RESPOSTA EN FREQÜÈNCIA

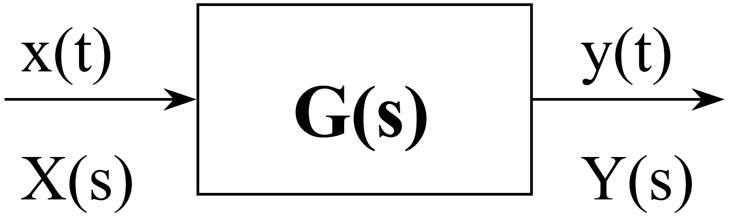
La resposta en freqüència és la resposta del sistema en estat estacionari a una entrada senoidal.

Els mètodes freqüencials s'utilitzen per a dissenyar sistemes de control industrials.

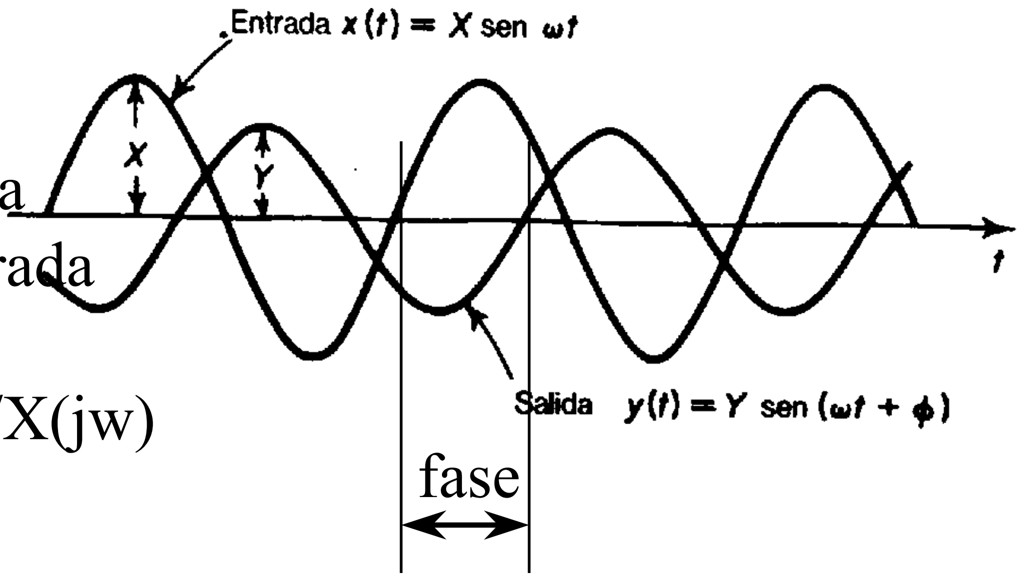
Avantatges:

1- La resposta en freqüència és fàcil d'obtenir experimentalment.
2- Es pot estudiar l'estabilitat a llaç tancat a partir de la resposta en freqüència a llaç obert.
3- Els mètodes freqüencials es poden utilitzar fins i tot en sistemes amb retard o amb soroll.

RESPOSTA EN FREQÜÈNCIA



per una freqüència donada:

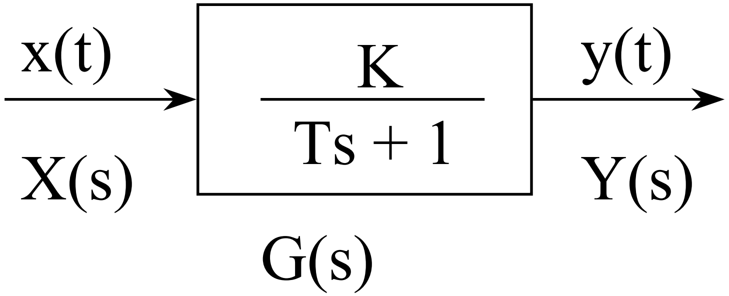


Les característiques de resposta d'un sistema davant d'una entrada senoidal es poden obtenir directament de G(jw) = Y(jw)/X(jw)

