

Màquines Elèctriques

Materials Magnètics

i

Modelat Magnètic

Curs 2016-2017

Joan Rull

Samuel Galceran

DEE-UPC

1. Materials magnètics

En general es descriu el comportament magnètic dels materials mitjançant la densitat de camp magnètic (o inducció) B .

Atesa la capacitat de memòria (histèresi) que presenten, la densitat de camp és conseqüència de dos termes: l'excitació externa a la qual es troben sotmesos (intensitat de camp H) i la memòria de la magnetització del passat (Magnetització M). La densitat de camp deguda a la magnetització se sol anomenar densitat de camp intrínseca o interior (B_i) i és l'expressió del magnetisme romanent, o capacitat de memòria dels materials ferromagnètics.

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 H + B_i$$

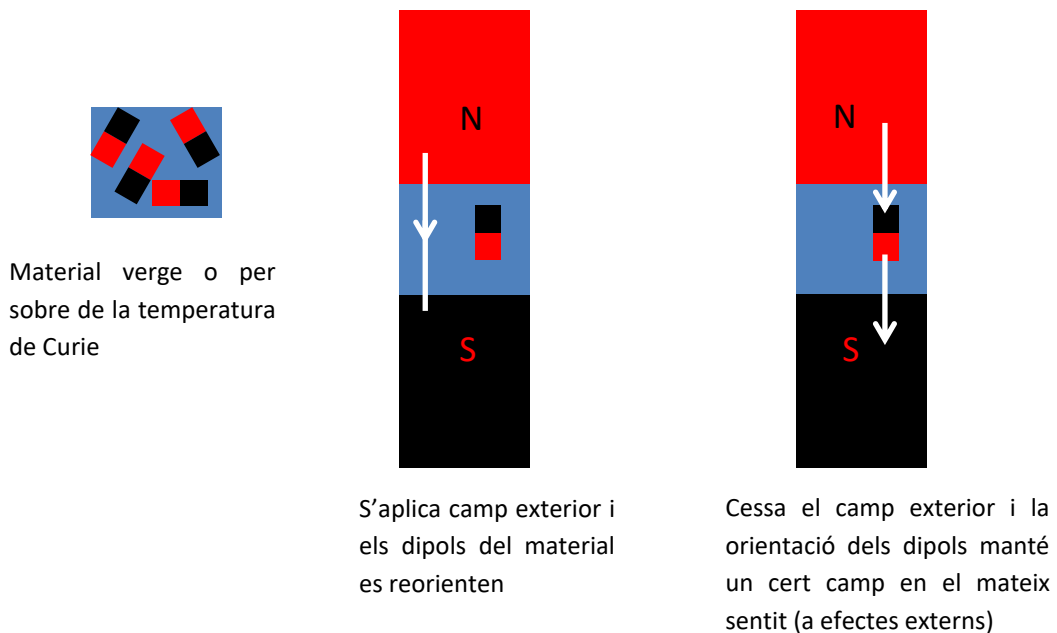
L'estat intern de magnetització d'un material no es pot mesurar atès que és una característica estrictament interna que cal mesurar amb medis i elements externs. Per a caracteritzar el material cal instal·lar-lo dins un circuit magnètic de característiques reals i, per tant, de permeabilitat no infinita. D'altra banda els efectes de forma i contorn fan que el material real tingui un comportament no uniforme dins el propi imant. El mateix es pot dir respecte del flux de dispersió, funció bàsicament de la geometria de l'imant.

A pesar de totes les consideracions anteriors, el model ideal de magnetització és teòricament exacte en condicions teòriques i serà útil per a interpretar el comportament dels imants reals. La discrepància respecte d'aquest model idealitzat es pot determinar empíricament o mitjançant l'aplicació de sistemes de càlcul numèric tipus FEM (elements finits).

2. Magnetització ideal

En un volum prou petit de material podem suposar que totes les molècules que el componen tenen el mateix estat magnètic. En un principi els dipòls magnètics associats a l'estructura atòmica i molecular del material estan estadísticament orientats en totes les direccions. Si des de l'exterior s'imposa un camp magnètic, els dipòls del material tendeixen a orientar-se en la direcció oposada al camp exterior (pols de diferent signe s'atreuen), provocant una rotació en l'estructura molecular cristal·lina. Quan el camp exterior cessa, si no hi ha motiu per a que els dominis tornin a orientar-se estadísticament en totes direccions, la direcció d'orientació es manté i el resultat és que

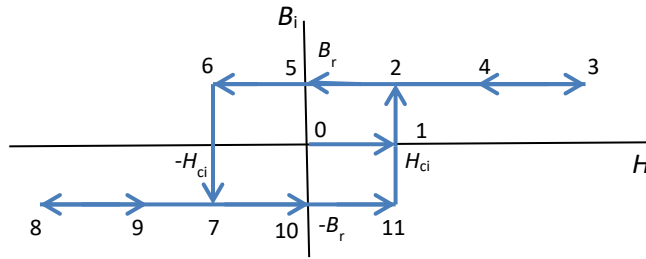
el material es comporta com un imant, és a dir, té una densitat de camp romanent o camp interior. Hi ha dues causes que permeten la reorientació arbitrària dels dominis: l'increment de temperatura o un impacte mecànic prou elevat. Per tant, l'efecte de magnetització depèn clarament de la temperatura, fins al punt que a partir d'una determinada temperatura (diferent per a cada material), anomenada temperatura de Curie, la magnetització desapareix. Per als materials magnètics tècnics emprats en la construcció de màquines elèctriques les temperatures de Curie són prou elevades per a no tenir que preocupar-se'n, si més no, en funcionament normal.



