

Màquines Elèctriques

Acoblaments Magnètics

i

Debanats en Màquines Rotatives

Curs 2016-2017

Joan Rull

Samuel Galceran

DEE-UPC

1. Formulació generalitzada dels acoblaments magnètics

En un sistema amb N excitacions elèctriques (debanats), magnèticament acoblats (comparteixen camp magnètic) es pot expressar la relació entre ells de forma generalitzada mitjançant

$$[\Psi] = [L][i]$$

On el vector columna $N \times 1$ $[\Psi]$ conté els fluxos concatenats per cada debanat, la matriu d'inductàncies $N \times N$ $[L]$ conté els coeficients d'autoinducció (diagonal) i inducció mútua (fora de la diagonal), que multiplicats pels corrents, continguts en el vector $N \times 1$ $[i]$ donen els fluxos concatenats.

Atès que els debanats estan magnèticament acoblats, el flux concatenat per cadascun d'ells depèn tant del corrent propi com dels corrents dels altres debanats.

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & \cdots & L_{1N} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ L_{N1} & \cdots & L_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix}$$

Els coeficients de la matriu d'inductàncies són el rati entre el flux concatenat pel debanat j quan l'únic flux d'excitació és el generat pel corrent k , atès que la resta de corrents són nuls:

$$L_{jk} = \frac{\Psi_j}{i_k} \Bigg|_{[i] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ i_k \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Com el flux concatenat per j és N_j vegades el flux en el debanat j provocat per les N_k voltes recorregudes pel corrent i_k , i el flux concatenat per k és N_k vegades el flux en el debanat k provocat per les N_j voltes recorregudes pel corrent i_j , la matriu d'inductàncies és sempre simètrica

$$L_{jk} = L_{kj}$$

En general els components de la matriu d'inductàncies són dependents del corrent per la no linealitat del material magnètic, i dependents de la posició si hi ha parts mòbils.

$$L_{jk} = f(i, \theta)$$

Si el material ferromagnètic es pot considerar lineal (treballa lluny de la saturació) les inductàncies són funció només de la posició

$$L_{jk} = f(\theta)$$

En les màquines estàtiques, és a dir, sense moviment relatiu de les parts (en la pràctica només els transformadors), no pot haver-hi transformació a energia mecànica, pel que les inductàncies són només funció dels corrents.

$$L_{jk} = f(i)$$

I si, a més, el material ferromagnètic es pot considerar lineal llavors passen a ser constants

$$L_{jk} = \text{constant}$$

Les equacions que lliguen les tensions i els corrents dels debanats són:

$$[\mathbf{u}] = \frac{d}{dt} [\boldsymbol{\Psi}] = \frac{d}{dt} ([\mathbf{L}(i, \theta)] [\mathbf{i}])$$

On $[\mathbf{u}]$ és el vector $N \times 1$ de tensions dels debanats.

Si el sistema magnètic és lineal

$$[\mathbf{u}] = \frac{d}{dt} [\boldsymbol{\Psi}] = \frac{d}{dt} ([\mathbf{L}(\theta)] [\mathbf{i}])$$

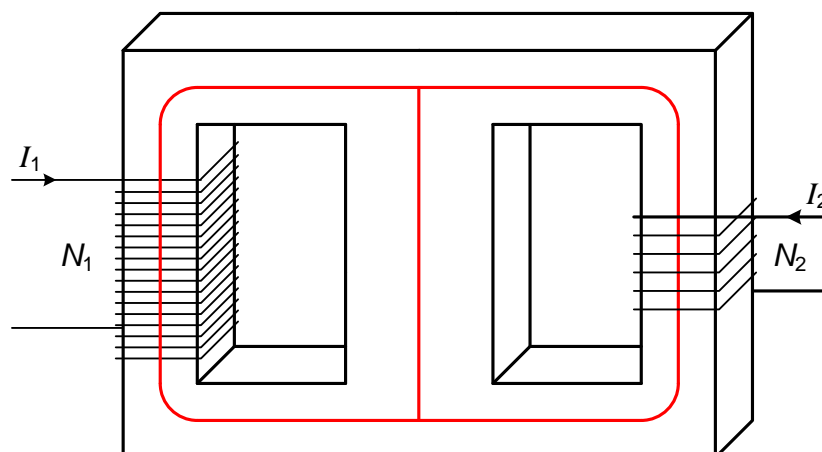
El parell mecànic desenvolupat (en màquines dinàmiques) s'ha deduït en el capítol de conversió electromecànica:

$$\Gamma = \frac{\partial W'_{\text{mg}}(\mathbf{i}, \theta)}{\partial \theta} = - \frac{\partial W_{\text{mg}}(\boldsymbol{\Psi}, \theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_0^t \cdot \mathbf{L}(i, \theta) \cdot \mathbf{i}_0 \right) = - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\Psi}_0^t \cdot \mathbf{L}^{-1}(i, \theta) \cdot \boldsymbol{\Psi}_0 \right)$$

