

# Pràctica 1: Modelització i simulació d'un sistema pont-grua

**Objectius:** Triar, a partir de les equacions diferencials que descriuen un sistema pont-grua, unes variables d'estat, trobar el model en l'espai d'estats, Linealitzar per obtenir un model lineal, simular amb SIMULINK i comparar els resultats simulats amb les dades reals.

## 1. Descripció i modelització del sistema

La figura 1 representa l'esquema de la maqueta del laboratori de control avançat que tant pot funcionar com a pont grua com a pèndul invertit.

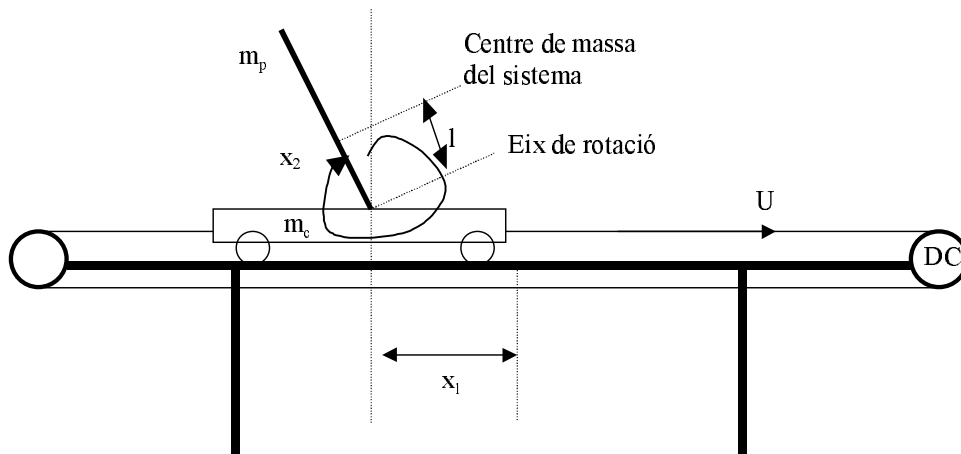


Fig. 1

Les forces que actuen sobre aquest sistema estan representades a la figura 2.

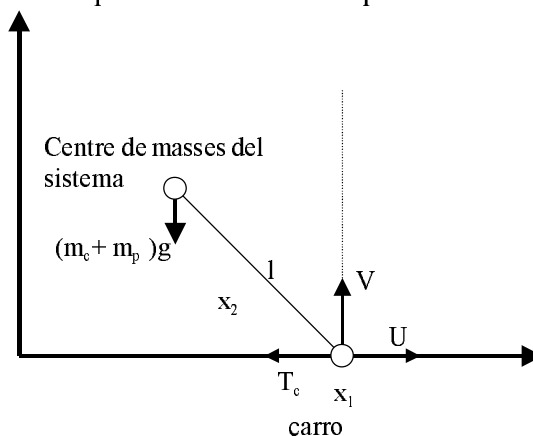


Fig. 2

El pèndul rota en el pla vertical i l'eix de rotació està situat al carro que es mou damunt del pont impulsat per un motor, la força que fa aquest motor és l'entrada del sistema  $U$ . La massa del carro  $m_c$ . La massa del pèndol  $m_p$ , la distància del centre de masses amb l'eix de rotació  $l$  i el moment d'inèrcia  $J$  són paràmetres del sistema.

Definim com a variables del sistema la posició del carro ( $x_1$ ), l'angle del pèndol respecte l'horitzontal( $x_2$ ), la velocitat del carro ( $x_3$ ) i la velocitat angular del pèndol ( $x_4$ ). Els sensors de la planta ens permeten mesurar la posició horitzontal del carro (l'origen es pot fixar fent un reset dels encoders) i l'angle respecte la vertical amb l'origen en posició de pèndol invertit i sentit antihorari.

Les equacions dinàmiques del sistema són:

$$(m_c + m_p)(x_1 + l \sin x_2)'' = U - T_c$$

$$(m_c + m_p)(l \cos x_2)'' = V - (m_c + m_p)g$$

$$Jx_2'' = (-U + T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - D_p$$

Assumint que :

La fricció del carro és proporcional a la velocitat :  $T_c = F_c x_3$

El moment de fricció a l'eix és proporcional a la velocitat angular :  $D_p = f_p x_4$

Obtenim les equacions diferencials següents:

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{a(U - F_c x_3 + \mu x_4^2 \sin x_2) - l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{l \cos x_2 (-U + F_c x_3 - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

On

$$a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p}$$

$$\mu = (m_c + m_p)l$$

## 2. Treball a realitzar

2.1 Esquema SIMULINK del model no lineal del sistema.

2.2 Resposta temporal a una entrada graó de 0.05 durant un temps de simulació de 10 segons.

2.3 Resposta temporal a una entrada graó de 0.3 durant un temps de simulació de 10 segons.

2.4 Resposta temporal a una entrada graó de 0.5 durant un temps de simulació de 10 segons.

2.5 Resposta temporal a una entrada graó de 0.8 durant un temps de simulació de 10 segons.

2.6 Comparació dels resultats amb les dades reals de la maqueta en les mateixes condicions d'entrada.

El pont grua del laboratori té els següents paràmetres:

$m_c=1.12$ ,  $m_p=0.095$ ,  $J=0.0075$ ,  $l=0.017$ ,  $g=9.81$ ,  $U_m=0.5$ ,  $f_p=0.038$ ,  $M=22.304$ ,  $F_c=0.75$ .

La força que fa el motor és proporcional a l'entrada normalitzada entre 1 i -1 amb la constant M i limitada per una saturació entre  $-U_mM$  i  $U_mM$

### 3. Linealització del model no lineal

3.1 Linealitzeu les equacions diferencials al voltant del punt  $x_2=\pi$ .

3.2 Obteniu les expressions generals de les matrius A, B, C i D indicant clarament el vector d'estat considerat. Tingueu en compte quines variables es poden mesurar.

3.3 Determineu A, B, C i D pel cas concret especificat.

3.4 Esquema SIMULINK del model lineal del sistema.

3.5 Resposta temporal a una entrada graó de 0.05 durant un temps de simulació de 10 segons.

3.6 Resposta temporal a una entrada graó de 0.3 durant un temps de simulació de 10 segons

3.7 Resposta temporal a una entrada graó de 0.5 durant un temps de simulació de 10 segons

3.8 Resposta temporal a una entrada graó de 0.8 durant un temps de simulació de 10 segons

3.9 Comparació de les respostes del model lineal i no lineal i les dades reals del procés de la maqueta.