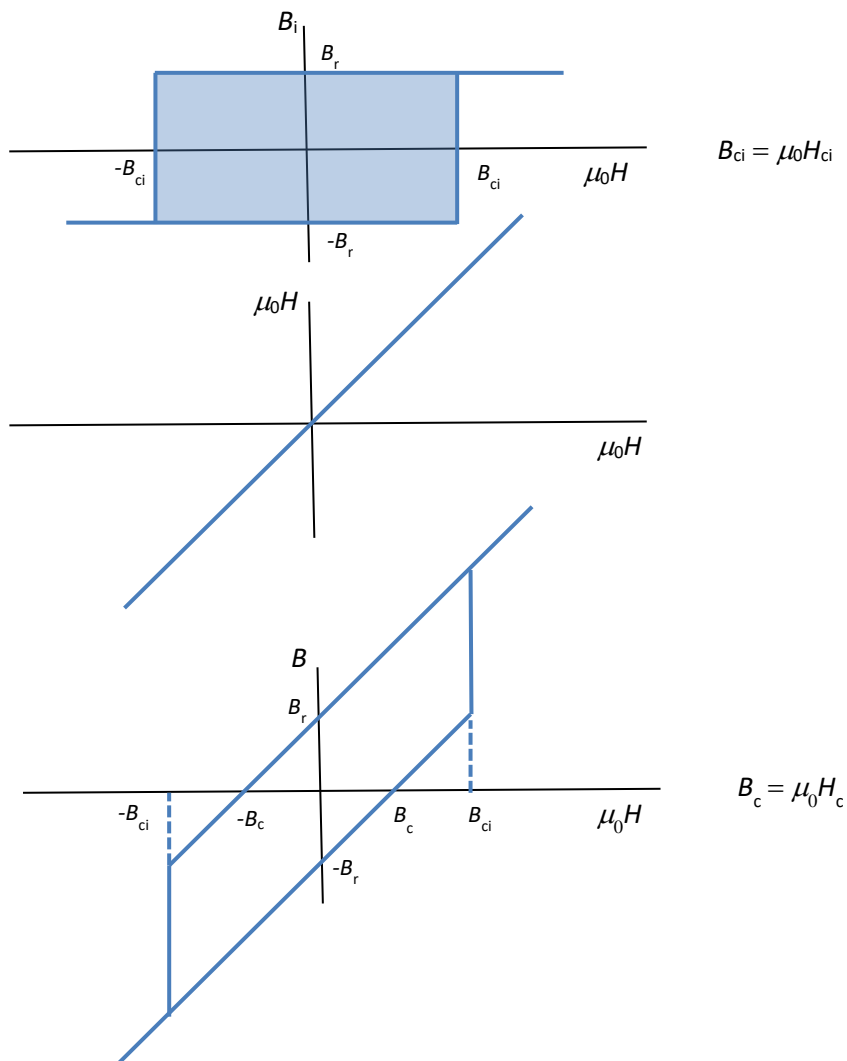
Aquest mecanisme de magnetització explica no tant sols el fenomen de la romanència, sinó també el de la saturació i la histèresi. La magnetització augmenta en la mesura en que un major nombre de dipols es reorienta. Però ja no pot créixer més quan ja estan tots els dipols reorientats. En un volum prou petit acabaria havent-hi només un dipol, pel que el cicle de magnetització seria un tot o res: Si el camp exterior es prou elevat com per a reorientar el dipol, aquest es reorienta, mentre que si no ho és, no es reorienta. La intensitat de camp exterior necessari per a reorientar el dipol s'anomena camp coercitiu intern H_{ci} .

La característica de magnetització interna $M - H$ es representa seguidament. En un material verge es comença a aplicar camp exterior (H) ($0 \rightarrow 1$), el dipol no es reorienta fins que aquest supera el llindar H_{ci} ($1 \rightarrow 2$), moment en que el dipol es reorienta, apareixent la densitat de camp intern B_r . Encara que el camp exterior segueixi creixent ($2 \rightarrow 3$), com els dominis ja estan totalment alineats, el camp interior no pot créixer més. Si cessa el camp exterior ($H = 0$) ($3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$), es manté el camp interior, atès que no hi ha cap motiu per a que el domini es reorienti. Si el camp exterior es fa negatiu (sentit contrari), el domini no es reorienta fins que aquest supera el valor $-H_{ci}$ ($5 \rightarrow 6$),

anomenat intensitat de camp coercitiu intern. El procés de magnetització en sentits contraris descriu, doncs, un cicle anomenat cicle d'histeresi.



La característica externa de magnetització es la suma de la magnetització interna més l'efecte extern ($\mu_0 H$), pel que el cicle de magnetització complet esdevé com es representa en la següent figura, en la que per conveniència s'ha modificat l'escalat de les abscisses (es recorda que $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \frac{H}{m}$):



A efectes externs el camp coercitiu es desplaça fins al valor $B_c = \mu_0 H_c$.

Es defineix la susceptibilitat magnètica χ com el rati entre la magnetització i la intensitat de camp

$$\chi = \frac{M}{H}$$

que, en principi, no és lineal.

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 H + B_i = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu \cdot H$$

La permeabilitat magnètica del material μ és la relació (no lineal) entre la densitat i la intensitat de camp i es pot expressar en termes relatius a la permeabilitat del buit com

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi$$

$$B = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu_0 \mu_r H = \mu H$$

3. Classificació dels materials

Els materials es classifiquen magnèticament en tres categories en funció del valor màxim de susceptibilitat que presenten:

- Diamagnètics: $\chi_{\max} < 0$ $\chi_{\max} \approx -10^{-5}$ $\mu_r \approx 0,99999$
- Paramagnètics: $\chi_{\max} > 0$ $\chi_{\max} \approx 10^{-5}$ $\mu_r \approx 1,00001$
- Ferromagnètics: $\chi_{\max} \gg 0$ $\chi_{\max} \approx 10^3 \dots 10^5$ $\mu_r \approx 10^3 \dots 10^5$

Els materials ferromagnètics són els que tenen interès per a la construcció de màquines elèctriques, atès que per a emmagatzemar una mateixa energia en forma de camp magnètic necessiten entre 3 i 5 ordres de magnitud menys de volum que els paramagnètics.

