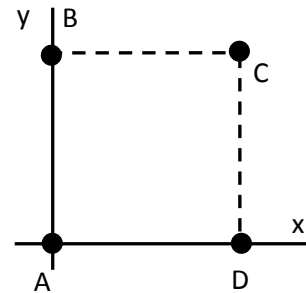


Problemes de Física I
Grau en Enginyeria Física. UPC. Curs 2015-2016
Tema 7. Dinàmica d'un sistema de partícules

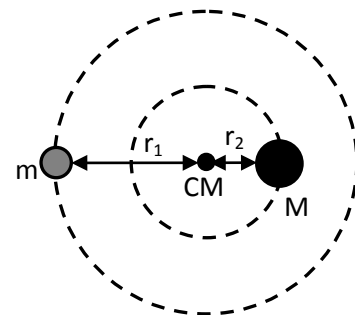
1. Trobeu les coordenades del centre de masses del sistema format per les quatre partícules que ocupen els vèrtex del quadrat de 2 m de costat de la figura adjunta. La massa de cada partícula és: $m_A=1$ kg, $m_B=2$ kg, $m_C=3$ kg i $m_D=4$ kg.
 Solució: (1.4,1) m.



2. Dos partícules de 2 i 3 kg, inicialment en repòs, estan situades als punts (3,-1,2) m i (4,0,1) m. Si sobre la primera s'aplica una força constant de (3,0,4) N i sobre la segona una de (2,3,-2) N, determineu la posició del centre de masses i la quantitat de moviment 3 s després que comenci el moviment.
 Solució: (8.1,2.3,3.2) m; (15,9,6) N.s.

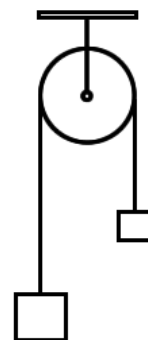
3. Tres partícules de 2, 3 i 1 kg es mouen respectivament amb unes velocitats de (3,-2,6) m/s, (0,3,-2) m/s i (1,-1,-3) m/s. Calculeu: a) la velocitat del centre de masses, b) la quantitat de moviment total i c) la velocitat de les partícules respecte el centre de masses.
 Solució: a) (7/6,2/3,1/2) m/s; b) (7,4,3) N.s; c) (11/6,-8/3,11/2) m/s; (-7/6,7/3,-5/2) m/s i (-1/6,-5/3,-7/2) m/s.

4. Les dues estrelles que es mostren a la figura, de masses M i m , estan en tot moment separades una distància d i giren en òrbites circulars al voltant del seu centre de masses. Determineu el seu període.
 Solució: $2\pi d\{d/[G(M+m)]\}^{1/2}$



5. Tres masses, cada una de 0.2 kg, estan situades en els vèrtexs d'un triangle equilàter de 10 cm de costat. Calculeu el moment d'inèrcia del sistema respecte un eix perpendicular al pla del triangle i que passa per: a) un vèrtex; b) el punt mitjà d'un costat i c) el centre de masses.
 Solució: a) 4×10^{-3} kgm²; b) 2.5×10^{-3} kgm²; c) 2×10^{-3} kgm².

6. Les masses del dispositiu de la figura valen M i $2M$. Si inicialment estan en repòs, determineu l'acceleració del centre de masses del sistema.
 Solució: 1.09 m/s².

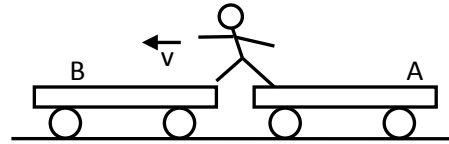


7. En un instant determinat dues partícules de 2 i 3 kg tenen, respecte un observador inercial, els següents vectors posició i velocitat: la de 2 kg (1,1,-1) m i (1,1,1) m/s i la de 3 kg (2,-3,0) m i (3,-2,-1) m/s. Determineu el moment angular del sistema respecte el centre de masses.
 Solució: (13.2,4.8,6) J.s

8. Un tauló de fusta de 15 kg i 12 m de longitud sura sobre un llac. Si en un dels seus extrems hi ha una persona de 75 kg, que camina sobre el tauló a una velocitat de 1 m/s (respecte un observador que està a la vora del llac) fins que arriba a l'altre extrem, determineu la velocitat del tauló i la distància recorreguda pel senyor sobre el llac. Suposeu que inicialment el senyor i el tauló estan en repòs i que les forces de fricció són negligibles.
 Solució: 5 m/s; 2 m.

