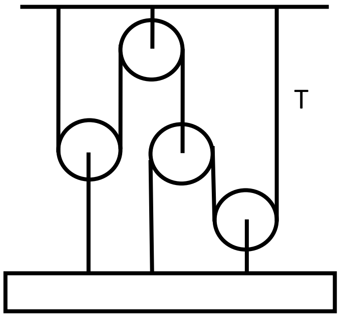
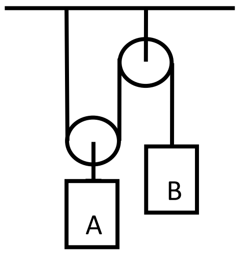
Problemes de Física I
Grau en Enginyeria Física. UPC. Curs 2015-2016
Tema 3. Dinàmica de la partícula

1. Un objecte de massa m_1=1 kg està sobre una taula en contacte, per la seva dreta, amb una altre de massa m_2=2 kg. Si empenyem el primer objecte cap a la dreta amb una força de 3N, de forma que també mou el segon, determineu la força de contacte entre ambdós objectes. Quant valdria la força de contacte si la força de 3N s'aplica cap a l'esquerra i directament sobre el segon objecte ? Considereu que la força de fregament és negligible.
Solució: 2N; 1N.

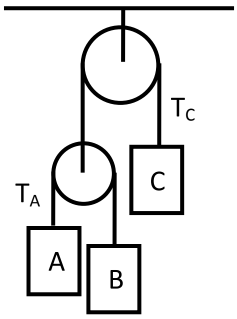


2. Determineu la tensió T de la corda de més a la dreta del sistema de politges i cordes de la figura adjunta. Suposeu que les masses de les politges i les cordes són nul·les, que el sistema està en equilibri i que la massa del bloc és m.
Solució: T = mg/7.

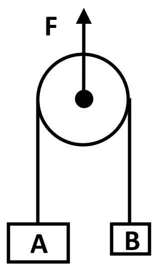
3. Un avió, que parteix del repòs, arrossega dos planadors en sèrie (és a dir un darrera de l'altre). La massa de cadascun d'ells és de 500kg, la força de fregament total del terra i l'aire sobre cadascun és de 2000 N i la tensió màxima que pot suportar el cable que uneix l'avió amb el primer planador és de 20000 N. Si l'enlairament és produeix quan la velocitat és de 150 km/h, determineu: a) l'acceleració màxima, b) la tensió màxima del cable que uneix els dos planadors, c) el recorregut mínim sobre la pista perquè s'enlairin, suposant que l'acceleració màxima és constant.
Solució: a) 16 m/s^2; b) 10000N; c) 54.25 m.



4. Els blocs A i B de la figura tenen una massa de 100 i 40 kg respectivament. Si la massa de les politges és negligible, determineu l'acceleració dels dos blocs i la tensió de la corda.
Solució: a_A = 0.754 m/s^2 baixant; a_B = 1.508 m/s^2 pujant; 452.3 N.

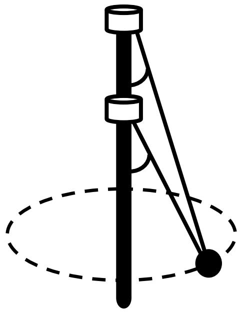


5. Determineu l'acceleració dels blocs A, B i C de la màquina de Atwood doble, que es mostra a la figura. Suposeu que les masses de les politges i les cordes són nul·les. Calculeu també les tensions de les dues cordes. Discutiu que passaria si les masses dels blocs A i B són iguals i la massa del bloc C és la suma de les dels blocs A i B.
Solució: $a_A = (4m_Am_B+m_Am_C-3m_Bm_C)g/(4m_Am_B+m_Am_C+m_Bm_C)$;
$a_B = (4m_Am_B+m_Bm_C-3m_Am_C)g/(4m_Am_B+m_Am_C+m_Bm_C)$;
$a_C = (m_Am_C+m_Bm_C-4m_Am_B)g/(4m_Am_B+m_Am_C+m_Bm_C)$;
$T_A = 4m_Am_Bm_Cg/(4m_Am_B+m_Am_C+m_Bm_C)$;
$T_C = 4m_Am_Bm_Cg/(4m_Am_B+m_Am_C+m_Bm_C)$;
Les acceleracions serien nul·les i $T_A = m_Ag$; $T_C = m_Cg$.