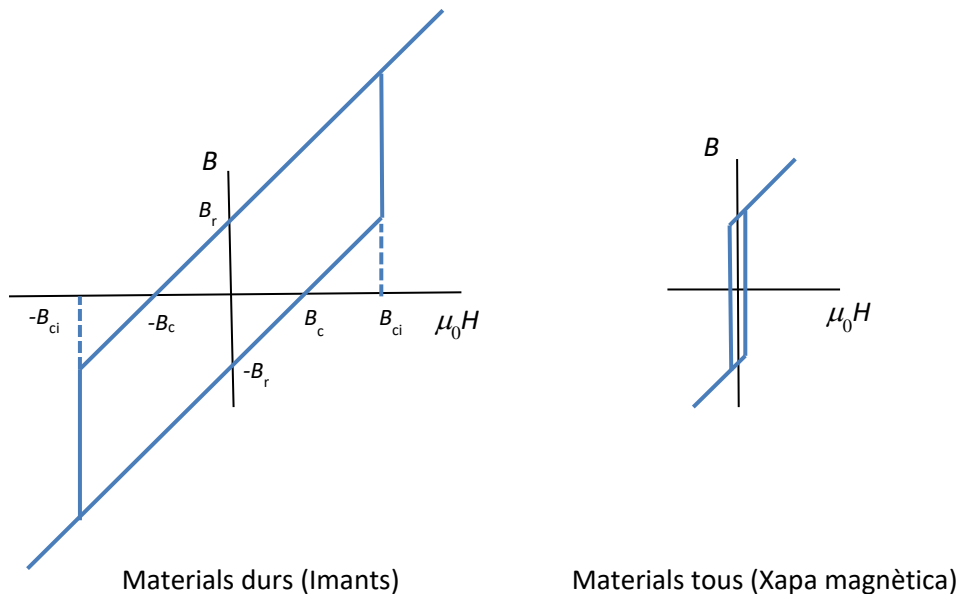
Els nombre de materials diamagnètics és força baix. La majoria de materials són paramagnètics, és a dir, indiferents als camps magnètics.

Els materials ferromagnètics són els compostos per ferro (acers) i els aliatges que contenen níquel i cobalt.

Els materials ferromagnètics es classifiquen en dos grups, en funció de l'amplitud del cicle d'histeresi, que està lligada al camp coercitiu intern que presenta el material:

- Materials tous: Cicle d'histèresi d'amplitud (H_{ci} , H_c , B_{ci} , B_c) reduïda
- Materials durs: Cicle d'histèresi d'amplitud (H_{ci} , H_c , B_{ci} , B_c) elevada

En la següent figura es representen (a escala simbòlica) les diferències de cicle d'histèresi entre els dos grups.



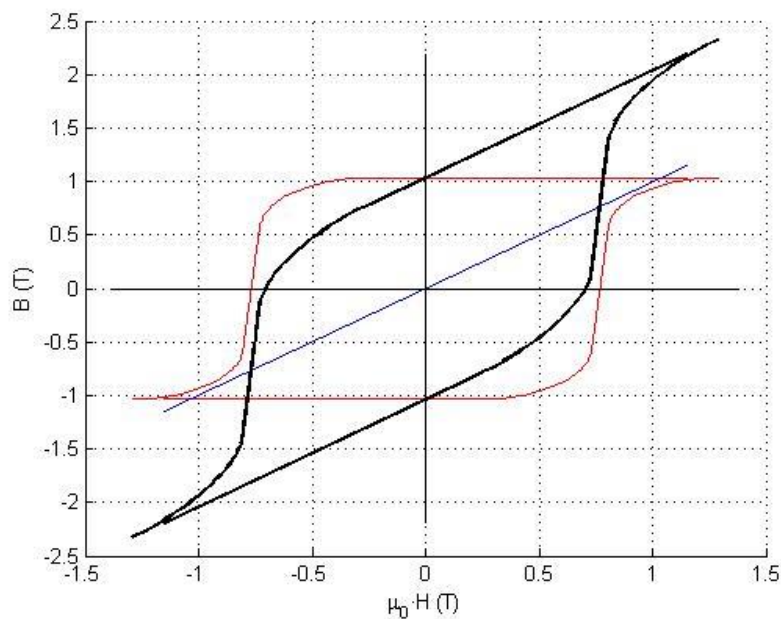
Els materials durs tenen interès com a imants. Es magnetitzen i mantenen el camp, treballant a camp constant (o quasi). Les elevades pèrdues energètiques que representaria el gran cicle d'histèresi no es manifesten degut a que el cicle no es recorre.

Els materials tous tenen interès com a "conductors" i confinadors del camp. Habitualment treballen amb camps alternatius, pel que descriuen el cicle d'histèresi a cada període de la xarxa. Atès que l'àrea del cicle representa una energia perduda per unitat de volum, es desitja emprar materials amb la permeabilitat alta (B_r elevat) per emmagatzemar la màxima energia per unitat de volum, però amb camp coercitiu H_c baix per a minimitzar les pèrdues per histèresi per unitat de volum. Per motius de linealitat i pèrdua de permeabilitat no interessa que treballin en la zona de saturació.