$$Guany = \frac{x}{y} \equiv \left|G(jw)\right| = \left|\frac{Y(jw)}{X(jw)}\right|$$

$$Angle(fase) = \phi = \angle G(jw) = \angle \frac{Y(jw)}{X(jw}$$

RESPOSTA EN FREQÜÈNCIA: exemple



Es substitueix s per jw en G(s)

$$G(jw) = \frac{K}{Tjw + 1}$$

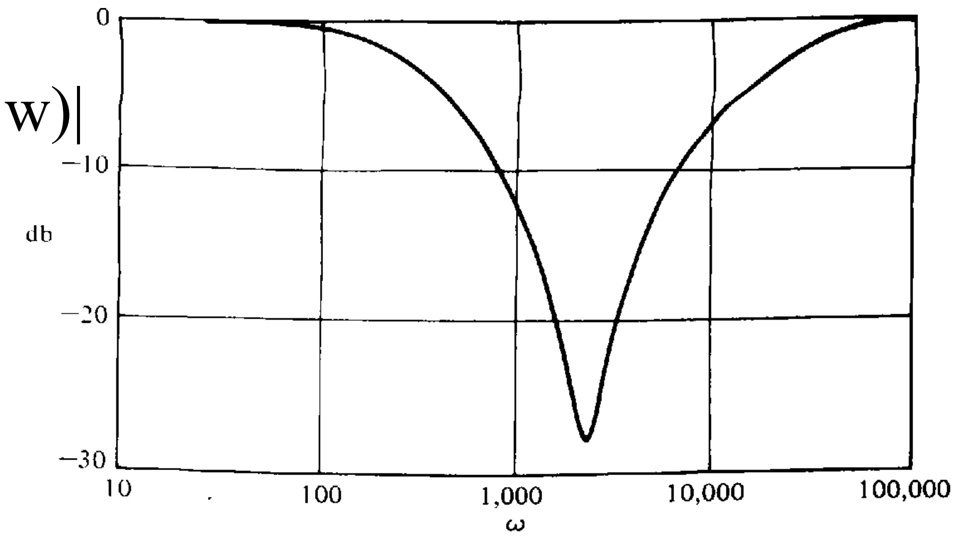
Es demana analitzar el guany i la fase per w extremes

$$Guany = \left|G(jw)\right| = \frac{K}{\sqrt{1 + T^2 w^2}}$$

$$Fase = \phi = \angle G(jw) = -\mathrm{arctg}(Tw)$$

Resposta en freqüència: diagrama de Bode

Guany
20log|G(jw)|

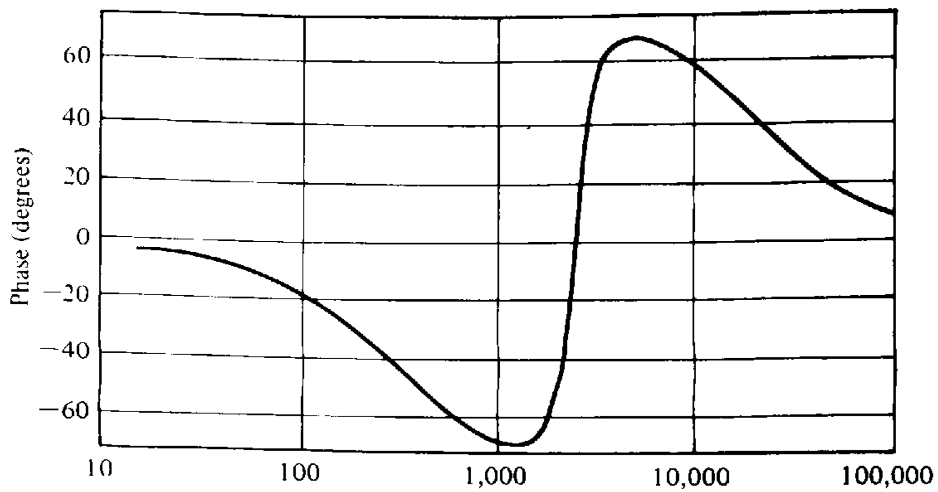


(a)