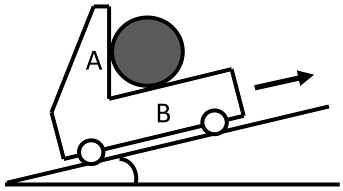


6. Les masses dels cossos A i B de la figura valen respectivament 100 i 50 kg. Si inicialment ambdues masses estan en repòs, determineu la tensió de la corda i l'acceleració de les masses quan s'aplica una força cap amunt de 1500 N. Suposeu que la massa de la politja és negligible.
Solució: 750 N; a_A = 2.3 m/s^2 cap avall; a_B = 5.2 m/s^2 cap amunt.

7. Una persona de massa m, que està sobre una bastida de massa M, estira un extrem d'una corda de massa negligible que passa per una politja, que està per sobre, de forma que, al estar l'altre extrem de la corda lligat a la bastida, el sistema bastida-persona puja per l'acció de la força que fa la persona sobre la corda. Amb quina força ha de tirar la persona de la corda per pujar a una acceleració a ?
Solució: $(m+M)(a+g)/2$.

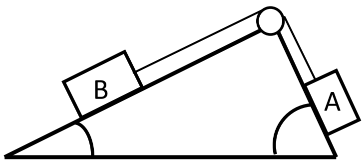


8. Un cos de 10 kg unit a dues cordes gira al voltant d'un pal vertical amb una velocitat de 3m/s segons una trajectòria circular de 1m de radi. Com es mostra a la figura la corda de dalt forma un angle de 35^o respecte el pal, mentre que la de baix forma un angle de 55^o. Determineu les tensions a cada corda.
Solució: 83.8 i 51.2 N.

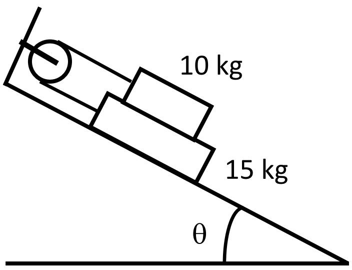


9. La bola de la figura de 25 kg es recolza en un carret, que puja per un pla inclinat de 15^o amb una acceleració de 19.6 m/s^2. Determineu les forces de contacte A i B entre el carret i la bola.
Solució: 573 N; 385 N.

10. En el sistema de la figura el bloc A de 20 kg es troba sobre un pla inclinat de 60^o respecte l'horitzontal i el B, de massa desconeguda, sobre un altre de 30^o. Els coeficients de fregament estàtic i dinàmic de cada bloc amb els plans inclinats valen respectivament 0.3 i 0.25. a) Determineu el valor mínim de la massa del bloc B que faria que el sistema es comencés a moure cap a l'esquerra. b) Un cop el sistema en moviment, determineu l'acceleració del sistema.
Solució: 84.6 kg; 0.39 m/s^2.

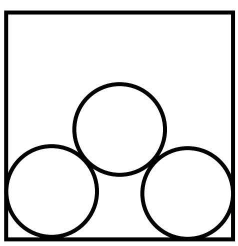


11. Un bloc de 10 kg està sobre un altre de 15 kg de forma que tots dos es troben sobre d'un pla inclinat d'angle desconegut. Si ambdós objectes estan units per una corda que passa per una politja, i el coeficient de fregament estàtic i dinàmic entre totes les superfícies és respectivament 0.3 i 0.25, determineu el valor de l'angle crític del pla inclinat a partir del qual hi haurà moviment. Quant valdria l'acceleració dels blocs si l'angle del pla inclinat fos de 80^o.
Solució: 69.7^o; 1.16 m/s^2.



12. Una atracció de fira consisteix en un cilindre buit vertical de 6m de diàmetre que gira al voltant del seu eix. El cilindre gira amb una velocitat de 30 rpm de manera que les persones que hi ha a dins queden enganxades a la paret sense caure. Quin ha de ser el valor mínim del coeficient de fregament estàtic perquè això passi ?
Solució: 0.33.

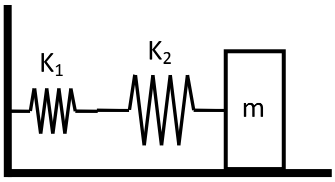
13. Dues esferes de 28 cm de diàmetre i 20.5 kg es posen dins una capsa cúbica de 60 cm de costat. Sobre aquestes es situa una tercera esfera idèntica, de forma que les dues de sota estan en contacte amb les parets de la capsa. Determineu les forces de contacte entre la bola de dalt i una de les de sota, i les forces que fan les parets i el terra sobre les de sota. Suposeu que les forces de fregament són negligibles.
Solució: 122.4 N; 70 N; 301.3 N.