4. Magnetització real

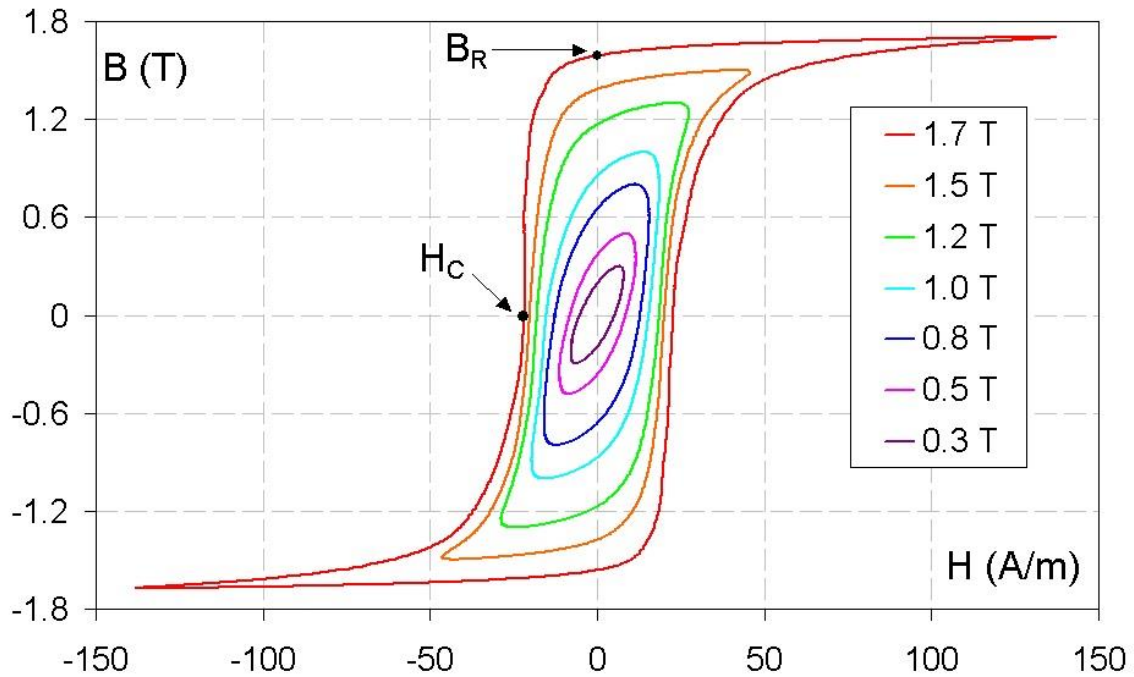
En un volum de material ferromagnètic, com a conseqüència de les dimensions macroscòpiques no es pot esperar que la distribució de densitat de camp i la distribució de la intensitat de camp siguin uniformes en cada secció ni en les diferents seccions del volum. Els efectes de forma i contorn fan que la distribució d'aquestes magnituds sigui variable. Així, a nivell macroscòpic, una intensitat de camp mitja provoca una magnetització mitja, resultat de les magnetitzacions locals més o menys intenses. Les corbes de magnetització esdevenen suavitzades respecte de les ideals i el punt de saturació esdevé un colze de saturació.

Seguidament es representa una aproximació a una corba de magnetització macroscòpica. En vermell la magnetització interna i en negre l'externa.



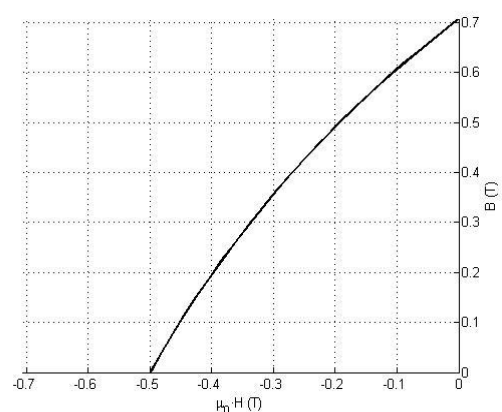
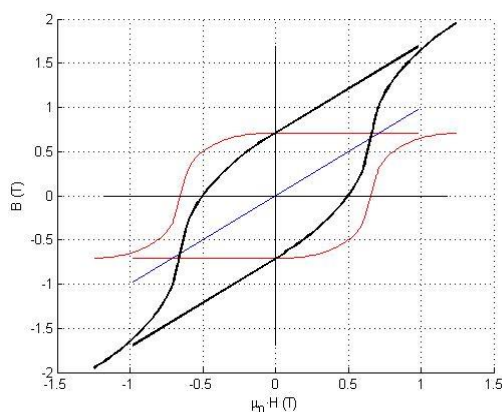
A més de les diferències de comportament entre els materials durs i tous, les zones de treball que interessen en els dos tipus de materials són força diferents; per aquest motiu les corbes de magnetització facilitades pels fabricants tenen aspectes diferents per a cada grup.

En els materials tous s'evita la saturació, pel que els cicles d'histeresi que descriu el material a cada període depenen de la densitat de camp màxima assolida, és a dir del grau de magnetització interna.



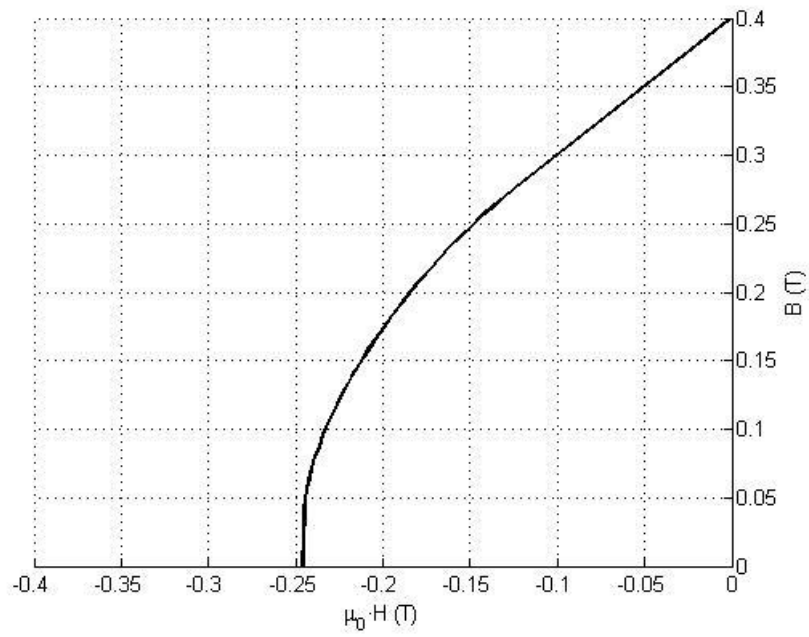
Cicle d'histèresi d'un material tou a diferents magnetitzacions.