Avantatges principals:

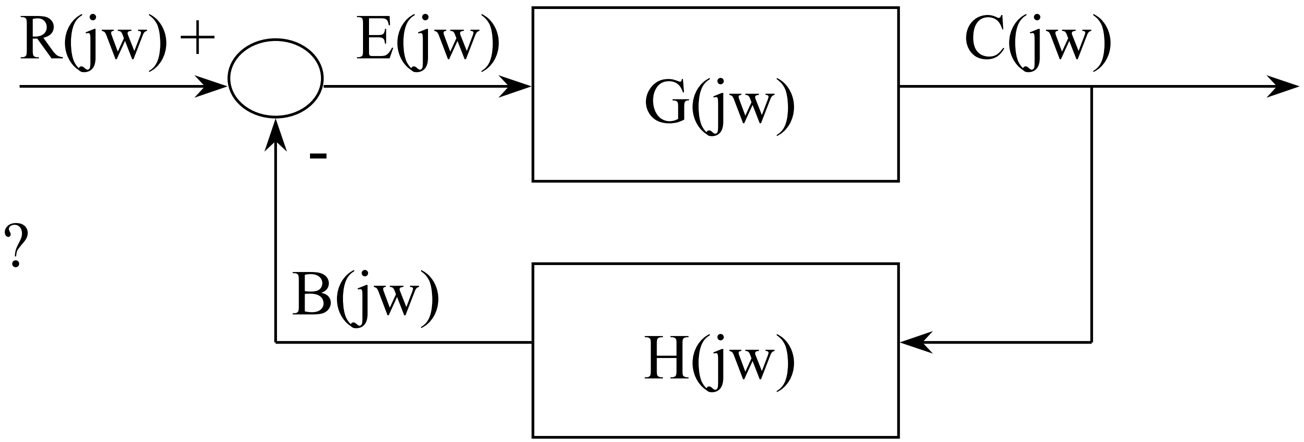
a) en un diagrama log. la multiplicació es converteix en suma i la divisió en resta.

escala logarítmica



b) les asímptotes faciliten la representació esquemàtica del diagrama de Bode.

DIAGRAMA DE BODE: Factors bàsics de G(jw)H(jw)



¿ G(jw) H(jw) ?

Els factors que es presenten en G(jw)H(jw) són:

$1 - K$, guany

$2 - (jw)^{\mp 1}$, factors integrals i derivatius

$3 - (1 + jwT)^{\pm 1}$, factors de primer ordre

$4 - \left[1 + 2\zeta(jw/w_n) + (jw/w_n)^2\right]^{\mp 1}$, factors quadràtics

DIAGRAMA DE BODE: factors bàsics, exemple

$$G(s)=\frac{2(3s+2)}{s^2(4s+1)(s^2+s+10)}=\frac{2*2*(3/2s+1)}{10*s^2*(4s+1)*\left(\frac{s^2}{10}+\frac{s}{10}+1\right)}$$

$$G(jw)=\frac{0.4(3/2jw+1)}{(jw)^2(4jw+1)\left(\frac{(jw)^2}{10}+\frac{jw}{10}+1\right)}$$