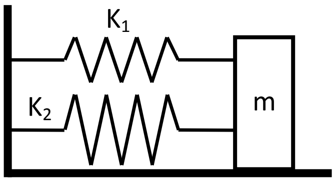
14. El peralt d'una corba de 30 m de radi de curvatura s'ha dissenyat de forma que, en el cas ideal en que no hi hagi fregament, un cotxe que es mogui a 40 km/h no relliscaria. Quant valdria l'angle del peralt ? Suposant que l'angle del peralt és el de l'apartat anterior i el coeficient de fricció estàtic és 0.3, quin hauria d'ésser l'interval de velocitats perquè un cotxe que prengui la corba no llisqui ?
Solució: 22.8^o; 20 km/h i 56 km/h.

15. Un senyor de 80 kg està sobre una plataforma de 40 kg, que a la vegada llisca per un pendent de neu de 30^o. Si el coeficient de fricció dinàmic entre la plataforma i la neu és de 0.4, determineu l'acceleració del sistema persona-plataforma si el senyor no es mou respecte la plataforma. Amb quina acceleració s'haurà de moure el senyor respecte la plataforma perquè aquesta llisqui sobre la neu a velocitat constant.
Solució: 1.5 m/s^2; 2.26 m/s^2 cap avall.

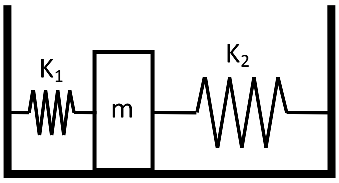
16. Una capsa cúbica de costat l i massa m flota a l'aigua quan l'empenta i el pes s'equilibren. Pel principi d'Arquímedes l'empenta és $\rho l^2 x_0 g$, on ρ és la densitat de l'aigua i x_0 el tros de costat de la capsa que està dins l'aigua. Si respecte la situació d'equilibri empenyem el cub cap avall uns distància x prou petita i el deixem anar el cub oscil·larà respecte la posició d'equilibri segons un mhs.. Determineu la freqüència de les oscil·lacions.
Solució: $[l/2\pi][(\rho g/m)]^{1/2}$.



17. Determineu la freqüència de les oscil·lacions de cada sistema amb dues molles de constants elàstiques k_1 i k_2, que es representen a les tres figures adjuntes. Suposeu que les molles no tenen massa.
Solució: Sistema de dalt: $f=(1/2\pi)[k_1k_2/m(k_1 + k_2)]^{1/2}$; sistemes del mig i de baix $f=(1/2\pi)[(k_1+k_2)/m]^{1/2}$



18. Un cable elàstic es comporta com si fos una molla de constant elàstica 200 kN/m. Si el cable s'utilitza per baixar una caixa forta de 800 kg, que baixa a una velocitat constant de 6 m/s, calculeu l'elongació del cable. Si de cop i volta la caixa s'atura, determineu l'elongació i la tensió del cable. Quina és la freqüència i l'amplitud de les vibracions de la caixa ?
Solució: 0.0392 m; 0.4187 m; 83.74 kN; 2.52 Hz; 0.3795 m.



19. Un cos de 6 kg es mou segons l'eix x per l'acció d'una força dirigida segons aquest eix, i que ve definida en termes de la posició de l'objecte per l'equació: F(x) = (3+2x) (SI). Si a l'instant inicial el punt es troba en repòs a l'origen, determineu: a) les expressions de l'acceleració i la velocitat en termes de x; b) la potència i c) el treball realitzat per la força des de que comença a l'origen fins que arriba al punt x=5cm.
Solució: a) $a=0.5+x/3$ m/s^2; $(x+x^2/3)^{1/2}$; b) $(3+2x)(x+x^2/3)^{1/2}$; c) 152.5mJ.

20. La potència del motor d'un automòbil de 750 kg, que circula per una carretera de pendent nul a una velocitat constant de 54 km/h, és de 10 CV. Determineu: a) la suma de totes les forces de fregament que actuen sobre el cotxe; b) la potència del motor quan el cotxe puja per un pendent d'un 10% a una velocitat constant de 54 km/h; c) la potència necessària perquè baixi a una velocitat constant de 54 km/h per un pendent del 3%. Suposeu que les forces de fregament són constants i valen el mateix per tots els apartats.
Solució: a) 490 N; 25 CV; 5.5 CV.

21. El cable del remuntador d'una estació d'esquí de 30^o de pendent es mou a una velocitat constant de 10 km/h. D'ell pengen unes manetes, d'on s'agafen els esquiadors, que formen un angle respecte la direcció del pendent de 45^o. Si el remuntador pot moure alhora 50 esquiadors de 75 kg cadascun, el coeficient de fregament dinàmic entre els esquis i la neu és de 0.1 i la eficiència del motor és del 80%, determineu la potència del motor.
Solució: 68 kW.