Els materials durs es “carreguen” amb una magnetització que assegurï la saturació amb un semicicle i després ja passen a treballar en condicions estàtiques (o quasi) en el segon quadrant. Habitualment es donen les característiques només per al segon quadrant. En les següents figures es mostra la característica de magnetització del cicle sencer i el “zoom” corresponent al segon quadrant.

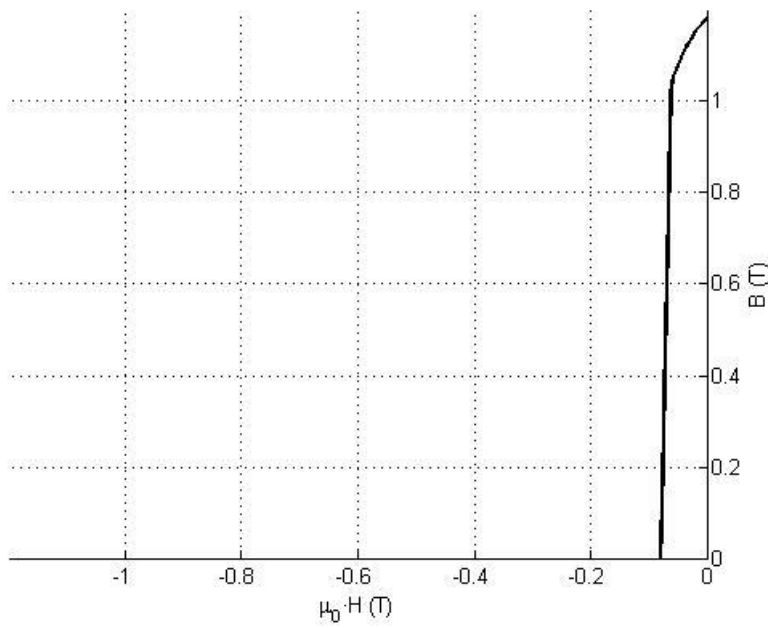


Dins el grup del materials durs es troben quatre famílies de materials, que tenen les característiques de magnetització (orientatives) de les figures corresponents:

