Eliminació del bloc de realimentació H(s): retorn unitari
5. Commutativitat d'elements
6. Etc. (veure taula)
7.
8.
9.
10.

Diagrama de blocs: exemple de reducció

(a)



(b)

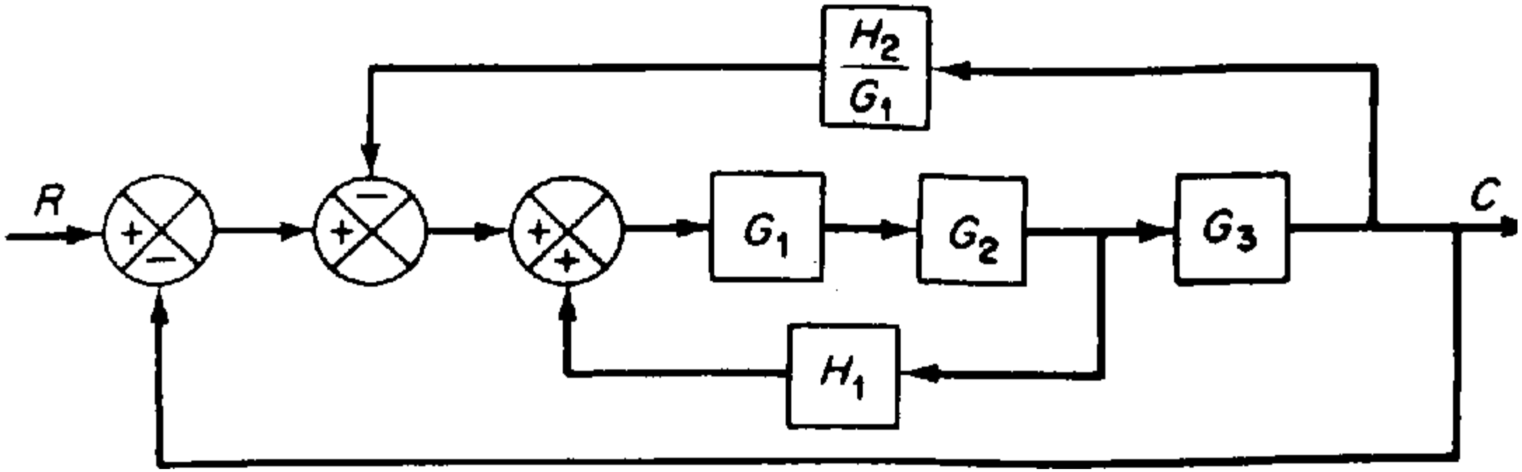
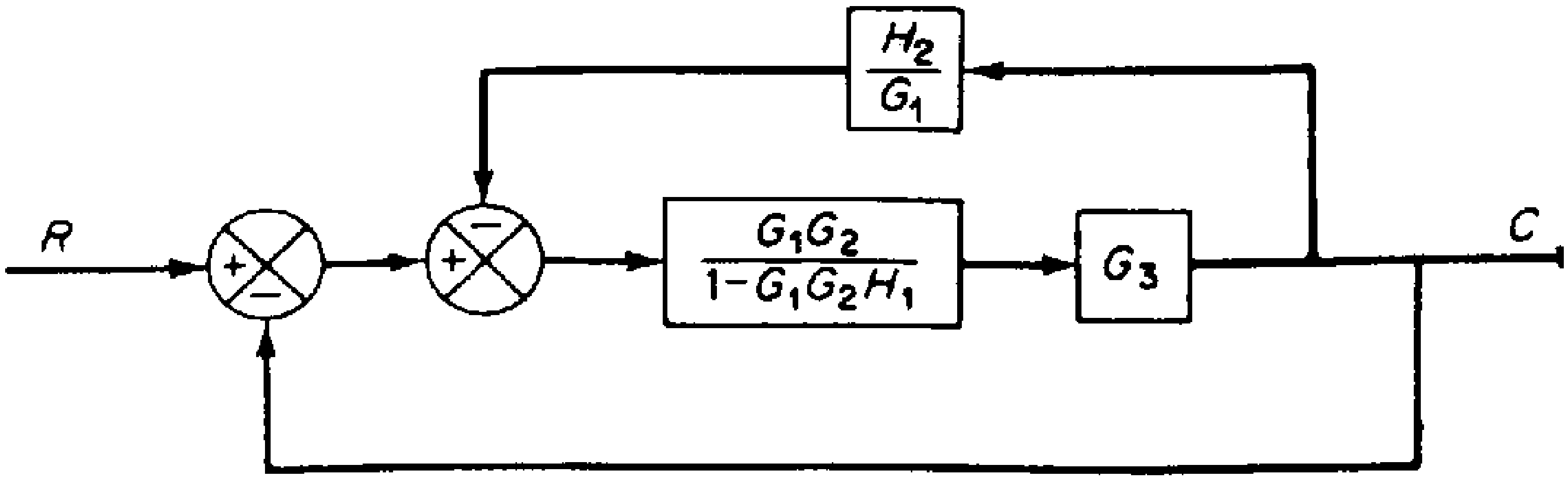
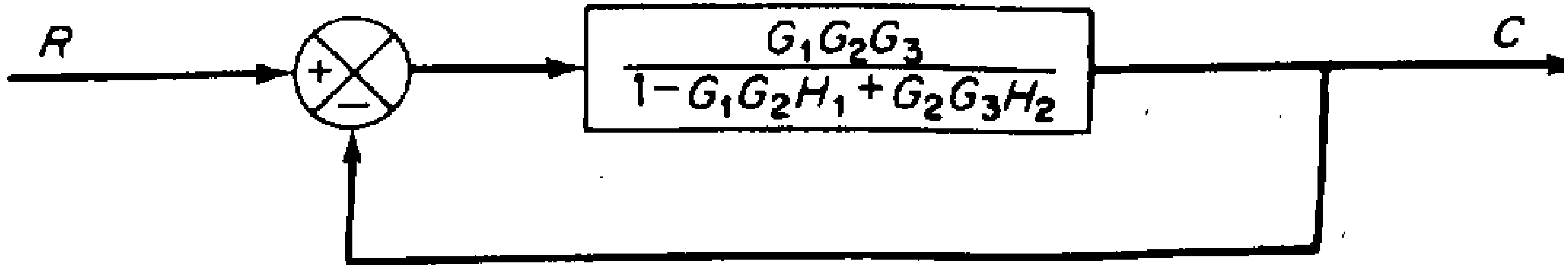


