
Circuits i Sistemes Lineals

Segon treball entregable



3 de desembre de 2018

Índex

1	Introducció	1
2	Procediment d'anàlisi	2
3	El transistor bipolar BC547B	2
3.1	Característiques principals	2
3.2	Càlcul del punt de treball	2
3.3	Model del BJT en petit senyal a freqüències baixes	4
3.4	Model del BJT en petit senyal a freqüències altes	4
4	Enunciat	5
4.1	Objectiu del treball	5
4.2	Passos a seguir	5
4.2.1	Determinació del punt de treball del transistor	5
4.2.2	Càlcul dels paràmetres del model en petit senyal del transistor bipolar (BJT)	5
4.2.3	Anàlisi en AC de l'amplificador a freqüències intermitges	6
4.2.4	Limitació a molt baixes freqüències	7
4.2.5	Estudi de l'amplificador a freqüències superiors a 100 kHz	7
4.2.6	Estudi de la resposta freqüencial de l'amplificador a totes les freqüències	9
5	Presentació del treball	10
	Glossari	11

1 Introducció

L'objectiu d'aquest treball serà estudiar el **comportament freqüencial** d'un circuit amplificador basat en un **BJT**, concretament, el que es mostra a la **figura 1**.

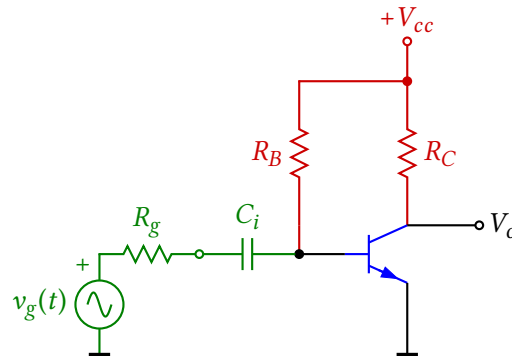


Figura 1: Amplificador amb BJT en emissor comú

La **tècnica** que usarem per analitzar el circuit és similar a la que vam emprar en el seu moment per analitzar els primers circuits amb Amplificador Operacional: **Substituir el BJT per un model equivalent** format per elements de circuit coneguts.

El problema que aquí se'ns presenta és que, a diferència del cas de l'AO on el model en zona lineal no depèn de l'alimentació, **el cas del BJT és més complex** ja que cada element del model pren un valor diferent en funció de la temperatura i dels corrents que circulen a través del transistor, els quals, al seu torn depenen de les tensions d'alimentació i excitació, i de les resistències

que acompanyen el transistor (el que es coneix com a **circuit de polarització**, que permet establir el **punt de treball**).

Això és així perquè el comportament del BJT és **no lineal**, mentre que el model equivalent està format únicament per elements lineals, els quals estan calculats per una temperatura i un punt de treball concrets i s'han d'utilitzar sota el supòsit que les variacions en el punt de treball que introduirà inevitablement $v_g(t)$ seran **prou petites** com per no fer variar substancialment els valors del model. És el concepte conegut com a *petit senyal*, i per aquest motiu es diu que el model és un **model en petit senyal**.

2 Procediment d'anàlisi

Tot el que s'acaba de comentar es tradueix a la pràctica en la seqüència de passos següents que cal seguir ordenadament per tal d'*analitzar* qualsevol circuit amb BJT (els detalls de cadascun dels passos es donen més endavant):

1. Aplicant superposició, **desactivem** l'excitació de l'amplificador ($v_g(t) = 0$) i **determinem el punt de treball del transistor**, que serà funció de la tensió d'alimentació i la resta d'elements del circuit de polarització.
2. A continuació calculem els valors dels elements del model en petit senyal partir del punt de treball que acabem d'obtenir, seguint les equacions que es presenten a la **secció 3.3**.
3. Seguint amb la superposició, deixem de banda la polarització i ens centrem en l'estudi de com el senyal d'entrada $v_g(t)$ es veu afectat pel circuit. A tal efecte, **desactivem la font d'alimentació** de l'amplificador ($V_{cc} = 0$), amb la qual cosa tots els elements que tenien algun terminal connectat a V_{cc} passaran a tenir-lo connectat a massa.
4. Així mateix, **substituïm el BJT** pel seu model en petit senyal. **Analitzem** el circuit resultant per trobar les relacions que ens interessin.
5. Eventualment **simulem** el circuit per verificar els resultats anteriors.
6. Si volem obtenir resultats que s'ajustin més al comportament real del circuit, podem **refinar** el model del BJT i repetir els **passos 4 i 5**.