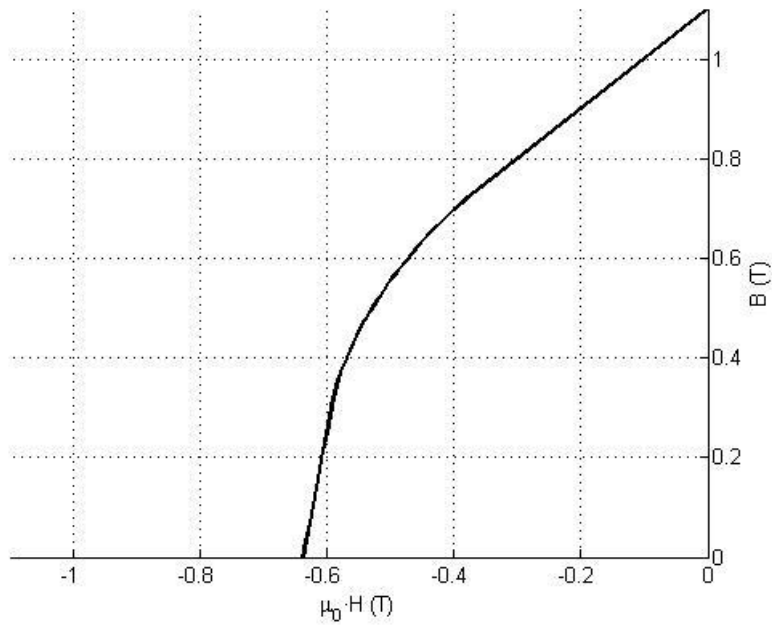
- Ferrites



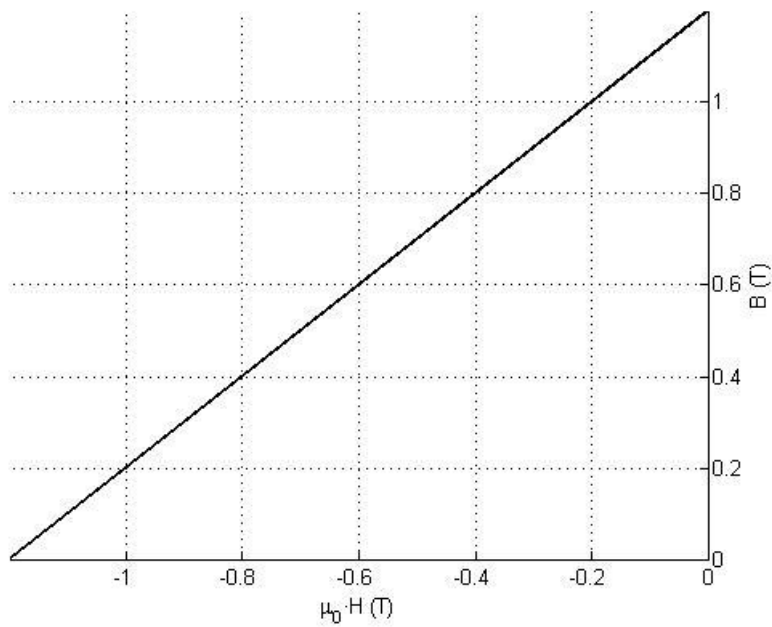
- Alnico



- **Terres rares (Samari-Cobalt)**

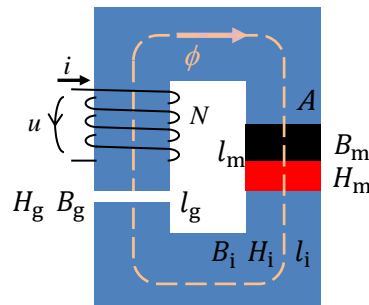


- **Neodimi (Neodimi-Ferro-Bor)**



5. Modelat Magnètic

En el circuit de la figura es mostra un sistema magnètic compost per un material dur (imant) prèviament imantat. El flux romanent que surt de l'imant es tanca a través de la resta del circuit, construït amb un material tou i un entreferro. El flux generat pel corrent del debanat en el material tou es tanca per l'entreferro i el material dur. Per tal de simplificar, atesa l'elevada permeabilitat del material tou i la relativament curta longitud del material dur, se suposa que no es tanca cap línia de camp per l'aire excepte en l'entreferro (no hi ha flux de dispersió). Aquesta hipòtesi serà més coincident amb la realitat en la mesura que les longituds del material dur i l'entreferro siguin menors o la permeabilitat del material tou sigui major.



Les intensitats i densitats de camp, les longituds mitjanes i les seccions són, respectivament:

Imant ('m' de magnet): H_m, B_m, l_m, A_m

Nucli ('i' de iron): H_i, B_i, l_i, A_i

Entreferro ('g' de gap): H_g, B_g, l_g, A_g

Les equacions de la física que regeixen el comportament del sistema són:

- Llei d'Ampère:

$$\oint H \cdot dl = N \cdot i \rightarrow H_g l_g + H_m l_m + H_i l_i = N \cdot i$$

- Conservació de flux en les interfases, que en no haver-hi dispersió, és comú a tot el circuit magnètic exterior a l'imant (material tou i entreferro):

$$\phi = A_m \cdot B_m = A_i \cdot B_i = A_g \cdot B_g \rightarrow \begin{cases} B_m = \frac{\phi}{A_m} \\ B_i = \frac{\phi}{A_i} \\ B_g = \frac{\phi}{A_g} \end{cases}$$

- Característiques del material tou:

$$B_i = \mu_r \mu_0 H_i$$

- Característiques de l'entreferro:

$$B_g = \mu_0 H_g$$

- Característiques del material dur:

$$B_m = \mu_0 H_m + B_r$$

$$\phi_r = A_m \cdot B_r$$

La diferència de tractament entre els dos materials ferromagnètics és de tipus pràctic. El material tou normalment treballa seguint un cicle d'histèresi, mentre que el material dur treballa en un punt quasi estàtic. Del material dur s'espera obtenir un flux mercès a la romanència, motiu pel qual és convenient explicitar el terme de romanència. Del material tou s'espera que tingui un cicle d'histèresi petit (poc camp coercitiu), de forma que la romanència s'inclou en la permeabilitat relativa. Les pèrdues per histèresi no són rellevants des del punt de vista magnètic; s'obvien i es treballa amb un valor de permeabilitat relativa mig. S'incorporen en els dissenys a partir de dades empíriques (W/kg) en funció de la densitat màxima de camp i la freqüència de treball.

Combinant les sis equacions anteriors es pot reescriure la densitat de camp en la interfase com a funció de la magnetització romanent i la geometria del sistema

$$\phi = B_g A_g = B_i A_i = B_m A_m = \frac{N i}{\frac{l_m}{\mu_0 A_m} + \frac{l_g}{\mu_0 A_g} + \frac{l_i}{\mu_0 \mu_r A_i}} + \phi_r \frac{\frac{l_m}{\mu_0 A_m}}{\frac{l_m}{\mu_0 A_m} + \frac{l_g}{\mu_0 A_g} + \frac{l_i}{\mu_0 \mu_r A_i}}$$

$$\phi = \phi_r \underbrace{\frac{\mathcal{R}_m}{\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_i + \mathcal{R}_g}}_{\text{Imant}} + \underbrace{\frac{N i}{\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_i + \mathcal{R}_g}}_{\text{Debanat}}$$

on les magnituds

$$\mathcal{R}_i = \frac{l_i}{\mu_0 \mu_r A_i} \quad \mathcal{R}_m = \frac{l_m}{\mu_0 A_m} \quad \mathcal{R}_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g}$$

reben el nom de reluctàncies, atès que recorden a la resistència òhmica, proporcional a la longitud, inversament proporcional a la secció, i inversament proporcional a la conductivitat.

Les seves inverses reben el nom de permeàncies:

$$\mathcal{P}_i = \frac{1}{\mathcal{R}_i} = \frac{\mu_0 \mu_r A_i}{l_i} \quad \mathcal{P}_m = \frac{1}{\mathcal{R}_m} = \frac{\mu_0 A_m}{l_m} \quad \mathcal{P}_g = \frac{1}{\mathcal{R}_g} = \frac{\mu_0 A_g}{l_g}$$

El flux es compon de dos termes, un vinculat a la romanència de l'imant i l'altre degut a l'excitació (corrent) exterior. En haver modelat el sistema linealment és d'aplicació el principi de

superposició, de forma que el flux total és suma del que aporten cadascuna de les excitacions: l'ímant i el debanat, tal com mostra l'expressió del flux en forma de suma dels dos termes.