Diagrama de blocs: exemple de reducció

(c)

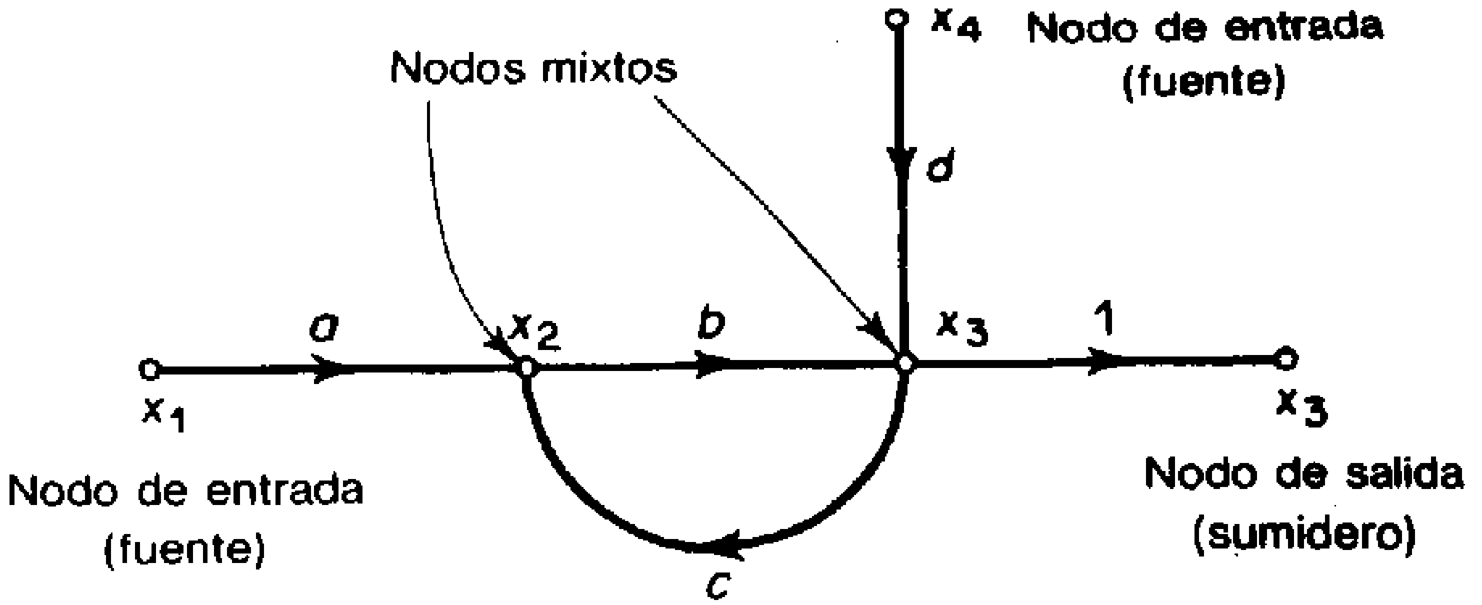


(d)



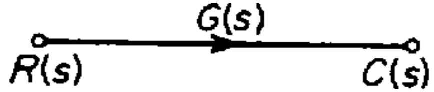
Gràfics de flux de senyal

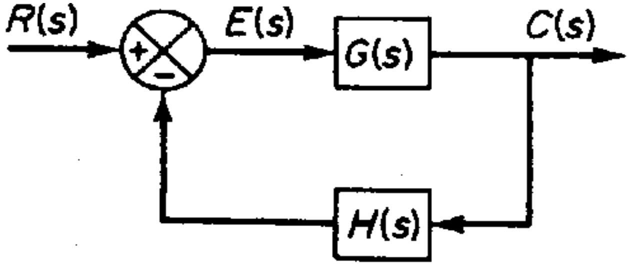
Procediment alternatiu per representar un diagrama de blocs

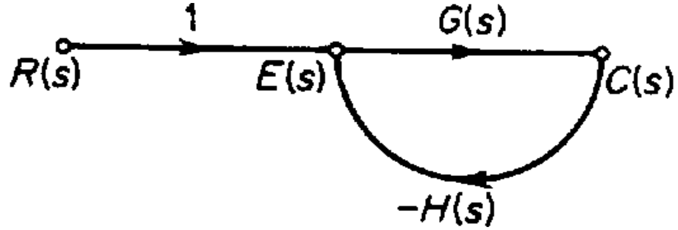


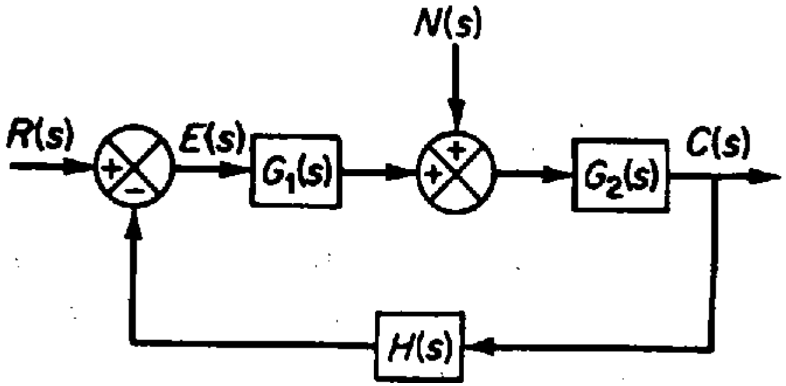
veure simplificacions

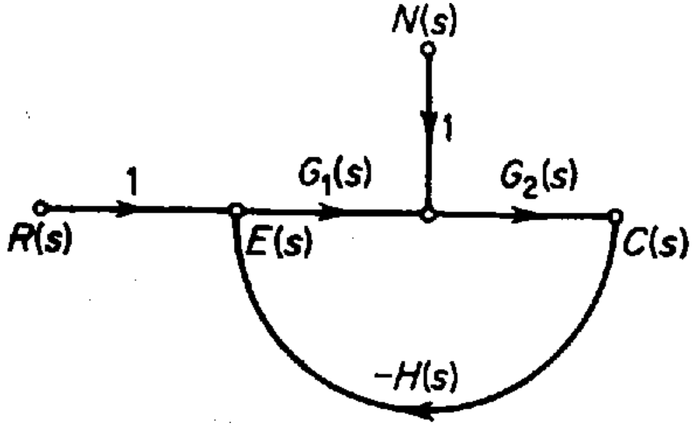
Gràfics de flux de senyal: equivalències



