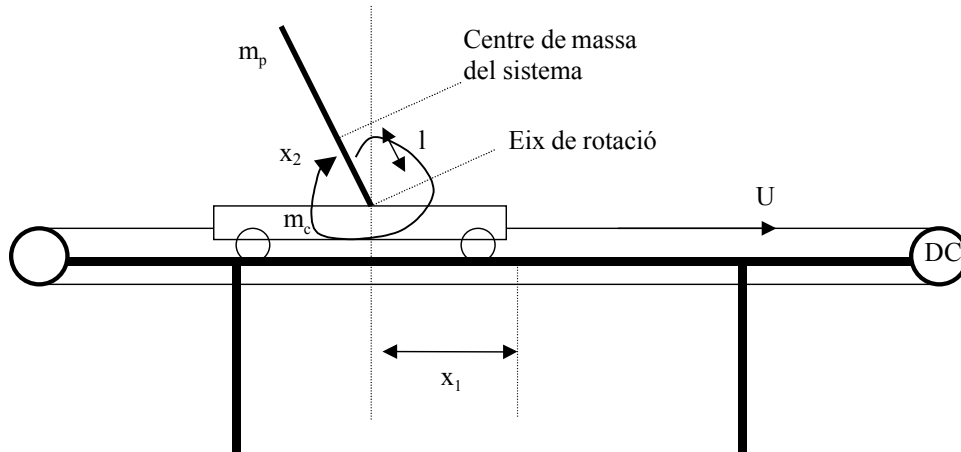
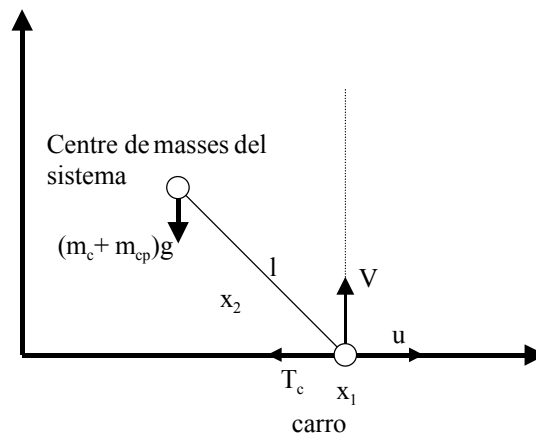


**Pont grua+Pèndul invertit**

La figura 1 representa l'esquema de la maqueta del laboratori de control avançat que tant pot funcionar com a pont grua com a pèndul invertit.

**Fig. 1**

Les forces que actuen sobre aquest sistema estan representades a la figura 2.

**Fig. 2**

El pèndul rota en el pla vertical i l'eix de rotació està situat al carro que es mou damunt del pont impulsat per un motor, la força que fa aquest motor és l'entrada del sistema  $U$ . La massa del carro  $m_c$ . La massa del pèndol  $m_p$ , la distància del centre de masses amb l'eix de rotació  $l$  i el moment d'inèrcia  $J$  són paràmetres del sistema.

Definim com a variables del sistema la posició del carro ( $x_1$ ), l'angle del pèndol respecte l'horitzontal( $x_2$ ), la velocitat del carro ( $x_3$ ) i la velocitat angular del pèndol ( $x_4$ ). Els sensors de la planta ens permeten mesurar la posició horitzontal del carro (l'origen es pot fixar fent un reset dels encoders) i l'angle respecte la vertical amb l'origen en posició de pèndol invertit i sentit antihorari. Les equacions dinàmiques del sistema són:

$$\begin{aligned}(m_c + m_p)(x_1 + l \sin x_2)'' &= U - T_c \\ (m_c + m_p)(l \cos x_2)'' &= V - (m_c + m_p)g \\ Jx_2'' &= (-U + T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - D_p\end{aligned}\quad (1)$$

Assumint que la fricció del carro ( $T_c = F_c x_3$ ) és proporcional a la velocitat i el moment de fricció a l'eix ( $D_p = f_p x_4$ ) és proporcional a la velocitat angular i manipulant les equacions de 1 es pot representar el sistema amb les equacions de 2.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{a(U - F_c x_3 + \mu x_4^2 \sin x_2) - l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{l \cos x_2 (-U + F_c x_3 - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2}\end{aligned}\quad (2)$$

On

$$\begin{aligned}a &= l^2 + \frac{J}{m_c + m_p} \\ \mu &= (m_c + m_p)l\end{aligned}$$

El pont grua del laboratori té els següents paràmetres:

$$m_c=1.12, m_p=0.095, J=1.6304, l=0.017, g=9.81, U_m=0.5, f_p=0.021, M=22.03, F_c=0.75.$$

La força que fa el motor és proporcional a l'entrada normalitzada entre 1 i -1 amb la constant M i limitada per una saturació entre  $-U_m M$  i  $U_m M$ . Per tenir un model més acurat del sistema i que representi millor el sistema real es disposa en el laboratori a la carpeta C:\usuaris\practica d'un model en el que la fricció inclou termes no lineals.