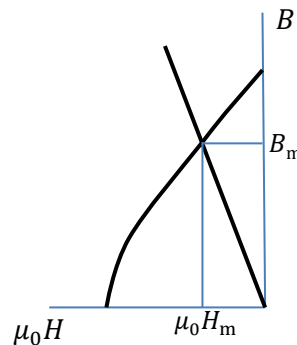
L'aportació de l'ímant al flux del sistema, que coincideix amb el total del sistema en cas de no haver-hi excitació exterior ($i = 0$), s'interpreta físicament mitjançant l'anomenada recta de càrrega. Recombinant les equacions per tal d'expressar el camp en funció de la intensitat de camp a l'interior de l'ímant s'obté l'equació d'una recta, l'anomenada recta de càrrega.

$$B_m = -\mu_0 H_m \frac{\frac{l_m}{A_m}}{\frac{l_i}{\mu_r A_i} + \frac{l_g}{A_g}} = -\mu_0 H_m \frac{\mathcal{R}_m}{\mathcal{R}_g + \mathcal{R}_i} = -\mu_0 H_m \mathcal{P}_C \quad \text{on } H_m < 0$$

on \mathcal{P}_C s'anomena coeficient de permeància:

$$\mathcal{P}_C = \frac{\frac{l_m}{A_m}}{\frac{l_i}{\mu_r A_i} + \frac{l_g}{A_g}} = \frac{\mathcal{R}_m}{\mathcal{R}_g + \mathcal{R}_i} = \frac{\mathcal{P}_i \mathcal{P}_g}{\mathcal{P}_m (\mathcal{P}_i + \mathcal{P}_g)}$$

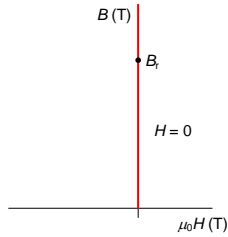
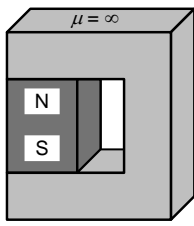
La intersecció de la recta de càrrega amb la característica de magnetització de l'ímant fixa el punt de treball, és a dir, la densitat de camp del sistema.



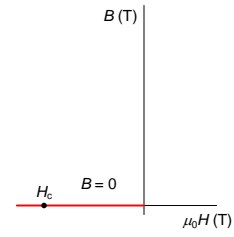
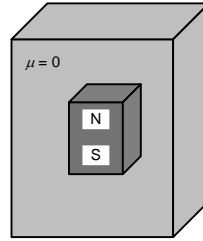
La densitat de camp (i el flux) imposat per l'ímant depèn de la relació de reluctàncies entre la reluctància interna de l'ímant i l'equivalent de les reluctàncies externes de l'ímant.

El punt de treball estarà comprès entre dos extrems: el curt-circuit magnètic i el circuit obert magnètic. El curt circuit és una situació ideal, on la reluctància del camí extern a l'ímant és nul·la.

En aquest cas tot el flux romanent de l'ímant s'estableix a l'exterior. En situació de circuit obert, la reluctància externa és infinitament gran i, per tant, gens del flux romanent pot establir-se a l'exterior de l'ímant. Les dues situacions són idealitzacions impossibles d'assolir en la realitat. Per a una reluctància nul·la cal una longitud nul·la, o una permeabilitat infinita, que òbviament no poden obtenir-se en la realitat. Per a una reluctància infinita cal o una longitud infinita o una permeabilitat nul·la, que tampoc pot assolir-se en la realitat.



Recta de càrrega amb circuit magnètic en curt circuit



Recta de càrrega amb circuit magnètic obert

De l'equació del flux

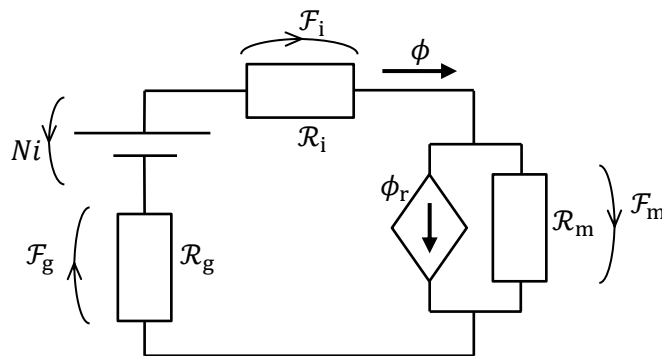
$$\phi = \phi_r \frac{\mathcal{R}_m}{\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_i + \mathcal{R}_g} + \frac{Ni}{\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_i + \mathcal{R}_g}$$

es pot deduir un circuit elèctric de corrent continu equivalent del circuit magnètic:

El debanat es modela com una font de tensió, els materials tous i l'entreferro com a reluctàncies, i els materials durs com una font de corrent amb una reluctància en paral·lel. El flux agafa el paper del corrent i la força magnetomotriu el paper de la tensió. La polaritat de la font equivalent del debanat es dedueix del sentit de rotació del corrent (regla del cargol: pol positiu pel que "sur" el cargol quan es cargola). El sentit de la font de corrent depèn del sentit de magnetització de l'imant. Per conveni el flux surt a l'exterior de l'imant per l'anomenat pol nord i retorna de l'exterior per l'anomenat pol sud.

Treballant amb el circuit equivalent en lloc de les equacions físiques s'abreuja i es sistematitza el modelat de forma més còmoda i efectiva.

El circuit elèctric equivalent del sistema magnètic, és a dir, el que és descrit per les mateixes equacions queda

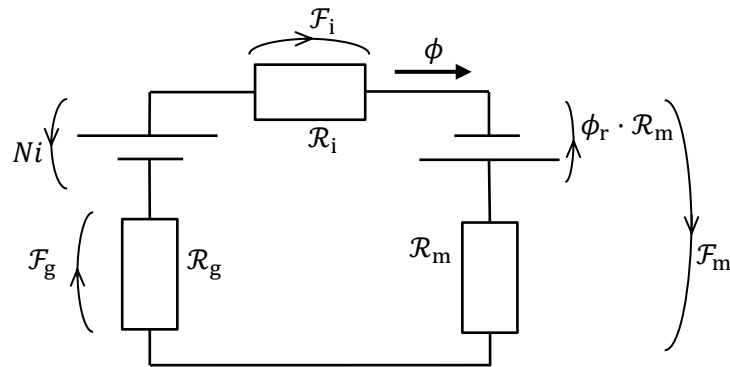


La conservació del flux equival en el circuit elèctric equivalent a la KCL (1a. Llei de Kirchhoff o dels corrents), mentre que la llei d'Ampère equival a la KVL (2a. Llei de Kirchhoff o de les tensions). La llei d'Ohm equivalent és