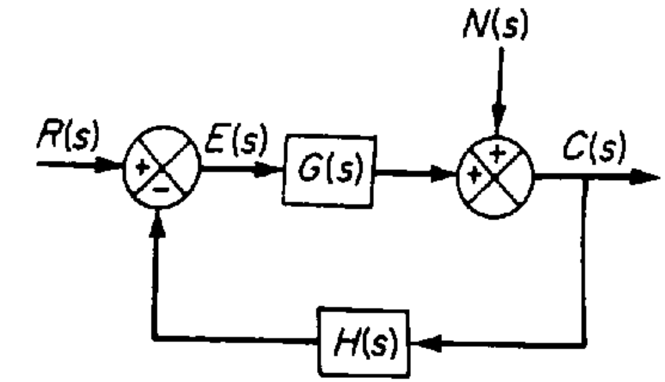


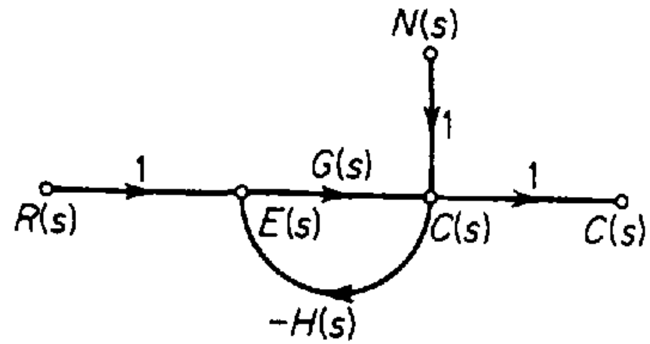


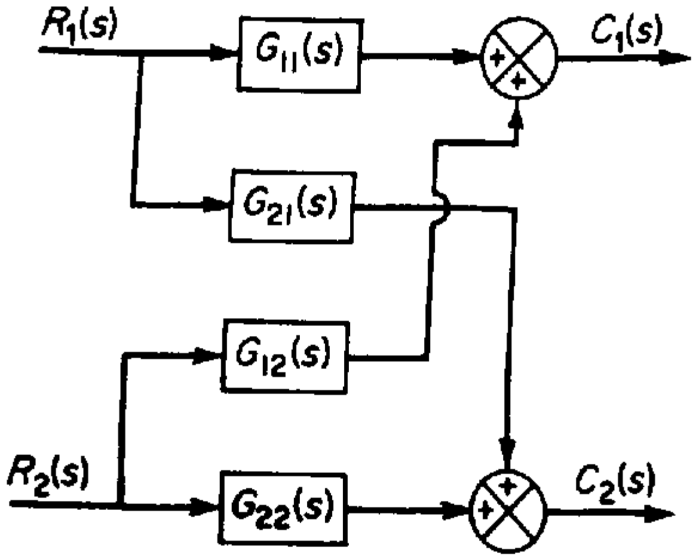


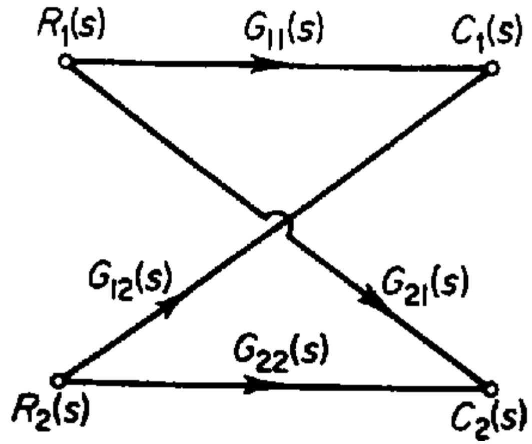


Gràfics de flux de senyal: equivalències









Gràfics de flux de senyal: definicions

- **Node:** és un punt que representa una variable o senyal
- **Transmitància**: és el guany (real o complexe) entre dos nodes (*fdt*)
- **Rama**: és un segment entre dos nodes, amb una direcció i sentit indicat per una fletxa. Cada rama tindrà la seva transmitància o guany.
- **Node d'entrada o font**: node on només surten rames.
- **Node de sortida o sumider**: node on només entren rames.
- **Node mixt**: té rames d'entrada i de sortida.
- **Camí o trajecte**: és un recorregut de rames connectades en el sentit de les fletxes.
- **Camí obert**: camí que no creua cap node més d'una vegada.
- **Camí tancat**: camí que acaba en el mateix node on ha començat, i no creua cap node més d'una vegada.
- **Llaç**: camí tancat.
- **Guany de llaç**: producte de les transmitàncies de rama d'un llaç.
- **Llaços disjunts**: no tenen cap node en comú.
- **Camí directe**: és el camí d'un node d'entrada a un node de sortida, sense creuar cap node més d'una vegada.
- **Guany de camí directe**: és el producte de les transmitàncies d'un camí directe.