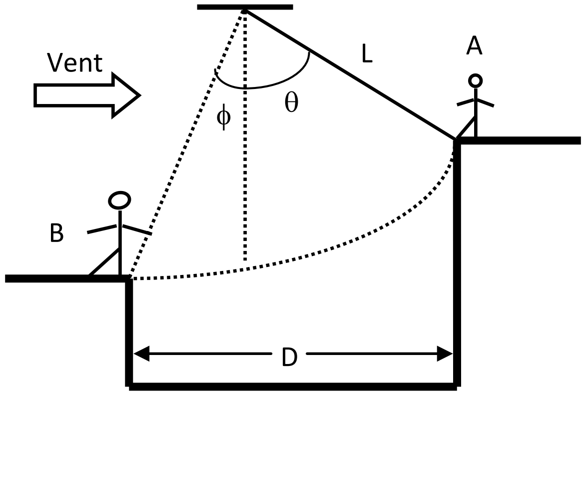
22. Determineu l'energia potencial associada a cadascuna de les forces conservatives que actuen sobre una partícula que es mou segons l'eix x. Preneu com origen d'energies potencials el punt de coordenada x_0:a) $F(x)=ax - bx^3$, $x_0=0$; b) $F(x)=-3x$, $x_0=2$; c) $F(x)=a\sin(\pi x)$, $x_0 = 1$.
Solució: a) $U(x)=bx^4/4-ax^2/2$; b) $U(x)=3x^2/2-6$; c) $U(x)=a(1+\cos(\pi x))/\pi$.

23. Sobre una partícula que està en el punt P(x,y,z) actua una força conservativa **F**(x,y,z). Trobeu les seves components pels casos en que l'energia potencial és U(x,y,z): a) $U(x,y,z)=2x - y^2 + z$; b); b) $U(x,y,z)= A|\mathbf{r}|^2$; on $|\mathbf{r}|$ és el mòdul del vector $\mathbf{r} = x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$; que va del origen al punt P; c) $U(x,y,z)=e^{2x}\cos 3y$.
Solució: a) $\mathbf{F}(x,y,z) =(-2,2y,-1)$; b) $\mathbf{F}(x,y,z) =-2A\mathbf{r}$; c) $\mathbf{F}(x,y,z) = e^{2x} (-2\cos 3y,3\sin 3y,0)$

24. Una partícula es mou en un camp de forces donat per l'expressió: $\mathbf{F} = (2xy+z^3)\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + 3xz^2\mathbf{k}$. a) comproveu que el camp és conservatiu. Per això demostreu que el treball necessari per moure la partícula del punt (0,0,0) al (1,1,1) seguint el camí que va del (0,0,0) al (1,0,0), després al (1,1,0) i finalment al (1,1,1), és el mateix que el que va del punt (0,0,0) al (1,1,1) seguint la recta x=y=z. b) Determineu l'energia potencial, tenint en compte que l'origen d'energies potencials està a l'origen. c) Calculeu el treball per moure la partícula des del punt (0,0,0) al (2,1,3) m.
Solució: b) $-(x^2y+xz^3)$; c) 58 J.

25. Una partícula de 10 kg es mou des del punt A (1,0,0) m fins al B (0,1,2) m per l'acció d'una força conservativa i d'una sèrie de forces no conservatives. Si inicialment la velocitat era de 3 m/s i en el trajecte les forces no conservatives han realitzat un treball de -20J i l'energia potencial associada a la força conservativa és $U(x,y,z) = 10\exp(x^2-y^2)$ J, calculeu a) el treball total de totes les forces i b) la velocitat amb què arriba al punt B.
Solució: a) 3.504 J; b) 3.11 m/s.

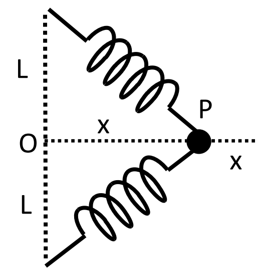
26. Una capsa de 5 kg arriba a l'inici d'un pla inclinat de 30^o al que puja amb una velocitat inicial de 20 m/s. Si els coeficients de fregament dinàmic i estàtic valen respectivament 0.25 i 0.45, determineu: a) la distància que recorrerà sobre el pla abans d'aturar-se. b) Tornarà a baixar pel pla inclinat després d'aturar-se ? En cas afirmatiu quant valdria la velocitat quan arribi al final del pla ?
Solució: a) 28.48 m b) si; 12.58 m/s.