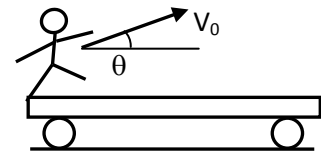
9. Dos amics A i B de 80 i 120 kg de massa estan dins una barca de 60 kg que està en repòs. Inicialment B està en el centre de la barca i A està a 2 m i a l'esquerra de B. Determineu en quant es desplaça la barca si A i B decideixen canviar les seves posicions. Supposeu que les forces de resistència de l'aigua sobre la barca són negligibles
Solució: 0.31 m a la dreta.

10. Un noi de 75 kg, que inicialment estava aturat, salta des d'una vagoneta A de 50 kg, que inicialment també estava en repòs, a una altra B de la mateixa massa, que també estava aturada. Si la velocitat amb la que fa el salt (relativa a la primera vagoneta) és de 3 m/s, determineu la velocitat de la vagoneta A i la del noi respecte el terra just després del salt. Quant val la velocitat de la segona vagoneta en el moment en que el noi cau sobre ella. Supposeu que les forces de fregament són negligibles.



Solució: 1.8 m/s cap a la dreta; 1.2 cap a l'esquerra; 0.72 m/s cap a l'esquerra.

11. Un nen de 35 kg de massa està de peu a l'extrem d'un carretó de 70 kg que inicialment està aturat i que pot rodar sense fregament. En un determinat moment el nen fa un salt amb una velocitat i angle de sortida, respecte el terra, de 5 m/s i 30°. Poc temps després el nen cau a l'altre extrem del carretó. Determineu:



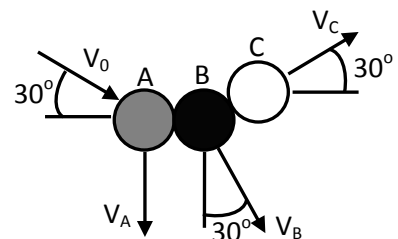
a) la velocitat del carretó mentre el nen no hi contacta, b) la distància recorreguda pel nen respecte el terra, c) la distància recorreguda pel carretó respecte el terra i la seva longitud, d) la velocitat del carretó, un cop el nen hi contacta de nou.

Solució: a) 2.17 m/s en sentit contrari al del nen; b) 2.21 m; c) 1.11 m i 3.32 m; d) 0.

12. Una persona de 100 kg puja per una corda que penja d'un globus de 500 kg. Es consideren dos instants de temps diferents; en el primer la distància relativa entre els centres de masses del globus i la persona és de 30 m, i en el segon aquesta distància és de 6 m. Quina distància ha pujat la persona? Supposeu que en tot moment l'empenta del globus compensa el pes total del sistema (globus i persona) i que la velocitat del centre de masses total (globus i persona) en el primer instant considerat és nul·la. Quant val la velocitat del globus si la persona puja a un ritme de 0.4 m/s.

Solució: 20 m; -0.08 m/s cap avall.

13. En una taula de billar la bola A, que es mou a una velocitat $v_0 = 2$ m/s en la direcció que es mostra a la figura, xoca amb altres dues de la mateixa massa que estan en repòs. Si després del xoc les boles es mouen segons els angles que s'indica a la figura, determineu els valors de les velocitats de les tres boles. Supposeu que el xoc és elàstic.

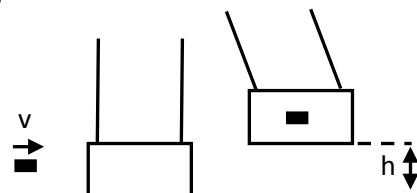


Solució: $v_A = 1$ m/s; $v_B = 0.866$ m/s; $v_C = 1.5$ m/s.

14. Una bala de 10 g, que inicialment es movia a una velocitat de 350 m/s, travessa un objecte de 2 kg que estava en repòs. Si la velocitat final de la bala és de 150 m/s, determineu: a) la velocitat de l'objecte després de l'impacte i b) l'energia dissipada en el xoc.

