

- ▶ Calculeu i demostreu per inducció el valor de la suma dels n primers nombres, (suma dels n primers termes d'una progressió aritmètica), $S_a = \sum_{i=1}^n i$.
- ▶ Calculeu i demostreu per inducció el valor de la suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica $S_g = \sum_{i=0}^n r^i$.
- ▶ Demostreu per inducció que per tot nombre $n \in \mathbb{N}$, \sqrt{n} es pot dibuixar amb un regle numerat i un compàs.
- ▶ Demostrar que per a tot $n \in \mathbb{N}$, es compleix:

$$(1 + 2 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3.$$

- ▶ Demostrar que per a tot $n \in \mathbb{N}$, es compleix:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

- ▶ Calculeu el valor de $1 + 3 + \dots + (2n - 1)$ per a tot $n \in \mathbb{N}$ i demostreu-ho.
- ▶ Demostrar que $n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3$ és múltiple de 9, per tot $n \geq 1$.
- ▶ Demostrar que per a tot $n \geq 1$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1$.
- ▶ Demostreu que l'equació $x^2 = 2$ no té solució en \mathbb{Q} .

- ▶ Demostreu que si $z = z_1 + z_2i \in \mathbb{C}$, $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ llavors
 - ▷ $z + \bar{z} = 2z_1 = 2\operatorname{Re}(z)$.
 - ▷ $z - \bar{z} = 2z_2i = 2i\operatorname{Im}(z)$.
 - ▷ $z \cdot \bar{z} = z_1^2 + z_2^2 = |z|^2$.
- ▶ Donat un nombre complex $z = z_1 + z_2i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$, calculeu $\frac{1}{z}$ fent les operacions en forma binòmica.
- ▶ Siguin, z i u dos nombres complexos. Demostreu que:
 $|zu| = |z||u|$, $\arg(zu) = \arg(z) + \arg(u)$.
- ▶ Demostreu i enuncieu la fòrmula de Moivre.
- ▶ Calculeu les arrels quadrades, cúbiques i quartes de la unitat.
- ▶ Sigui z un nombre real positiu, i z_1 la seva arrel vuitena que té l'argument principal dins l'interval $(0, \frac{\pi}{2})$. Demostreu que $\operatorname{Re}(z_1^3) = -\operatorname{Im}(z_1^3)$.