$$1-K=0.4$$

$$2-(3/2jw+1)$$

$$3-\left(jw\right)^{-2}$$

$$4-\left(1+jw4\right)^{-1}$$

$$5-\left[1+\frac{jw}{10}+\frac{\left(jw\right)^2}{10}\right]^{-1}$$

Factors bàsics: el guany k

G(jw)=k

Guany = 20 log k, pendent = p = 0 db/década
Angle de fase = 0 graus

si k>1 guany, db +
si k<1 guany, db -

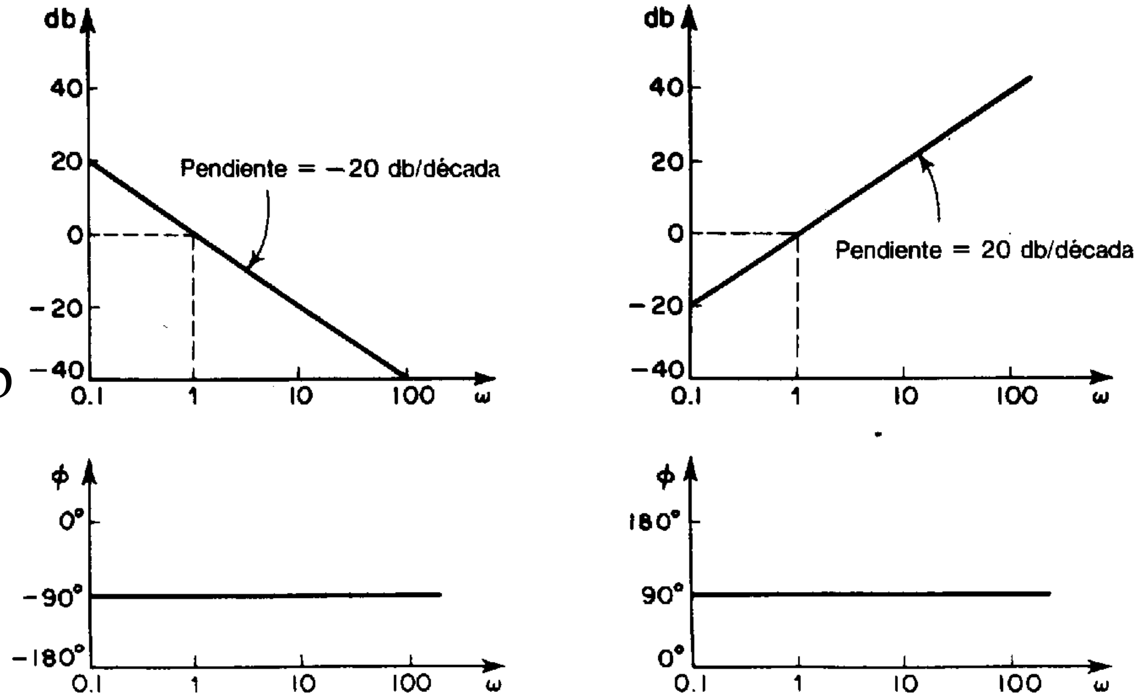
L'efecte de variar k és que puja o baixa la corba de guanys però no afecta l'angle de fase.