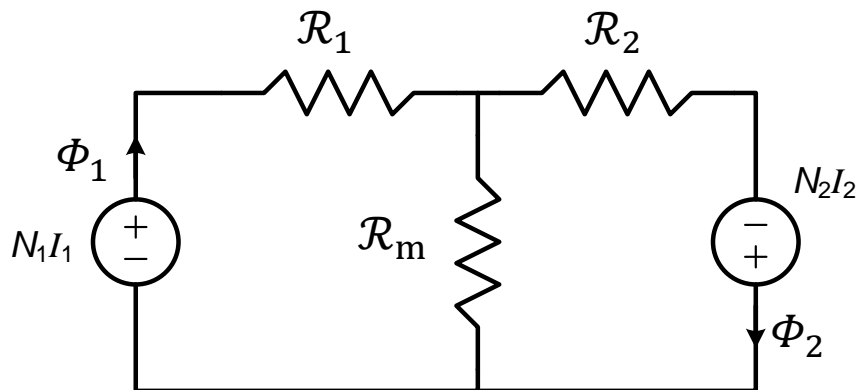
Si el sistema magnètic és lineal

$$\Gamma = \frac{\partial W'_{\text{mg}}(\mathbf{i}, \theta)}{\partial \theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_0^t \cdot \mathbf{L}(\theta) \cdot \mathbf{i}_0 \right) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^t \left(\frac{d}{d\theta} \mathbf{L}(\theta) \right) \mathbf{i}$$

2. Exemple 1: Acoblament (estàtic) idealitzat (sense flux de dispersió) de dos debanats amb material lineal



El nucli magnètic de la figura (d'aplicació pràctica desconeguda) presenta una permeabilitat relativa prou alta com per a considerar acceptable la hipòtesi que no hi ha flux fora del nucli (en l'aire). El circuit elèctric equivalent al magnètic és el de la figura.



Imposant corrent pels debanats un a un és immediat trobar els termes de la matriu d'acoblament:

$$L_{11} = \left. \frac{\Psi_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \parallel \mathcal{R}_m} \quad L_{12} = \left. \frac{\Psi_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{N_1 N_2 \mathcal{R}_m}{\mathcal{R}_m (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2) + \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}$$

$$L_{22} = \left. \frac{\Psi_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_m} \quad L_{21} = \left. \frac{\Psi_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = L_{12}$$

La relació entre fluxos i corrents queda:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

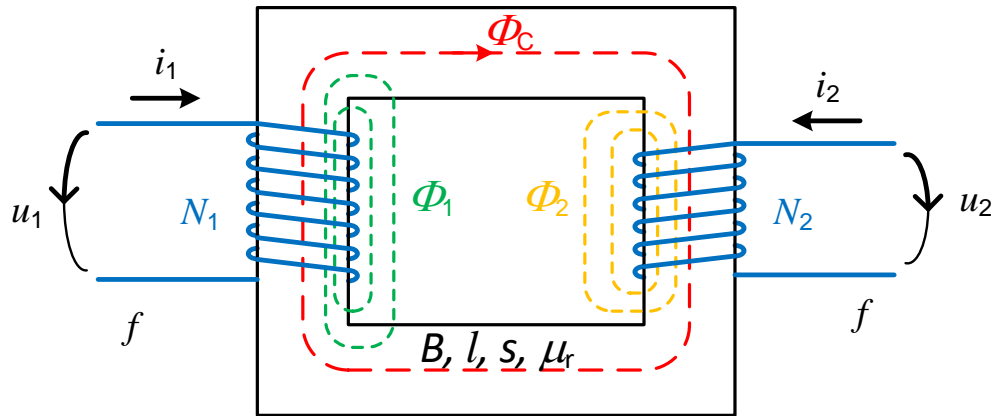
Si la columna central presentés una reluctància nul·la (curtcircuit magnètic, es perdria l'acoblament entre els dos debanats):

$$\mathcal{R}_m = 0 \rightarrow L_{12} = L_{21} = 0$$

Per contra, si la reluctància de la columna central fos infinita (circuit obert) l'acoblament fora ideal:

$$\mathcal{R}_m = \infty \rightarrow L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_1 L_2}$$

3. Exemple 2: Acoblament (estàtic) real (amb flux de dispersió) de dos debanats amb material lineal



Com el material fèrric té una permeabilitat molt major que l'aire, la hipòtesi de que tot el flux resta confinat dins el ferro és raonable, però no exacta. Una petita fracció de flux es tancarà en cada debanat a través de l'aire. Per tant, en cada debanat es pot parlar d'un flux comú, és a dir, compartit pels dos debanats, i un flux de dispersió, propi de cada debanat. El flux tancat a través de l'aire, que depèn de la forma constructiva dels debanats, en general serà molt menor que el compartit mitjançant el ferro i es pot negligir o considerar inclòs dins el flux compartit a través del ferro.

En la figura es representen els tres fluxos, el comú en vermell Φ_C i els de dispersió en verd Φ_1 i groc Φ_2 , respectivament.