3 El transistor bipolar BC547B

3.1 Característiques principals

La **taula 1** mostra les característiques principals del transistor NPN BC547B, que utilitzarem en els apartats següents. Els paràmetres de la **zona groga** s'utilitzen en el càlcul del punt de treball i del model en petit senyal a freqüències baixes, mentre que els de la **zona verda** permeten estendre el model a freqüències altes.

3.2 Càlcul del punt de treball

Com ja s'ha comentat, el **punt de treball** del transistor depèn de la tensió d'alimentació i del circuit de polarització. Cal, per tant, calcular-lo en cada circuit concret i això és el que farem a continuació pel circuit que s'estudia, que no és altre que el de la **figura 1**.

Per començar s'aplica superposició per considerar només els efectes de l'alimentació i, en conseqüència, **desactivem la font de senyal** $v_g(t)$. En fer-ho, l'única excitació present al circuit

Taula 1: Paràmetres més rellevants del transistor BC547B, procedents del full de característiques (*datasheet*) proporcionat pel fabricant.

Paràmetre	Valor típic	Unitats
β_F	300	-
V_A	50	V
r_{bb}	280	Ω
C_μ	4,5	pF
f_T	300	MHz

és V_{cc} , que és contínua, i per tant **tots els capacitors es comportaran com a circuits oberts** des del punt de vista de l'alimentació. En aquestes condicions, el circuit que cal considerar és el de la **figura 2**:

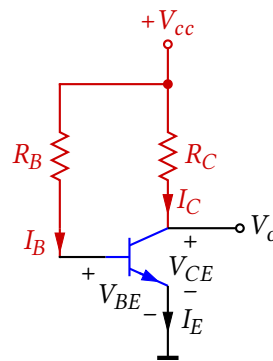


Figura 2: Circuit en DC, per calcular el punt de treball.

I el punt de treball es troba fent els càlculs següents:

- Quan el BJT treballa en **zona activa**, $V_{BE} \approx 0,66 \text{ V}$.
- Sabent els valors de V_{cc} , R_B i V_{BE} , podem determinar I_B com:

$$I_B = \frac{(V_{cc} - V_{BE})}{R_B} \quad (1)$$

- Seguidament podem calcular I_C ja que és proporcional a I_B :

$$I_C = \beta_F \cdot I_B \quad (2)$$

- I la tensió de collector serà la d'alimentació menys la que cau a R_C :

$$V_{CE}(= V_o) = V_{cc} - I_C \cdot R_C \quad (3)$$

- Si ens interessa, podem determinar I_E aplicant KCL al BJT:

$$I_E = I_C + I_B = (\beta_F + 1) \cdot I_B \quad (4)$$

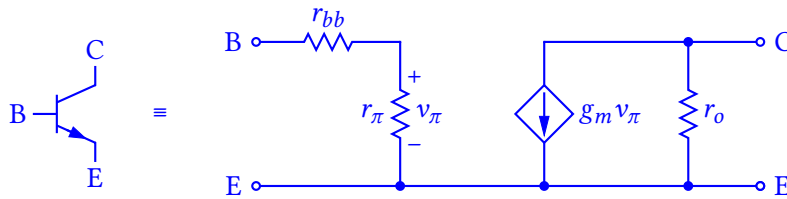


Figura 3: Model en petit senyal del transistor bipolar, a freqüències baixes (o a 100 kHz).

3.3 Model del BJT en petit senyal a freqüències baixes

A la [figura 3](#) es mostra un model del BJT en petit senyal molt utilitzat, vàlid per un interval de freqüències des de contínua fins a uns 100 kHz. També es coneix amb el nom de *model híbrid- π* .

Com ja s'ha comentat, el valor dels elements del model depèn del punt de treball en què estigui polaritzat el transistor, segons les relacions matemàtiques que es detallen a continuació:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} \approx 38,6 I_C \quad [\text{S}] \quad (5)$$

$$r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m} \quad [\Omega] \quad (6)$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} \quad [\Omega] \quad (7)$$

on V_T és una constant que val aproximadament 25,86 mV a 27 °C, i I_C és el corrent que entra pel col·lector quan el BJT està situat en el seu punt de treball. La resta de paràmetres s'obtenen de la [taula 1](#).