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$$

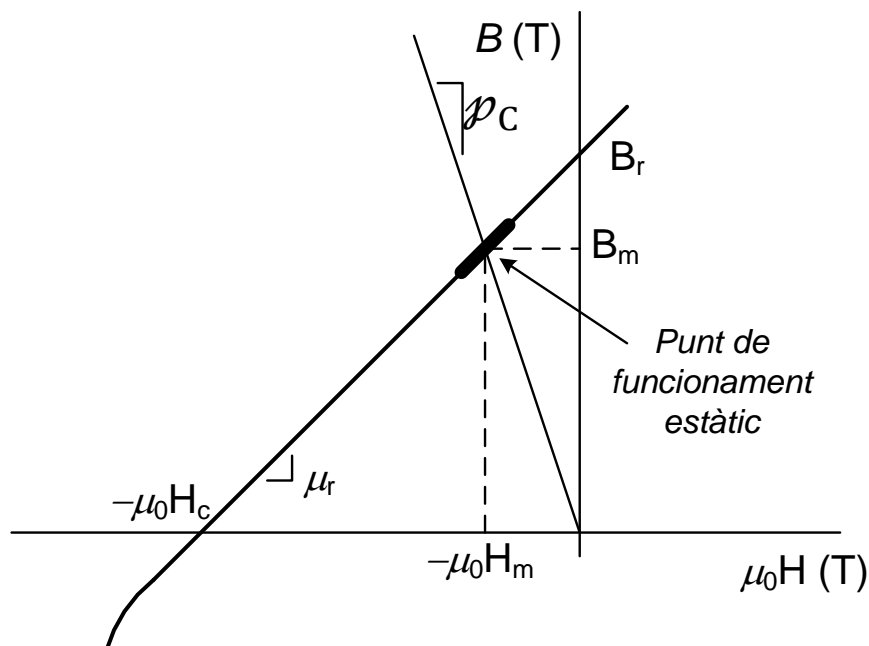
El resultat és que mitjançant la representació elèctrica del circuit magnètic es poden resoldre de forma simple circuits complexos, atès que són aplicables els conceptes de resistències equivalents sèrie i paral·lel així com els conceptes de divisor de tensió i de corrent.

Per aplicació del teorema Thévenin-Norton, si es vol, també es pot modelar l'ímant com a font de tensió (com el debanat).



El funcionament del circuit resta de la següent forma:

El coeficient de permeància (geometria i característiques de permeabilitat dels materials) fixa el punt de treball de l'ímant (punt de funcionament estàtic), o el que és el mateix, la quantitat de flux a l'exterior de l'ímant amb origen en el magnetisme romanent del mateix. El corrent pel debanat augmenta (o disminueix en cas de corrent negatiu) el flux tant dins com fora de l'ímant (línia gruixuda del gràfic).



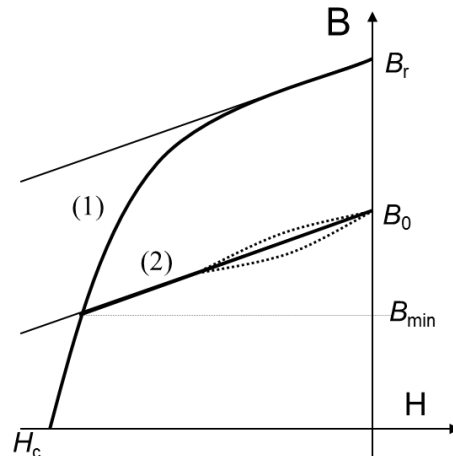
6. Magnetització i desmagnetització dels materials durs

Per tal de magnetitzar un imant cal inserir-lo en un circuit magnètic amb un debanat, com el de l'exemple de l'apartat anterior. Fent circular un corrent pel debanat, si se supera el camp coercitiu, l'imant resta magnetitzat. En finalitzar el pas de corrent, el flux exterior a l'imant és el que correspon a la recta de càrrega del circuit.

Si el circuit de destinació no és el que s'ha emprat per a magnetitzar-lo, caldrà desmuntar-lo i remuntar-lo en el circuit de destinació. Depenent del tipus d'imant, aquesta operació serà més o menys viable o complexa, tal com es veurà quan es parli de la desmagnetització.

Una vegada magnetitzat, es desmagnetitza total o parcialment si se li aplica intensitat de camp en sentit de desmagnetització. Això pot succeir per dos camins: el desmuntatge del circuit magnètic (modificació de la recta de càrrega) o bé per aplicació de corrent desmagnetitzant en els debanats. Els dos mecanismes de desmagnetització tenen un comportament similar:

Si es desmunta el circuit (o s'incrementa l'entreferro), l'imant passa a treballar en un punt de magnetització més baix. Tal com mostra la figura, si la magnetització mínima a la que ha arribat és B_{\min} , quan es torna a la situació original (es remunta el sistema), la nova magnetització de l'imant és una recta de pendent μ_0 (pendent unitària en eixos $B - \mu_0 H$) i la nova densitat de camp romanent màxima passa al valor B_0 .



El resultat és que en general l'imant s'ha desmagnetitzat i el flux per la màquina és menor. Només en el cas de que la corba de magnetització original sigui una recta (evidentment de pendent unitària en eixos $B - \mu_0 H$) no es produeix la desmagnetització. Aquesta és molt aproximadament la situació que correspon als imants de Neodimi i, per aquest motiu, sovint es diu que són imants de molt difícil desmagnetització. En les altres famílies d'imants, com en major o menor grau la magnetització inicial discrepa de la recta de pendent unitari, la desmagnetització és més fàcil. Els més fàcilment desmagnetitzables són els Alnico, motiu pel que si està previst el desmuntatge del motor basat en ells, se sol disposar un debanat auxiliar simple que permeti remagnetitzarlos fàcilment.