27. Inicialment un nen de 50 kg està situat a la posició A, i vol arribar a la posició B, on hi ha el seu germà gran, ajudant-se d'una corda de longitud L = 40 m, tot superant un fossar d'amplada D = 50 m. Determineu la velocitat mínima a la que s'ha d'impulsar el nen perquè arribi a la posició B, tenint en compte que el vent, que li va en contra, li fa una força constant horitzontal de 110 N i

que l'angle de la corda respecte la vertical és $\theta=50^{o}$. Si els germans decideixen tornar junts a la posició A amb l'ajut de la corda i la massa del germà gran és de 80 kg, determineu la velocitat mínima a la que s'han d'impulsar. Considereu que el vent bufa amb la mateixa intensitat.
Solució: 6.15 m/s b) 9.87 m/s.

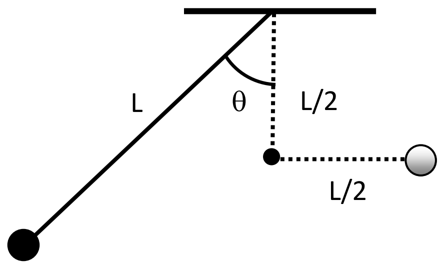
28. Un cos, que inicialment està situat al punt O, està unit a dues molles iguals de longitud natural L i de constant elàstica k. Si, com es mostra a la figura, el cos es desplaça en la direcció de l'eix x una distància x, de forma que ocupa la posició P, determineu: a) la força resultant sobre el cos degut a les molles i b) l'energia potencial. Si L = 1.2 m, k = 40 N/m i x = 0.5 m, determineu c) la velocitat que tindrà el cos quan passi pel punt d'equilibri O, si quan està en P es deixa anar des del repòs. Suposeu que la massa del cos és de 1.18 kg.



Solució: a) $-2kx[1-L/(x^2+L^2)^{1/2}]\mathbf{i}$; b) $kx^2+2kL[L-(x^2+L^2)^{1/2}]$; c) 0.823 m/s.

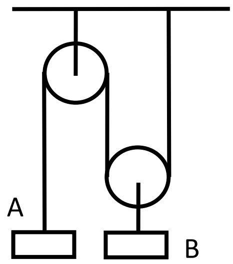
29. Una partícula de massa m està en el punt més alt d'una semiesfera llisa de radi R, que a la vegada descansa sobre una taula. Quan desplacem lleugerament la partícula de la seva posició inicial comença a lliscar sobre la superfície de la semiesfera. La posició de la partícula queda determinada en cada instant pel angle θ que forma el radi vector que va del centre de la semiesfera a la partícula amb la vertical. Si prenem la taula com origen d'energies potencials, trobeu: a) les expressions de les energies potencial i cinètica en funció de l'angle; b) les expressions de les acceleracions tangencial, normal i total; c) l'expressió de la força normal; d) l'angle pel que la partícula deixa d'estar en contacte amb la semiesfera. Quant valdria l'acceleració total en aquest cas ?
Solució: a) $E_p=mgR\cos\theta$; $E_k=mgR(1-\cos\theta)$; b) $a_t=g\sin\theta$; $a_n=2g(1-\cos\theta)$; $a=g[\sin^2\theta +4(1-\cos\theta)^2]^{(1/2)}$; c) $mg(3\cos\theta -2)$; d) 48.2°; g.

30. Una bola de 2 kg penja d'una corda de 1 m de longitud efectuant un moviment pendular. Quan la bola parteix del repòs la corda forma una angle θ respecte la vertical i quan passa per la vertical toca un clau de forma que posteriorment el moviment és també pendular però de longitud 0.5 m. Suposant que no hi ha cap pèrdua d'energia quan la corda toca el clau, determineu: a) l'angle inicial θ perquè la bola arribi a la posició 2 (posició horitzontal). b) Quant val la tensió just abans i just després que toqui el clau.



Solució: a) 60^{o}; b) 39.2 N i 58.8 N.

31. El sistema de la figura està format per dos blocs A i B de la mateixa massa i dues politges i una corda de massa negligible. Com s'indica a la figura, inicialment els dos blocs estan a la mateixa alçada sobre el terra. Si respecte aquesta situació es deixa anar el sistema, determineu la velocitat del bloc A en el moment en que la separació relativa entre ambdós blocs és h.
Solució: $[8gh/15]^{1/2}$.



32. Una partícula es mou segon l'eix x per l'acció de la força $F(x) =-16x+8x^3$ (SI). a) Determineu la funció energia potencial tenint en compte que l'origen d'energia potencial està a l'origen. b) Representeu gràficament la funció energia potencial. c) Analitzeu el moviment de la partícula per diversos valors de l'energia total E. d) Determineu els punts de retorn per E = 4J i e) E = -4J.