Factors bàsics: integrals i derivatius

Exemple factor integral:
G(jw)=1 / jw

Guany
20log|1/jw|=-20log(w) db

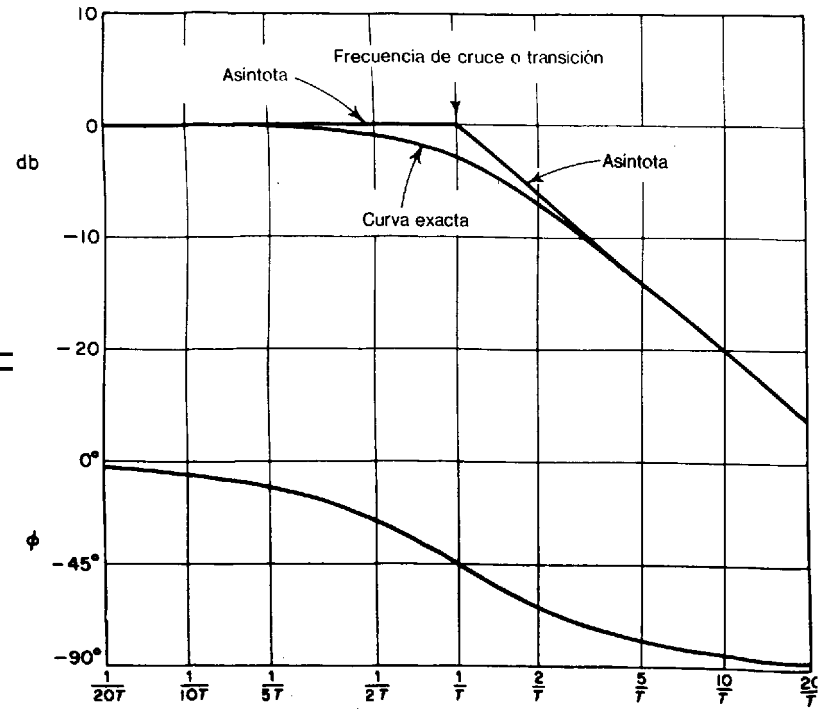
Angle de fase
-90 graus



Dècada: banda de freqüències de w_1 a $10w_1$.
(Octava: banda de freqüències de w_1 a $2w_1$).
La recta de guany té un pendent de -20 db/dècada (-8db/oct).
Per a dibuixar la recta, prendre com a referència w = 1.

Factors bàsics: factor de primer orden (guany)

$$G(jw) = \frac{K}{Tjw+1}$$



$$Guany(db) = 20\lg\left|\frac{1}{1+jwT}\right| =$$

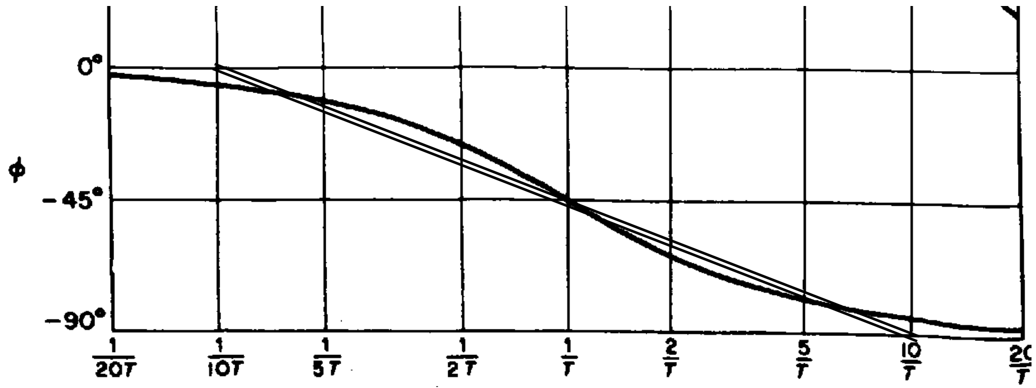
$$= -20\lg\sqrt{1+w^2T^2}\,(db)$$

$$w << 1/T \Rightarrow Guany \approx 0db;\ pendent = 0db/dec$$

$$w >> 1/T \Rightarrow Guany \approx -20\lg(wT);\ pendent = -20db/dec$$

$$w_0 = 1/T \rightarrow freq\_de\_tall$$

Factors bàsics: factor de primer ordre (fase)