3.4 Model del BJT en petit senyal a freqüències altes

Notem que el model de la [figura 3](#) *no té cap element dinàmic*: és un model resistiu pur i, com a tal, presentarà una resposta plana en funció de la freqüència. La realitat, però, és diferent, ja que per la seva pròpia estructura interna el BJT presenta unes **capacitats paràsites** que afecten al seu comportament freqüencial. Per fortuna, aquestes capacitats tenen un **valor molt petit** (de l'ordre de picofarad) i per tant la seva impedància a freqüències baixes-moderades és molt més elevada que la dels resistors del model, per la qual cosa les podem obviar.

Tanmateix, un model més refinat ha de tenir en compte aquestes capacitats si es pretén que sigui útil per fer prediccions sobre el comportament del BJT a altes freqüències. Això ens porta al circuit de la [figura 4](#):

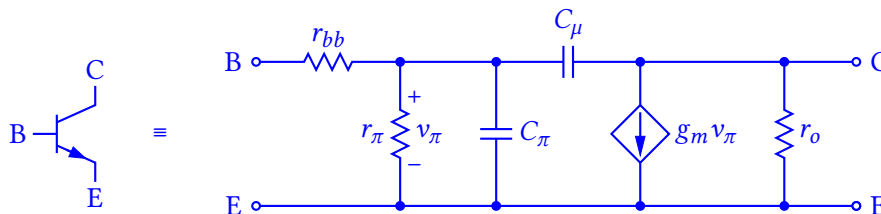


Figura 4: Model en petit senyal del transistor bipolar, vàlid també a freqüències altes.

que és bàsicament el model a freqüències baixes al qual se li han afegit els capacitors C_π i C_μ . El

valor de les seves capacitats el determinarem de la següent forma:

$$C_{\mu} : \text{Llegit directament de la taula 1 (datasheet).} \quad (8)$$

$$C_{\pi} = \frac{g_m}{2\pi f_T} - C_{\mu} \quad (9)$$

4 Enunciat

4.1 Objectiu del treball

L'objectiu concret d'aquest treball és estudiar el comportament freqüencial d'un amplificador de tensió realitzat amb un BJT en configuració d'emissor comú (figura 1).

4.2 Passos a seguir

A continuació es detallen els diferents passos de què ha de constar l'estudi de la resposta freqüencial del circuit. El treball que s'entregui haurà d'abordar totes les qüestions demanades, amb el mateix ordre i numeració que s'indica.

Important

En la realització del treball fareu l'estudi del circuit amplificador utilitzant els valors següents:

$$V_{cc} = +12 \text{ V} \quad R_g = 50 \text{ } \Omega \quad R_B = 680 \text{ k}\Omega \quad R_C = 1,2 \text{ k}\Omega \quad C_i = 5,6 \text{ } \mu\text{F}$$

4.2.1 Determinació del punt de treball del transistor

Determineu el punt de treball del transistor segons el procediment que es detalla en la secció 3.2, i resumiu els resultats obtinguts a la taula 2.

Taula 2: Punt de treball del transistor

I_B [μA]	I_C [mA]	V_o [V]

4.2.2 Càlcul dels paràmetres del model en petit senyal del BJT

En aquest apartat es tracta d'obtenir el model en petit senyal a freqüències baixes del BJT seguint les instruccions de la secció 3.3 i fent ús dels paràmetres adients de la taula 1.

Ompliu la taula 3 amb els resultats que obtingueu.

Taula 3: Paràmetres del model en petit senyal del BJT

r_{bb} [Ω]	g_m [S]	r_{π} [Ω]	r_o [Ω]

4.2.3 Anàlisi en AC de l'amplificador a freqüències intermitges

Per estudiar el comportament de l'amplificador respecte de l'excitació $v_g(t)$ (comportament «AC»), procedirem com s'explica als passos 3 i 4 de la secció 2. Això ens porta al circuit de la figura 5. A continuació caldria analitzar el circuit, tasca que no és excessivament complicada ja que és de primer ordre en haver-hi només un únic element dinàmic (C_i).