Solució: a) $U(x) = 2x^2(4-x^2)$; c) Si E>8 J partícula lliure, si 0<E<8 J depenent de les condicions inicials, hi ha dos punts de retorn o moviment periòdic amb dos punts de retorn, si E<0 moviment limitat amb dos punts de reton; d) -1.848; -0.765; 0.765; 1.848; e) -2.109; 2.109.

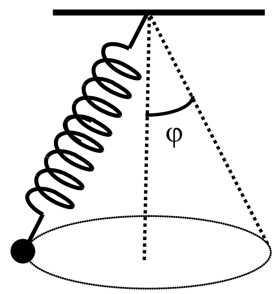
33. Una partícula es mou segon l'eix x per l'acció de la força $F(x) = 20x-20x^3$ (SI). a) Determineu la funció energia potencial tenint en compte que l'origen d'energia potencial està a l'origen. b) Representeu gràficament la funció energia potencial indicant els màxims, mínims i zeros de la funció, i els valors del potencial per aquests casos. c) Analitzeu qualitativament el moviment de la partícula per diversos valors de l'energia total E

Solució: a) $U(x) = 5x^2(x^2-2)$ J; J; b) zeros: x = 0, ±√2, màxim x = 0 (U(0) = 0) i mínims x = ±1 U(±1) = -5 J; c) Si E>0 el moviment està limitat entre dos punts de retorn, si -5 <E<0 moviment limitat entre dues regions separades per una barrera, si E<-5 no hi ha moviment.

34. Un collaret de 2.5 kg de massa, que està unit a una molla, es mou lliscant entre els punts A (0,0,0.9) m i B (0,1.5,0) m d'una barra fixa. Si la molla està fixada al punt (1.2,0,0) i la velocitat del collaret quan passa pel punt A és 1.8 m/s i quan ho fa pel B 2.4 m/s, calculeu l'energia perduda pel fregament. La longitud natural i la constant elàstica de la molla valen respectivament 0.9 m i 30 N/m.

35. Una capsa de 5 kg es mou per una superfície horitzontal amb una velocitat inicial de 3.5 m/s cap a una molla de constant elàstica 250 N/m que es troba a 3 m de distància. Si el coeficient de fregament dinàmic és de 0.2, determineu el mínim coeficient de fregament estàtic necessari perquè la capsa no reboti quan xoca amb la molla.

Solució: 0.34.

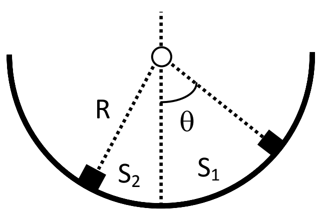


36. Una partícula de 0.2 kg està lligada a una molla d'espiral de massa negligible, de 50 cm de longitud natural i de constant recuperadora 50 N/m. Si es fa girar el sistema partícula-molla com si fos un pèndol cònic amb una velocitat angular constant de 60 rpm, calculeu: a) L'elongació de la molla; b) l'angle φ que forma l'alçada del conus amb la seva generatriu.

Solució: a) 9.376 cm; b) 65.29°.

37. El període d'un pèndol simple és de 1.3 s. Si la velocitat màxima és de 0.4 m/s, determineu: a) la longitud, b) l'amplitud del moviment en graus i b) l'acceleració tangencial màxima.

Solució: a) 0.42m; b) 11.3°; c) 1.93 m/s^2.



38. Una partícula de massa m llisca sense fregament per l'interior d'una closca semiesfèrica de radi R. Demostreu que el moviment de la partícula és el mateix que si estigués lligada a un fil de longitud R. Es deixen anar, tot partint del repòs, dues partícules des de les posicions indicades a la figura $s_1 = 2s_2$ (molt menors que R). En quin punt xocaran les partícules ?

Solució: Al fons.

39. Determineu la posició del mínim x_0 de la funció energia potencial $U(x) = 24x^2e^{-2x}$ (SI). La funció U(x) es pot aproximar, per punts que estant al voltant de la posició del mínim, per l'expressió quadràtica $U(x)=U(x_0)+½(d^2U/dt^2)_{x0}(x-x_0)^2$, on $U(x_0)$ és el valor de la funció per x_0 i $(d^2U/dt^2)_{x0}$ és el valor de la derivada segona al punt x_0. Determineu els valors de les dues quantitats. Determineu la freqüència de les petites oscil·lacions d'una partícula de 1 kg que es

mogui al voltant del mínim d'aquest camp de forces. Per això compareu l'aproximació anterior amb la de l'energia potencial d'un oscil·lador harmònic simple.
Solució: x_0=0; $U(x_0)$=0, $(d^2U/dt^2)_{x0}$=48 N/m; 1.10 Hz.