$$fase = \phi = \angle G(jw) = -\operatorname{arctg}\,(Tw)$$

$$w \leq 1/10T \Rightarrow w \approx 0$$

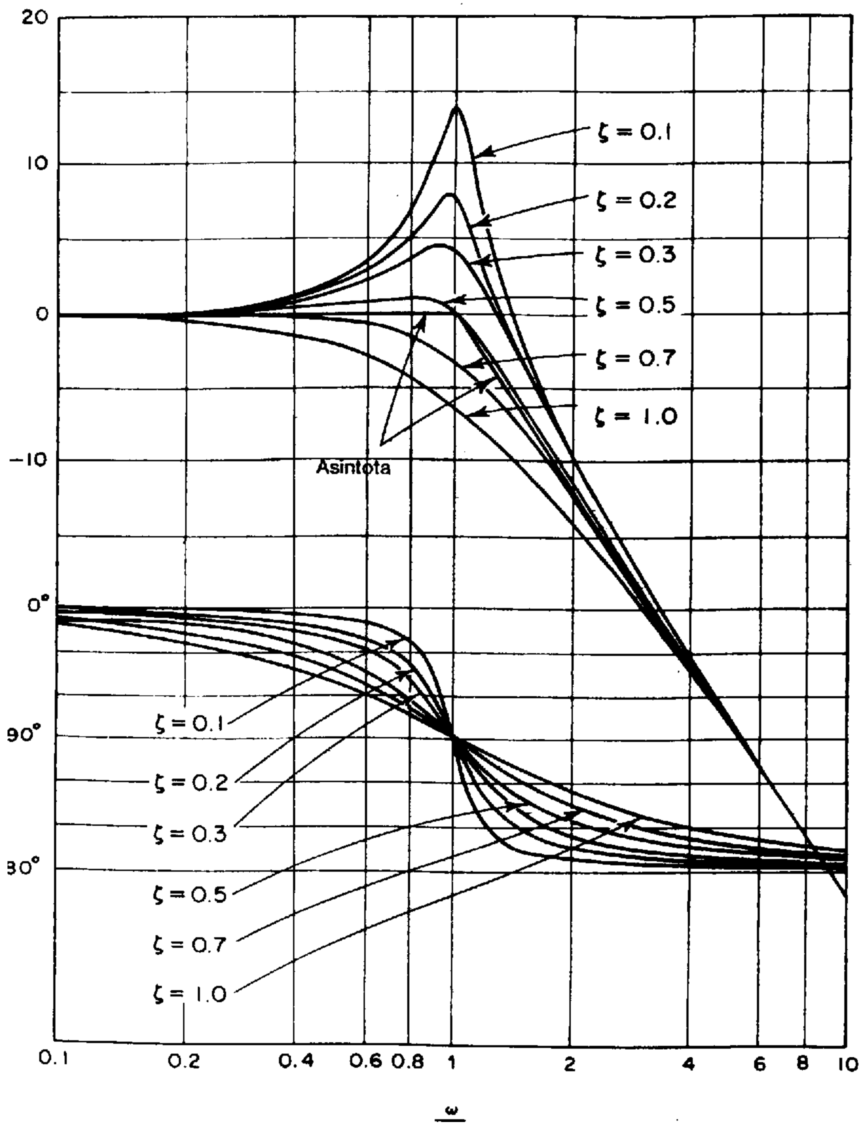
$$w = 1/T \Rightarrow w = -45^0$$

$$w \geq 10/T \Rightarrow w = -90^0$$

Nota: si es treballa manualment s'utilitzen les asímptotes.

Per al factor recíproc, només cal un canvi de signe.

Factors bàsics: factors quadràtics



$$G(jw) = \frac{1}{\left[1 + 2\zeta\left(jw / w_n\right) + \left(jw / w_n\right)^2\right]}$$

Freqüència de ressonància w_r és la freqüència per a la que $|G(jw)|$ té un pic.

$$w_r = w_n\sqrt{1-2\zeta^2}, \left(0 \le \zeta \le 0.707\right)$$

Magnitud de pic de ressonància:

$$M_r = \left|G(jw_r)\right| = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Factors bàsics: factors quadràtics (guany)

$$\left|G(jw)\right| = 20\log\left|\frac{1}{\left[1+2\zeta\left(jw/w_n\right)+\left(jw/w_n\right)^2\right]}\right| =$$

$$= -20\log\sqrt{\left(1-\frac{w^2}{w_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{w}{w_n}\right)^2}$$

$$w << w_n \Rightarrow Guany \approx 0db$$

$$w >> w_n \Rightarrow Guany \approx -40\log\left(\frac{w}{w_n}\right)db; pendent = -40db/dec$$

Factors bàsics: factors quadràtics (fase)

$$\phi = \angle \frac{1}{\left[1 + 2\zeta\left(jw / w_n\right) + \left(jw / w_n\right)^2\right]} =$$

$$= -\operatorname{arctg}\left[\frac{2\zeta\left(\frac{w}{w_n}\right)}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2}\right]$$