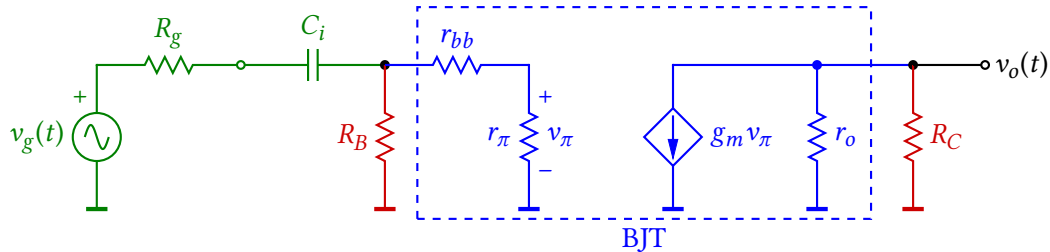


Figura 5: Model de l'amplificador per a baixes freqüències

Tanmateix, encara podem fer prèviament una simplificació important: com que la reactància del capacitor C_i és $X_{C_i} = \frac{-1}{2\pi f C_i}$, a partir de certa freqüència el seu valor serà molt inferior al de les resistències que l'envolten, i podem considerar el capacitor C_i pràcticament un curtcircuit. En fer-ho, el circuit resultant és el que es mostra a la figura 6:

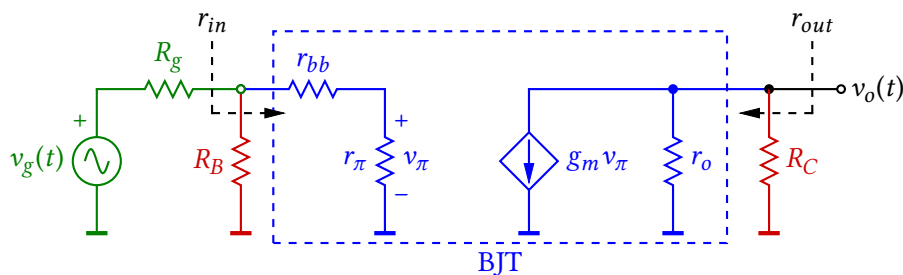


Figura 6: Model de l'amplificador per a freqüències intermitges (considerant C_i com a curtcircuit)

Per tant, farem l'anàlisi sobre aquest darrer circuit. Això sí: haurem de tenir present que els resultats obtinguts només seran vàlids mentre:

- La freqüència es mantingui per sobre de cert valor, fet que s'explora amb més detall en el pas 4.2.4.
- La freqüència es mantingui per sota els 100 kHz per tal que el model resistiu del BJT segueixi essent vàlid. En el pas 4.2.5 s'estudia què passa quan aquesta condició deixa de complir-se.

per tant, l'anàlisi serà vàlida en un interval de freqüències *intermitges*.

Per tenir-ho present:

Noteu que el model de l'amplificador a freqüències intermitges **no conté cap capacitor o inductor**. En conseqüència, els resultats obtinguts de l'anàlisi **no depenen de la freqüència**. Evidentment, això només serà vàlid en l'interval de freqüències on és possible menysprear l'efecte dels capacitors.

Es demana:

1. Analitzeu el circuit de la **figura 6** per tal de determinar la seva amplificació en tensió definida com:

$$|H| = \frac{|\overline{V}_o|}{|\overline{V}_g|}$$

i a partir d'aquest resultat calculeu també el seu **guany** en tensió expressat en **decibels** (vegeu glossari).

2. Determineu el valor de les impedàncies d'entrada (r_{in}) i sortida (r_{out}).
3. Ompliu la **taula 4** amb els resultats obtinguts.

Taula 4: Resultats de l'apartat

$ H $	Guany [dB]	r_{in} [Ω]	r_{out} [Ω]
-------	------------	-----------------------	------------------------

4.2.4 Limitació a molt baixes freqüències

Com hem vist en el **pas 4.2.3**, atès que la capacitat del **capacitor d'acoblament**, C_i , té un valor elevat, aquest es comportava *com un curtcircuit* en un ampli marge de freqüències. Això no obstant, si anem baixant en freqüència arribarà un moment en què aquesta condició deixarà de complir-se i en el càlcul de l'amplificació s'haurà de tenir en compte la impedància d'aquest capacitor.

Es tracta d'estudiar en aquest apartat com influeix el capacitor C_i en la corba d'amplificació de l'amplificador. O dit d'altra manera, quin és l'interval de validesa dels resultats obtinguts en l'apartat anterior.