Solució: a) 1 m/s; b) 499 J.

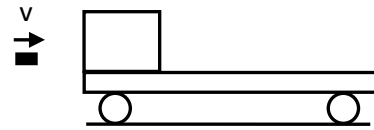
15. Un pèndol balístic consisteix en un bloc que penja d'uns fils, sobre el qual es fa incidir un projectil que queda incrustat en ell. A partir de l'alçada màxima h assolida pel



bloc després de l'impacte es pot calcular la velocitat que tenia el projectil inicialment. Si una bala de 15 g incideix sobre un bloc de 5 kg, arribant el conjunt a una alçada màxima de 3 cm sobre l'alçada inicial, determineu la velocitat inicial de la bala?

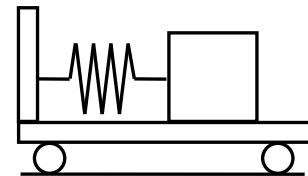
Solució: 256 m/s.

16. Un bloc de massa $m_1 = 1$ kg està en un dels extrems d'una vagoneta lleugera de massa $M = 4$ kg que es pot moure sense fregament per sobre d'una superfície llisa. Inicialment tan el bloc com la vagoneta estan en repòs. En un determinat moment es dispara sobre el bloc un projectil de massa $m_0 = 0.05$ kg, que es mou a una velocitat de 250 m/s, i que després de l'impacte queda encastat dins el bloc. Determineu: a) la velocitat del bloc després de l'impacte. Després de la col·lisió el bloc llisca sobre la vagoneta fins que s'atura (respecte la vagoneta) degut a les forces de fricció. Si el coeficient de fregament dinàmic entre el bloc i la vagoneta és de 0.8, determineu: b) la distància recorreguda pel bloc sobre la superfície de la vagoneta i la velocitat final del sistema bloc-vagoneta.



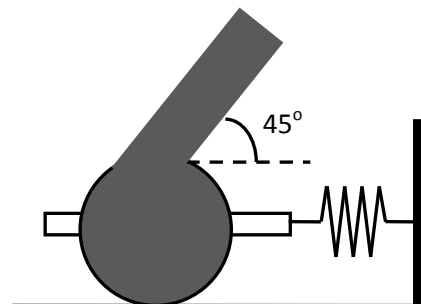
Solució: a) 11.9 m/s; b) 7.15 m i 2.47 m/s.

17. Un bloc de 50 kg està en contacte amb una molla de constant elàstica 300 N/m i massa negligible, que s'ha comprimit una longitud de 0.2 m. Si el conjunt està sobre una vagoneta de 75 kg, determineu la velocitat del bloc i la vagoneta. Suposeu que les forces de fregament són negligibles.



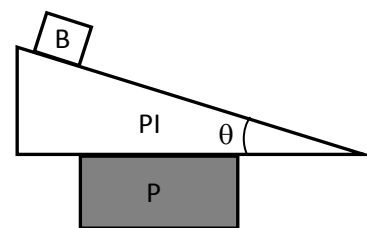
Solució: 0.379 m/s cap a la dreta; 0.253 cap a l'esquerra.

18. Un canó de 5000 kg amb rodes es pot moure horitzontalment. Per reduir al màxim el retrocés, el canó està lligat a la paret amb una gran molla de constant elàstica 2×10^4 N/m. Si es dispara un projectil de 200 kg a una velocitat relativa al canó de 125 m/s sota un angle de 45° , determineu: a) la velocitat de retrocés del canó i b) l'elongació i la força màximes de la molla.



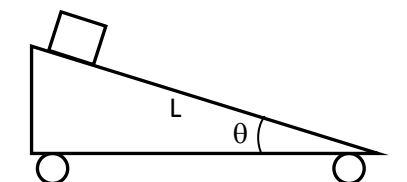
Solució: a) 3.4 m/s; b) 1.7 m i 3.4×10^4 N.

19. Un bloc B de massa m_1 baixa per un pla inclinat PI de massa m_2 i angle respecte l'horitzontal θ , que a la vegada descansa sobre una plataforma P, de forma que el pla inclinat PI no es mou. Si la força de fregament entre el pla inclinat i el bloc és negligible, determineu les components vertical i horitzontal de la força que fa la plataforma sobre el pla inclinat.