Gràfics de flux de senyal: fórmula de Mason

$$P = \frac{1}{\Delta}\sum_k P_k \Delta_k$$ P = guany total (Fórmula de Mason, reducció de diagrames)

P_k = transmitància o guany de la k-èsima trajectòria

$$\Delta = 1 - \sum_a L_a + \sum_{b,c} L_b L_c - \sum_{d,e,f} L_d L_e L_f + \ldots$$ = determinant

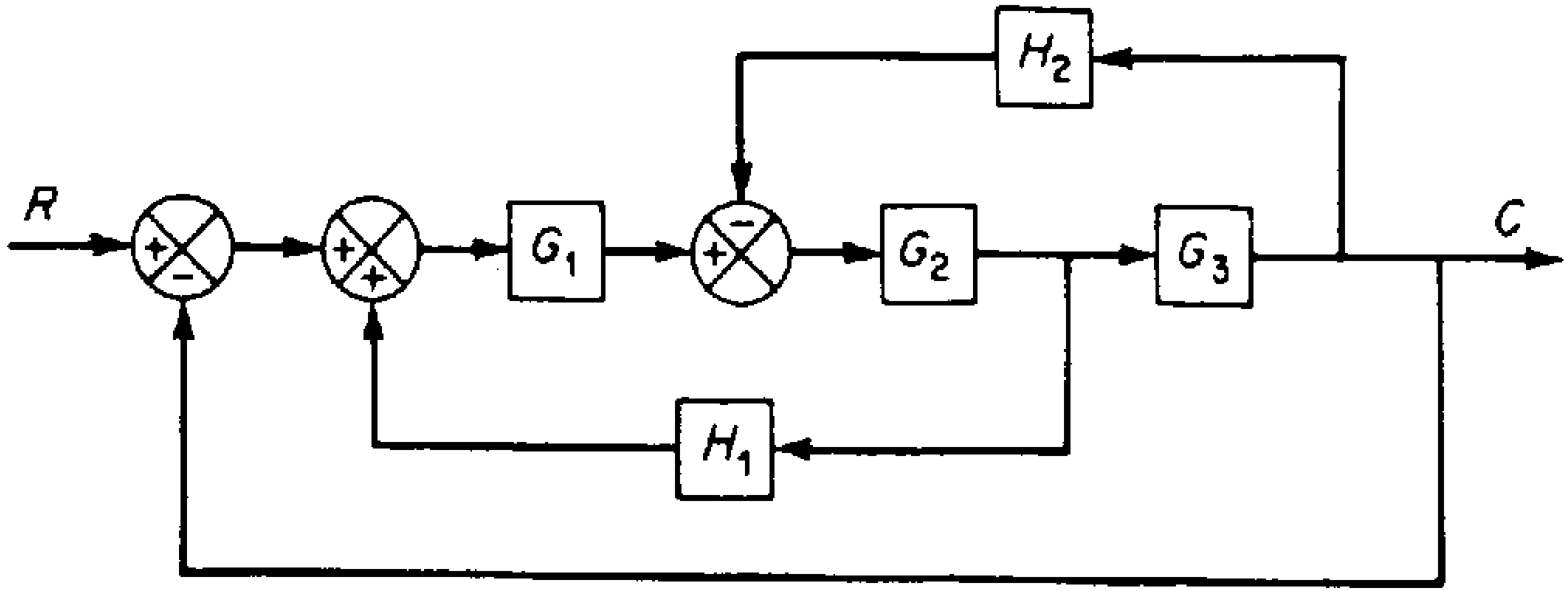
$\sum_a L_a$ = suma de tots els guanys de llaços individuals

$\sum_{b,c} L_b L_c$ = suma dels productes de totes les combinacions de 2 llaços disjunts

$\sum_{d,e,f} L_d L_e L_f$ = idem 3 llaços disjunts

Δ_k = cofactor de la k-èsima trajectòria directa

Gràfics de flux de senyal: exemple 1



Gràfics de flux de senyal: exemple 2