En aquest sentit,

1. Determineu la funció de xarxa, $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_g(s)}$ del circuit de la **figura 5**.
2. Digueu en quin tipus de filtre s'ha convertit el circuit pel fet de tenir ara en consideració el capacitor d'acoblament.
3. Doneu els paràmetres del filtre (guany màxim en dB i freqüència de tall en Hz).
4. Compareu el guany màxim amb l'obtingut en el **pas 4.2.3** i traieu-ne conclusions.

4.2.5 Estudi de l'amplificador a freqüències superiors a 100 kHz

Com que el model resistiu de petit senyal del BJT (**secció 3.3**) no és exacte i a altes freqüències apareixen efectes paràsits que s'haurien de tenir en compte (**secció 3.4**), caldrà ara estudiar el circuit de la **figura 7** per tal de veure com influeixen aquests efectes sobre la resposta freqüencial de l'amplificador i trobar, per tant, el límit del model resistiu a altes freqüències.

1. Calculeu el valor de la capacitat C_π a partir de l'equació (9) introduïda en la **secció 3.4**.

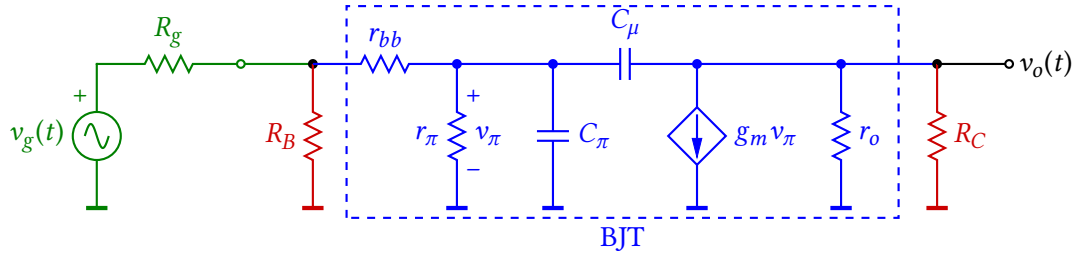


Figura 7: Model de l'amplificador per a altes freqüències

2. Es tracta a continuació de trobar la funció de xarxa del circuit de la figura 7. En aquest sentit, analitzeu el circuit i comproveu que l' $H(s)$ és [†]

$$H(s) = \frac{G_g \cdot G_{th}}{(G_g + G_B) C_\pi} \cdot \frac{s - \frac{g_m}{C_\mu}}{s^2 + \left(\frac{G_{out}}{C_\mu} + \frac{G_{th} + g_\pi + g_m + G_{out}}{C_\pi} \right) s + \frac{(G_{th} + g_\pi) \cdot G_{out}}{C_\pi C_\mu}} \quad (10)$$

on G_{th} correspon a la conductància equivalent de Thévenin del subcircuit format per v_g - R_g - R_B - r_{bb} , i G_{out} és la conductància paral·lel dels resistors r_o i R_C .

i substituint valors queda:

$$H(s) = 3,093 \cdot 10^7 \frac{s - 4,291 \cdot 10^{10}}{s^2 + 2,226 \cdot 10^9 s + 7,780 \cdot 10^{15}} \quad (11)$$

Aquest resultat pot variar lleugerament en funció del arrodoniments i simplificacions que hagueu pres.

3. Fent ús de l'Octave, representeu gràficament el guany del circuit de la figura 7 en funció de la freqüència en Hz. A la dreta del text en color blau trobareu les ordres d'Octave que poden ser útils en cada pas (recordeu que per cada ordre podeu fer «help ordre» per saber com cal invocar-la).

A continuació es detallen els diferents passos a seguir:

- Genereu un vector de freqüències, f , entre 100 Hz i 100 MHz amb escalat logarítmic en base 10 entre mostres. logspace
- Calculeu l'amplificació, $|H(j\omega)|$, a partir de l'expressió (11) abs
- Obteniu el guany (endecibels) log10
- Representeu la gràfica de guany en funció de la freqüència utilitzant un escalat lineal per l'eix d'ordenades i un de logarítmic per l'eix d'abscisses.