40. L'energia potencial d'interacció entre dues molècules monoatòmiques iguals ve donada per l'expressió: $U(r) = U_0[(r_0/r)^{12}-2(r_0/r)^6]$, on r_0 i U_0 són dues constants positives i r és la distància intermolecular. Determineu la posició del mínim de l'energia potencial i el valor de l'energia potencial en aquest punt en funció de U_0 i r_0. Quant val el període de les oscil·lacions al voltant d'aquesta posició en funció de U_0, r_0 i la massa m de les molècules ?
Solució: $r = r_0$ i $U(r) = -U_0$; $T = 2\pi(mr_0^2/72U_0)^{1/2}$.

41. L'elongació d'un oscil·lador harmònic feblement amortit és $x(t) = A_0e^{-\beta t}\sin(\omega t+\psi)$, on $\omega =[\omega_0^2-\beta^2]^{1/2}$. Demostreu que les constants A_0 i ψ es poden expressar en termes de l'elongació i la velocitat inicials x_0 i v_0 en la forma: $A_0 = [x_0^2+[(\beta x_0+v_0)/\omega]^2]^{1/2}$ i $\psi=\text{arctg}[\omega x_0/(\beta x_0+v_0)]$.

42. Un oscil·lador harmònic feblement amortit de freqüència angular natural ω_0 = 15 rad/s i amb un paràmetre d'amortiment β = 9 rad/s, està inicialment en la seva posició d'equilibri x_0 = 0 movent-se amb una velocitat v_0 = 60 cm/s en sentit positiu. Determineu a) l'equació de l'elongació en funció del temps; b) el desplaçament màxim respecte la posició d'equilibri i c) el temps necessari perquè l'amplitud de les oscil·lacions es redueixi al 0.1 % del màxim valor determinat anteriorment
Solució: a) $x(t) = 5e^{-9t}\sin(12t)$ cm; b) 1.995 cm; c) 0.870 s.

43. Un cos de 2 kg, que descansa sobre una superfície horitzontal, està unit a una molla de 200 N/m de constant elàstica. Degut al fregament, s'observa que en 1s l'amplitud de les oscil·lacions es redueix en un factor 10. Si el moviment és harmònic feblement amortit, determineu: a) el paràmetre β i el coeficient γ d'amortiment; b) la freqüència i el període de les oscil·lacions. Si a l'instant inicial el cos es desplaça 30 cm, en el sentit positiu respecte la posició d'equilibri, i es deixa anar amb una velocitat nul·la, c) determineu l'equació de l'elongació en funció del temps.
Solució: a) 2.3 s^{-1}; 9.2 kg/s; b) 1.55 Hz; 0.645 s; c) $x(t) = 30.83e^{-2.3t}\sin(9.73t+1.34)$ cm.

44. Dos cossos units entre si, un de massa M=100 g i l'altre de massa m=30 g, pengen del sostre amb una molla de constant elàstica K=25 N/m. Si el sistema està en repòs i en un determinat moment es retira la massa m, la massa M es mou segons un moviment oscil·latori lleugerament amortit. Degut al fregament amb l'aire, l'oscil·lador perd un 3% d'energia en cada oscil·lació Determineu: a) l'energia total (cinètica més elàstica) amb la que comença a oscil·lar el cos, b) el paràmetre d'amortiment i c) el temps necessari per a que l'energia es redueixi a la quarta part del valor inicial.
Solució: a) 1.73 mJ; b) 0.0378 rad/s; c) 18.36 s.

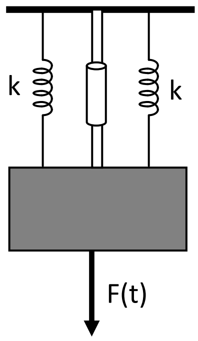
45. Quan es toca la nota do-central d'un piano (262 Hz) s'observa que la meitat de l'energia es dissipa en 4 segons. Determineu la pèrdua d'energia en cada cicle i el factor de qualitat.
Solució: $6.61\text{x}10^{-4}$; 9500.