Solució: $(m_1 \cos^2 \theta + m_2)g$ cap amunt; $m_1 g \sin \theta \cos \theta$ cap a la dreta.

20. Un bloc de massa m es deixa caure per un pla inclinat de longitud L , massa M i angle θ que es pot moure lliurement per un pla horitzontal. Suposant que no hi ha cap tipus de fricció, i inicialment el bloc està en repòs dalt del pla inclinat, determineu: a) les components de la velocitat del pla inclinat i el bloc quan aquest ha recorregut tota la longitud L , b) les distàncies horitzontals recorregudes pel bloc i el pla; c) es conserva l'energia?



Solució: a) velocitat pla inclinat: $V_x = - [2gLm^2 \sin\theta \cos^2\theta / \{(M+m)(M+m \sin^2\theta)\}]^{1/2}$; velocitat bloc: $v_x = [2gLm^2 \sin\theta \cos^2\theta / \{(M+m)(M+m \sin^2\theta)\}]^{1/2}$ i $v_y = [2gL(M+m) \sin^3\theta / (M+m \sin^2\theta)]^{1/2}$; b) $X = -mL \cos\theta / (M+m)$; $x = ML \cos\theta / (M+m)$; c) Es conserva l'energia.

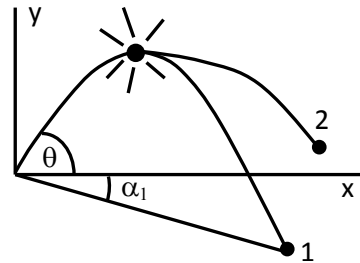
21. En un vagó de tren de massa M hi ha un pèndol simple de massa m i longitud L , que inicialment estan en repòs. Si el pèndol s'inclina un angle θ_0 respecte la vertical, i es deixa anar, calculeu la velocitat del vagó quan l'angle del pèndol sigui $\theta < \theta_0$.

Solució: $V = [2m^2gL(\cos\theta - \cos\theta_0)\cos^2\theta / \{(M+m)(M+m \sin^2\theta)\}]^{1/2}$.

22. Una bomba de 10 kg, que inicialment cau verticalment amb una velocitat de 10 m/s, explota i es divideix en dos trossos de 8 i 2 kg respectivament. Si el tros més petit es mou horitzontalment i cap a l'esquerra amb una velocitat de 20 m/s, calculeu: a) la velocitat del tros gran i b) l'energia de l'explosió. Considereu que la força gravitatòria és negligible amb les forces internes de l'explosió.

Solució: a) 13.46 m/s, a 21.8° de la vertical; b) 625 J.

23. Es dispara un projectil de 10 kg amb una velocitat inicial de 500 m/s i un angle θ respecte l'horitzontal de 40° . En un moment donat explota en dos trossos de 6.5 kg i 3.5 kg. El més gran arriba al terra 54 s després del tret inicial i a una distància de 26.5 km del canó formant un angle $\alpha_1 = 20^\circ$ (veure figura) respecte la línia de foc. Determineu la posició del segon fragment en aquest instant.

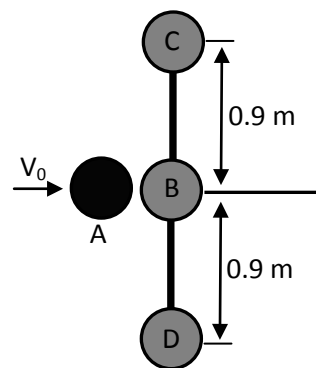


Solució: (12.84, 8.76, -16.83) km.

24. Els vectors posició de dues partícules de 1 kg són: $r_1(t) = (2, t^2, 0)$ m i $r_2(t) = (1, t, 0)$ m. Determineu a) el moment angular L i el de les forces resultants N respecte l'origen. Es verifica la relació $dL/dt = N$? b) Feu el mateix si els moments es prenen respecte la partícula 1; c) respecte la partícula 2 i d) respecte el centre de masses.

