

Problemes de Física I
Grau en Enginyeria Física. UPC. Curs 2015-2016
Tema 1. Vectors

1. Donats els vectors $\mathbf{A} = (5, 3, 4)$ i $\mathbf{B} = (6, -1, 2)$, calculeu: a) el seu mòdul; b) els cosinus directors; c) el producte escalar $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$; d) l'angle que formen; e) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ i f) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$.

Solució: a) 7.07 i 6.40; b) (0.71, 0.42, 0.57) i (0.94, 0.-16, 0.31); c) 35; d) 39.3° ; e) (11, 2, 6); f) (-1, 4, 2).

2. Sigui el vector $\mathbf{A} = \mathbf{i} + m\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. Calculeu m per tal que el seu mòdul sigui 3.

Solució: $m = \pm 2$

3. Descomponeu el vector $\mathbf{A} = 5\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$ en les direccions paral·lela i perpendicular al vector unitari $\mathbf{u} = 0.8\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j}$.

Solució: $8\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ i $-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$

4. Els mòduls dels vectors \mathbf{A} i $(\mathbf{A} + \mathbf{B})$ valen respectivament 12 i 10. Si el vector suma $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ forma un angle de 35° respecte \mathbf{A} , determineu el mòdul de \mathbf{B} i l'angle que forma respecte \mathbf{A} . Comproveu que el mòdul de la suma no és igual a la suma dels mòduls dels dos vectors.

Solució: 6.88 i 123.6° .

5. La suma dels vectors \mathbf{A} i \mathbf{B} és un vector \mathbf{C} de mòdul 24 i cosinus directors $1/3, -2/3, 2/3$. A més, les components del vector $3\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ són (7, 9, 3). Quines són les components de \mathbf{A} i \mathbf{B} ?

Solució: $\mathbf{A} = (23/5, -23/5, 7)$ i $\mathbf{B} = (17/5, -57/5, 9)$

6. Determineu x, y i z perquè $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = x\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ i $\mathbf{C} = \mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ siguin mútuament perpendiculars.

Solució: $x = 52, y = 8, z = -34$.

7. Quin angle formen dues diagonals interiors d'un cub ?

Solució: 70.53°

8. Que podem dir dels vectors \mathbf{A} i \mathbf{B} per cadascuna de les següents condicions ? a) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| + |\mathbf{B}|$ i b) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = |\mathbf{A} - \mathbf{B}|$

Solució: a) \mathbf{A} i \mathbf{B} paral·lels; b) \mathbf{A} i \mathbf{B} perpendiculars .

9. Donats els vectors $\mathbf{A} = (2, 1, -3)$ i $\mathbf{B} = (1, 0, -2)$, calculeu un vector unitari que sigui perpendicular a ambdós vectors. Quant val l'àrea del paral·lelogram que té per costats els dos vectors ? Les dimensions són en m.

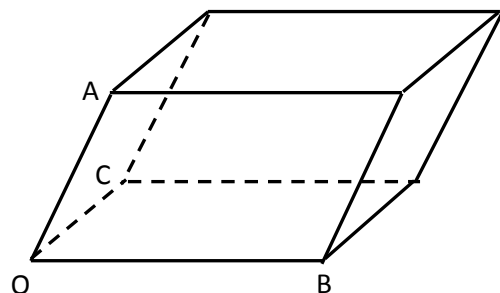
Solució: $\pm(-2, 1, -1) / \sqrt{6}; \sqrt{6} \text{ m}^2$.

10. Les coordenades dels vèrtex d'un triangle són $A(2, 1, 3)$, $B(2, -1, 1)$ i $C(0, -2, 1)$. Determineu l'àrea del triangle i els angles. Les dimensions són en m.

Solució: $3 \text{ m}^2, 40.6^\circ, 108.4^\circ$ i 31° .

11. Determineu el volum del paral·lelepípede de la figura sabent que les coordenades dels punts O, A, B i C són respectivament: $O(1, 0, 2)$, $A(3, 2, 4)$, $B(2, 6, 8)$ i $C(2, -3, 1)$. Les dimensions són en m.

Solució: 20 m^3 .



12. Demostreu que la distància d'un punt P a una recta paral·lela a un vector **A** que passa per un punt Q és: $d = |\mathbf{B} \times \mathbf{A}| / |\mathbf{A}|$, on **B** és el vector que va del punt P al Q. Apliqueu aquest resultat per calcular la distància del punt P = (4, 5, -7) a la recta que passa pel punt Q = (-3, 6, 12) i és paral·lela al vector **A** = 4i - j + 3k.

Solució: 19.5.