Podeu pintar les gràfiques utilitzant Octave, però el resultat queda molt millor si exporteu a un fitxer de text les dades que voleu pintar, i les importeu al Grace. Per exemple, si teniu els valors de freqüència a la variable f i els de guany a la variable G , faríeu el següent: save

```
% Em creo una variable auxiliar amb els vectors columna
% que vull exportar
% *** La notació x(:) col·loca les dades en columna ***
```

[†] Es suggereix que feu l'anàlisi del circuit utilitzant el mètode nodal. Aquest però us resultarà més senzill si previament substituïu el subcircuit format per v_g - R_g - R_B - r_{bb} pel seu model equivalent de Thévenin i treballau amb admitàncies.

```

aux=[f(:) G(:)]
% Exporto aquesta variable a un fitxer de nom «dades.dat»
save -ascii dades.dat aux

```

Finalment importeu les dades al Grace amb l'ordre «xmgrace dades.dat» i les manipuleu de la forma habitual.

De tota manera, si les gràfiques són correctes i es poden interpretar bé, és indiferent el programa que utilitzeu per generar-les.

4. Adjunteu al document creat tant la gràfica obtinguda com el codi «Octave» usat per generar-la.
5. A la gràfica representada llegiu el valor del guany màxim.
6. Compareu el aquest guany amb l'obtingut al pas 4.2.3 i extreieu conclusions.

4.2.6 Estudi de la resposta freqüencial de l'amplificador a totes les freqüències

Fins ara ens les hem arreglat per analitzar el nostre amplificador «per trams» freqüencials, fent en cada tram les aproximacions pertinents. Aquest procediment ens ha facilitat l'anàlisi, però hem perdut una mica la visió de conjunt.

Per tal de recuperar aquesta visió de conjunt, caldria analitzar el circuit complet. Com que això seria una mica tediós, el que es farà és simular el circuit de la figura 8 i validar els resultats amb els que s'han obtingut als apartats anteriors.

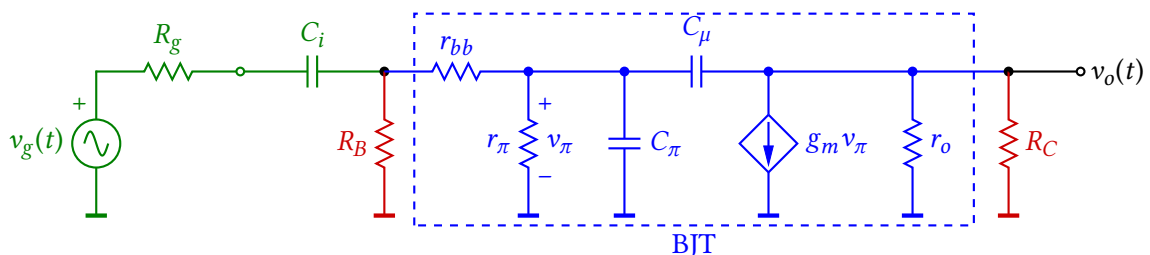


Figura 8: Model de l'amplificador per a totes les freqüències

En aquest sentit, es demana que:

1. Trobeu la corba de guany del circuit de la figura 8 entre 1 Hz i 100 MHz i representeu-la amb escala logarítmica a l'eix d'abscisses i escala lineal a l'eix d'ordenades. *
2. Repetiu l'apartat anterior simulant ara el fitxer RF-model.cir, que conté les ordres necessàries per simular l'amplificador (figura 1) utilitzant el model SPICE del transistor BD547B. Per executar-lo caldrà que us baixeu també el model en si (fitxer BC547B.mod) i que el useu al mateix directori on haureu posat el fitxer anterior.

Reviseu el fitxer per mirar d'entendre'l i verificar que efectivament correspon al circuit sota estudi.

3. Compareu els resultats de les dues simulacions entre si i amb els obtinguts als passos 4.2.4 i 4.2.5, i extreieu-ne les conclusions pertinents.

*Al document *Transparències de simulació de circuits amb GnuCap* (pg.59-64) disponible al web de l'assignatura trobareu informació de com fer la simulació per tal d'obtenir aquest tipus de corbes (Diagrames de Bode).