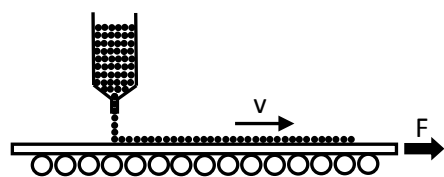
Solució: a) $(4t+1)k$ kgm^2/s ; $4k$ N.m; si; b) $(2t-1)k$ kgm^2/s ; 0; no, ja que la partícula 1 està accelerada; c) $(2t-1)k$ kgm^2/s ; $2k$ N.s; si, ja que la partícula 2 es mou a velocitat constant; d) $(2t-1)/2 k$ kgm^2/s ; k N.s; si, ja que és el centre de masses.

25. Quatre discs A, B, C i D de masses $m_A = m_B = m_C = 7.5$ kg i $m_D = 15$ kg es poden moure lliurement (sense fricció) per sobre d'una superfície. Com s'indica a la figura, els discs B, C i D estan connectats amb dues varetes de 90 cm i massa negligible. Inicialment A es mou amb una velocitat de $(12, 0, 0)$ m/s i xoca frontalment amb B, que junt amb els altres dos estan en repòs. Després de l'impacte les velocitats de cada disc són: $v_A = (2.5, 0, 0)$ m/s, $v_B = (2.5, 0, 0)$ m/s, $v_C = (v_C, 0, 0)$ i $v_D = (v_D, 0, 0)$. Determineu els valors de v_C i v_D i la quantitat d'energia perduda.



Solució: 3.5 m/s; 1.75 m/s; 424.2 J.

26. S'utilitza una tremuja per fer caure verticalment a un ritme de 10 kg/s grans de blat sobre una cinta transportadora. Determineu la força i la potència del motor, que impulsa la cinta, perquè aquesta es mogui a una velocitat constant de 0.5 m/s.



Solució: 5N i 2.5 W.

27. Un coet de 5 t, dels que 4 t corresponen a combustible, expulsa els gasos a una velocitat relativa al coet de 800 m/s. Calculeu el ritme d'expulsió perquè a l'instant inicial el coet acceleri a 30.2 m/s^2 . Suposant que aquest ritme es manté constant, determineu el valor de la velocitat un cop s'hagi exhaurit tot el combustible.

Solució: 250 kg/s; 1131 m/s.

28. Un coet de dues seccions funciona de forma que quan s'exhaureix el combustible de la primera, aquesta es desprèn, i es posa en marxa la segona. La massa de la primera secció és de 40 t, de les que 36 t corresponen a combustible, mentre que la de segona és de 2 t, de les que 1.8 t són de combustible. El coet mou una càrrega de 300 kg, i el seus motors expulsen els gasos a una velocitat relativa al coet de 2400 m/s. Suposant que els efectes gravitatoris son negligibles comparats amb l'empenta del coet, determineu la velocitat del coet quan s'acaba la primera i la segona seccions. Quant valdria la velocitat final si el coet tingués una única secció de 42 t, de les que 37.8 corresponen a combustible ?

Solució: 4570 m/s; 8232 m/s; 5378 m/s.

29. En el reactor d'un avió, que es mou horitzontalment a una velocitat constant de 540 km/h, el procés d'admissió d'aire es realitza a un ritme de 60 kg/s. Posteriorment aquest es comprimeix i s'injecta a una cambra on té lloc la combustió de l'aire amb el combustible que entra a un ritme de 2 kg/s. Posteriorment els gasos resultants passen a una turbina que els empeny a l'exterior a una velocitat relativa a l'avió de 1620 km/h. Determineu l'empenta del reactor.

Solució: 18.9 kN.

30. Una cadena de longitud L i massa M descansa sobre el terra. Si tirem cap amunt d'un dels seus extrems, de manera que les baules només es mouen quan no estan en contacte amb el terra, determineu les expressions de la força i la potència, en funció de la longitud x del tros de la cadena que s'ha aixecat, de forma que les baules pugin a velocitat constant v . Un cop la cadena ha pujat, de forma que la darrera baula està en contacte amb el terra, es deixa caure per acció del seu propi pes. Determineu la reacció del terra quan sobre ell hi ha un tros de longitud x .

Solució: $M(v^2+gx)/L$; $Mv(v^2+gx)/L$; $3Mgx/L$.