46. L'equació de l'elongació d'un oscil·lador harmònic sobreamortit és $x(t) = A_1e^{-\Omega t} + A_2e^{-\Omega' t}$, on $\Omega = \beta + [\beta^2-\omega_0^2]^{1/2}$ i $\Omega' = \beta - [\beta^2-\omega_0^2]^{1/2}$. Demostreu: a) que les constants A_1 i A_2 es poden expressar en termes de l'elongació i la velocitat inicials x_0 i v_0 en la forma: $A_1=-(v_0+\Omega' x_0)/(\Omega-\Omega')$ i $A_2=(v_0+\Omega x_0)/(\Omega-\Omega')$. Pel cas de l'amortiment crític l'equació és $x(t) = (A_0 + A_1t)e^{-\beta t}$, on $\beta = \omega_0$. Comproveu: b) que A_0 i A_1 es poden expressar en termes de l'elongació i la velocitat inicials x_0 i v_0 en la forma: $A_0=x_0$ i $A_1=v_0+\beta x_0$.

47. Un cotxe de 1166 kg, que es mou a una velocitat de 8 km/h, xoca amb una paret. Si la col·lisió es pot modelar com un moviment harmònic sobreamortit, amb una constant elàstica de 116.7 kN/m i un coeficient γ d'amortiment de $43.8\text{x}10^3$ kg/s, determineu a) l'acceleració del cotxe al xocar i b) el temps necessari perquè l'elongació sigui màxima. Determineu els valors de l'elongació i l'acceleració en aquest instant. Suposeu que quan es produeix el xoc la molla no està ni estirada ni comprimida.
Solució: a) 83.6 m/s^2; b) 78.5 ms; -5.12 cm; 5.07 m/s^2.

48. Un sac de 300 kg cau des d'una alçada de 2.5 m sobre una plataforma horitzontal de massa negligible. Sota aquesta hi ha un sistema molla-amortidor que treballa en condicions d'amortiment crític, de forma que un cert temps després del impacte, la nova posició d'equilibri de la plataforma amb el sac està a 12.1 cm per sota de la posició d'equilibri quan no hi havia el sac. Determineu: a) la constant elàstica de la molla i el coeficient d'amortiment γ. b) Es superarà la nova posició d'equilibri després del xoc ? En cas afirmatiu determineu la distància màxima que baixa la plataforma respecte la posició d'equilibri.
Solució: a) 24 298 N/m; 5400 kg/s b) si; 20.1 cm.

49. Un bloc de 30 kg de massa penja de dues molles de 1500 N/m de constant elàstica i un amortidor amb un coeficient γ d'amortiment 300 kg/s. Si sobre ell s'aplica una força periòdica de F(t) = 300sin(5t) N, determineu: a) l'amplitud de les oscil·lacions en el règim estacionari, b) l'angle de desfasament entre la força i el desplaçament. c) Si es varia la freqüència de la força impulsora, per quin valor es produiria ressonància en amplitud, i quant valdran l'amplitud de les oscil·lacions i l'angle de desfasament ?
Solució: a) 11.1 cm; b) 33.69^o; c) 1.125 Hz; 11.55 cm; 54.73^o.



50. Un automòbil de 1000 kg, que transporta 4 passatgers de 80 kg, es desplaça per una carretera on hi ha un conjunt de sots disposats de manera regular cada 5 m. Al passar pels sots el cotxe oscil·la, i s'observa que l'amplitud de les oscil·lacions és màxima quan el cotxe es mou a una velocitat de 20 km/h. Si l'automòbil es deté i els quatre passatgers surten, determineu quant pujarà la carrosseria en la seva suspensió degut a aquesta reducció de pes.
Solució: 4.875 cm.

51. Es penja un objecte de 2 kg de massa de l'extrem inferior d'una molla de massa negligible. En aquestes condicions, la molla s'allarga 6 cm. A continuació, es fa actuar un generador de vibracions (força impulsora) en l'extrem superior de la molla, que fa que aquest extrem es mogui segons un moviment harmònic simple de 1 mm d'amplitud. Si el factor de qualitat del sistema és Q = 20, a) quina haurà de ser la freqüència de les oscil·lacions produïdes pel generador per tal que sigui màxima l'amplitud de les oscil·lacions de l'objecte? b) Quant valdrà aquesta amplitud màxima? c) Si la freqüència de la força impulsora és $\omega_F=2\omega_0$, quina serà l'amplitud de les oscil·lacions de l'objecte?
Solució: a) 2.03 Hz; b) 2cm; c) 1.33 mm

52. Un objecte de 1.5 kg, unit a una molla de 600 N/m, perd un 3% d'energia en cada cicle. Si el sistema s'impulsa amb una força externa sinusoïdal de valor màxim 0.5 N, determineu: a) el factor de qualitat; b) la freqüència angular natural o de ressonància; c) l'amplada de la ressonància; d) l'amplitud a la ressonància; e) l'amplitud si la freqüència angular impulsora és de 19 rad/s.
Solució: a) 209; b) 20 rad/s; c) 0.096 rad/s; d) 17.4 cm; e) 0.85 cm.