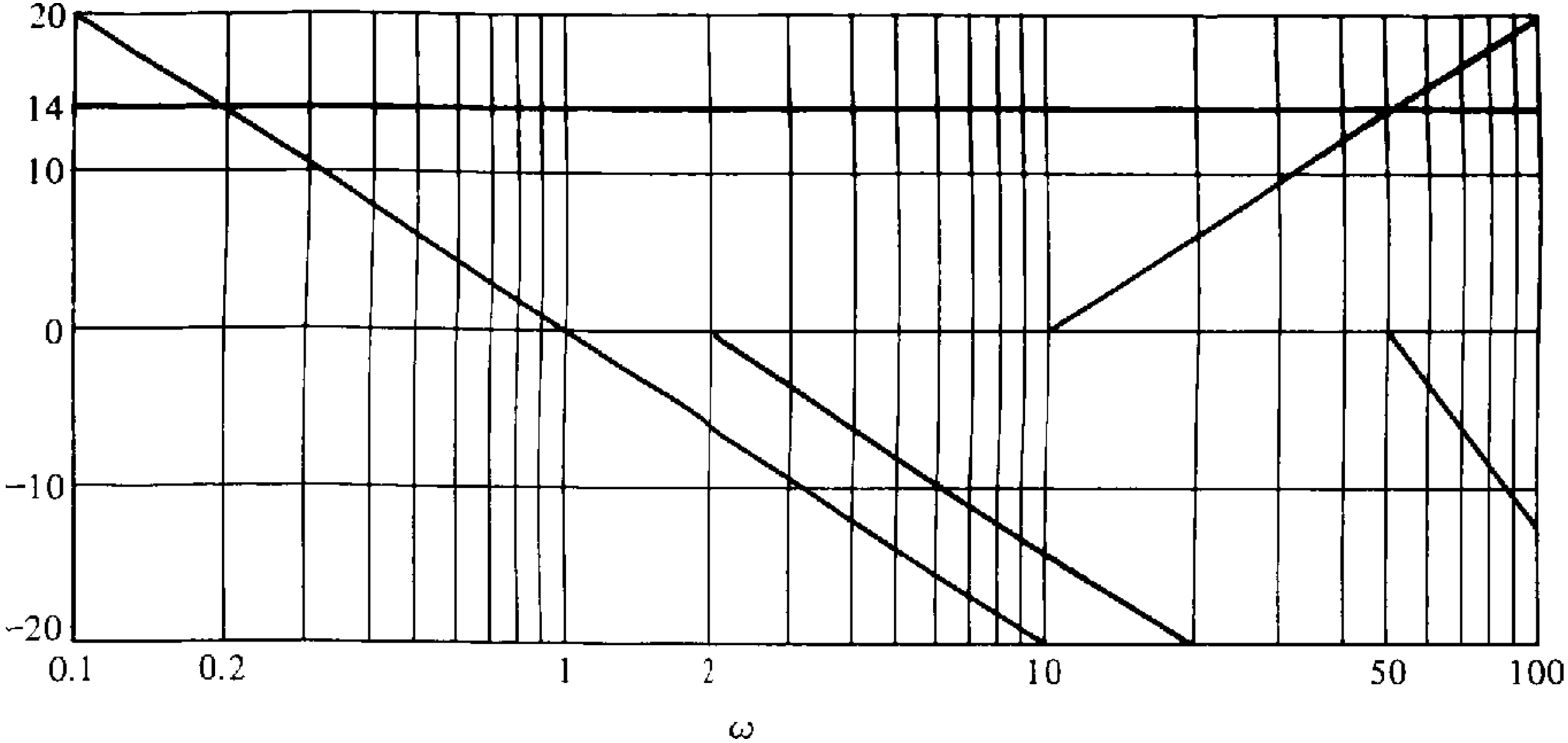
$$w / w_n \leq 0.1 \Rightarrow \phi = 0^o$$