5 Presentació del treball

El treball el realitzareu atenent-vos a les següents directrius:

- Entregareu un **únic fitxer en format PDF**. No s'acceptaran altres formats.
 - En el fitxer que pugeu **NO hi fareu constar el nom**, sinó només el vostre NIF/NIE.
 - Realitzareu el treball en **processador de textos**, tot i que si és necessari podeu incloure alguna imatge de material escrit a mà i escanejat.
 - Les gràfiques hauran d'estar convenientment etiquetades, amb les llegendes corresponents si és el cas i tenir prou qualitat com per poder llegir els valors del guany a qualsevol freqüència amb precisió suficient.
 - En el document hauran d'estar **inclosos els codis** que heu utilitzat tant en l'estudi del circuit a altes freqüències fet amb l'Octave com el que heu fet servir en les simulacions amb Gnuicap.
-

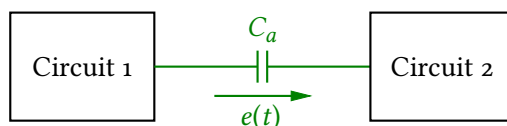
Glossari

BJT

Sigles angleses de *Bipolar Junction Transistor*, Transistor Bipolar d'Unió.

capacitor d'acoblament

Capacitor (C_a en el dibuix) utilitzat per transferir un senyal variable en el temps $e(t)$ d'un circuit a un altre, sense que es vegin modificats els punts de treball en DC d'aquests circuits.



En efecte, com que el capacitor es comporta com un circuit obert a $\omega = 0$, els dos circuits son independents des del punt de vista de la contínua: el punt de treball d'un no afectarà l'altre, i viceversa.

En canvi, el mateix capacitor pot presentar una impedància baixa a la freqüència del senyal $e(t)$, per la qual cosa es transferirà fàcilment entre els dos circuits. Per aquest motiu, normalment el valor d'aquest capacitor és elevat, per tal que la seva reactància, $\frac{-1}{\omega C}$, sigui **molt inferior** a la de les resistències d'entrada i sortida dels circuits, en el marge de freqüències que pot prendre el senyal.

circuit de polarització

Conjunt de fonts d'alimentació, resistències i altres elements de circuit que permeten programar el **punt de treball** d'un dispositiu electrònic com ara el transistor bipolar.

decibel

El decibel (dB), tal com el seu nom indica, és la desena part del bel (B) i correspon a una unitat logarítmica de mesura que expressa la magnitud d'una quantitat física (habitualment potència o tensió) relativa a un valor de referència determinat. Atès que expressa la relació entre dues magnituds del mateix tipus, el decibel és adimensional.

L'expressió que defineix el nombre de decibels que relaciona l'amplitud d'una tensió, $|\overline{V}_2|$, respecte de l'amplitud d'una altra tensió de referència, $|\overline{V}_1|$, és:

$$n \text{ dB} = 20 \cdot \log \frac{|\overline{V}_2|}{|\overline{V}_1|}$$

on es pressuposa que el logaritme és en base 10.

En el cas habitual de que les dues tensions relacionades corresponguin a la tensió de sortida i d'entrada d'un sistema, aleshores aquesta relació es coneix amb el nom de guany del sistema, $G(\omega)$.

guany

És la relació entre l'amplitud del senyal de sortida d'un sistema envers la de l'entrada del mateix expressada en decibels.

En el cas que ens ocupa, com que la sortida i l'entrada del circuit seran tensions, el guany es pot expressar com:

$$G(\omega)(\text{dB}) = 20 \cdot \log \frac{|\overline{V}_{out}|}{|\overline{V}_{in}|} = 20 \cdot \log |H(j\omega)|$$

Podem concloure doncs que el guany del sistema, $G(\omega)$, no és altra cosa que la seva amplificació, $|H(j\omega)|$, expressada en dB.

model en petit senyal

Model circuital d'un dispositiu electrònic que aproxima el comportament del dispositiu en el veïnatge d'un cert **punt de treball**, i que només és vàlid quan les *variacions* de tensions i corrents provocades per l'excitació no fan variar substancialment aquest punt de treball. El model en petit senyal del **BJT** utilitzat en aquest treball s'explica en la **secció 3.3**.

punt de treball

Conjunt de corrents i tensions presents en el terminals d'un dispositiu electrònic, en un instant concret. En alguns textos també rep el nom de *punt «Q»*, on la lletra «Q» prové del mot anglès *Quiescent*, que significa «repòs» o «inactiu», perquè es calcula en absència de les variacions que provoca el senyal d'excitació.

zona activa

Regió de funcionament del BJT en la qual funciona com a amplificador de corrent. Es caracteritza per tenir la unió base-emissor polaritzada en directa ($V_{BE} > 0$) i la unió base-collector polaritzada en inversa ($V_{BC} < 0$, o $V_{CB} > 0$).