$$w / w_n = 1 \Rightarrow \phi = -90^o$$

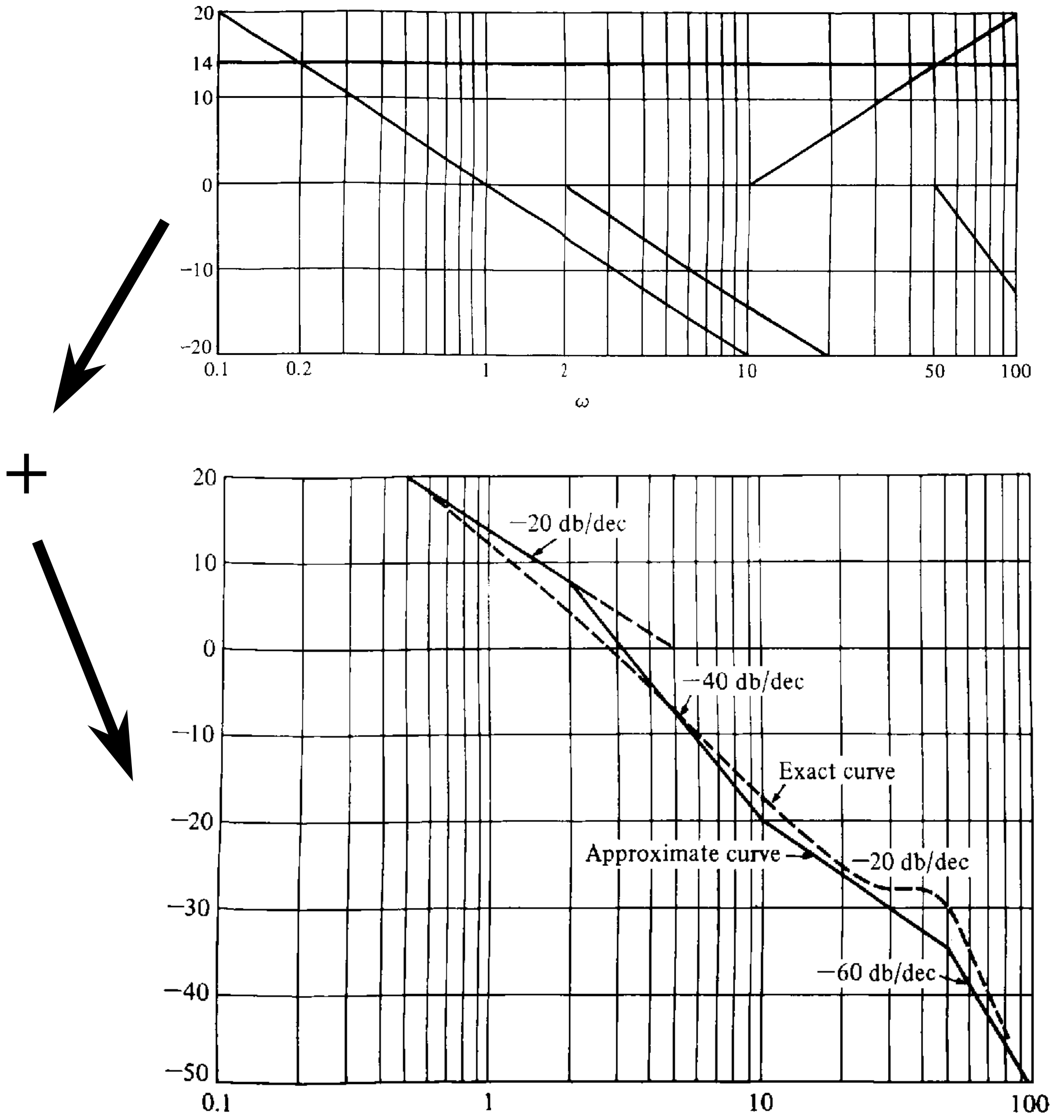
$$w / w_n \geq 10 \Rightarrow \phi = -180^o$$

Construcció del diagrama de Bode: exemple

$$G(s) = \frac{5(1 + j0.1w)}{jw(1 + j0.5w)(1 + j0.6(w/50) + (jw/50)^2)}$$



Construcció del diagrama de Bode: magnitud (exemple)



Construcció del diagrama de Bode: fase (exemple)

$$G(s) = \frac{5(1 + j0.1w)}{jw(1 + j0.5w)(1 + j0.6(w/50) + (jw/50)^2)}$$