Així com per al flux comú disposem d'una expressió tancada (si més no de forma aproximada) per a estimar el flux en funció dels corrents (inductàncies), per als fluxos de dispersió, atesa la dependència de la geometria constructiva, no es pot disposar de cap expressió tancada. Per aquest motiu, per estimar les inductàncies associades a la dispersió cal aplicar metodologies tipus elements finits o bé metodologies experimentals.

$$\Phi_C = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathcal{R}} \quad \Phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_1} \quad \Phi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_2}$$

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 S} \quad \mathcal{R}_1 \gg \mathcal{R} \quad \mathcal{R}_2 \gg \mathcal{R}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 (\Phi_C + \Phi_1) \\ N_2 (\Phi_C + \Phi_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1i} + L_{11} & M \\ M & L_{2i} + L_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

On

$$L_{1i} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} ; L_{2i} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} ; M = L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} ; L_{11} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_1} ; L_{12} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_2}$$

Els elements diagonals són la suma de la inductància corresponent a l'acoblament ideal ($M^2 = L_{1i} L_{2i}$) més la corresponent a la dispersió: $L_{1i} + L_{11}$ i $L_{2i} + L_{12}$, respectivament. Els elements no diagonals són les inductàncies d'acoblament.

Com la màquina és estàtica, les inductàncies no depenen de la posició; si, a més, es considera el material magnètic lineal, tampoc depenen del corrent, i les tensions en els debanats resten com

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{11} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix}$$

Expressió ben coneguda, corresponent a l'acoblament magnètic entre dos debanats estàtics, o el que és el mateix, del transformador monofàsic. Si es fa l'ampliació a més debanats muntats sobre més columnes s'obtenen els transformadors polifàsics corresponents.

Atès que en els transformadors no hi ha moviment, altres metodologies com els circuits equivalents solen ser més còmodes per a treballar, si més no en règim estacionari.

En màquines dinàmiques es repetirà la metodologia. A partir de les equacions expressades en forma d'acoblaments (de posició variable en el temps) es podran obtenir esquemes equivalents de gestió més fàcil, si més no en règim estacionari.

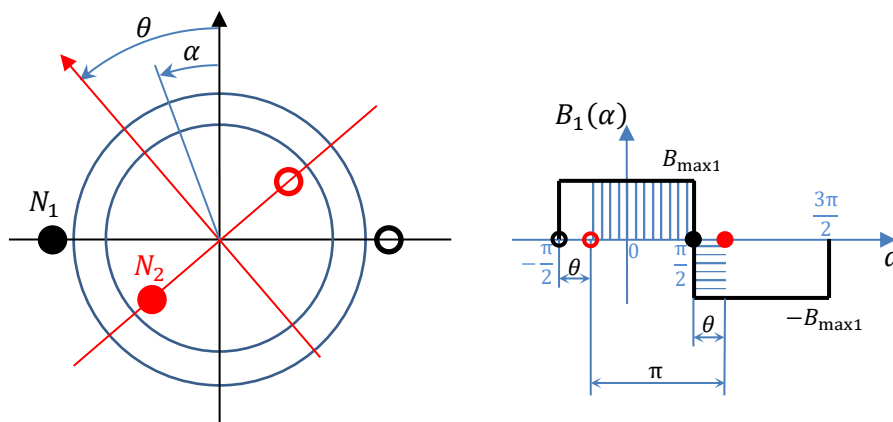
4. Dabanats en màquines rotatives d'entreferro constant

Per tal de simplificar l'obtenció dels resultats conceptuals bàsics s'assumeixen una sèrie d'hipòtesis simplificatives:

- Màquina cilíndrica d'entreferro constant
- Efecte de dents i ranures negligible
- Material ferromagnètic de permeabilitat infinita
- Densitat de camp en l'entreferro amb direcció radial

Les màquines elèctriques tenen, habitualment, debanats a l'estator i al rotor i l'acoblament magnètic que es produeix depèn de la posició. Els debanats es poden classificar en concentrats (de pas diametral), amb densitat de camp a l'entreferro uniforme i sinusoidals (escurçats, repartits i inclinats), amb densitat de camp sinusoidal a l'entreferro (veure annex al final del document). Es veuran les expressions dels acoblaments dels diferents tipus de debanats per veure, al final, com tres debanats sinusoidals a 120° alimentats amb tres corrents sinusoidals a 120° generen un camp magnètic constant giratori.

4.1 Dabanat diametral concentrat a l'estator i debanat diametral concentrat al rotor



Si s'alimenta el debanat 1 amb un corrent i_1 , aquest genera un camp de valor

$$B_1(\alpha) = \begin{cases} B_{\max 1} & -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ -B_{\max 1} & \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

amb

$$B_{\max 1} = \mu_0 \frac{N_1 i_1}{2 \delta}$$

Si el corrent és sinusoidal $i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)$, genera un camp polsant (quadrat) de valor

$$B_1(\alpha, t) = \mu_0 \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} \cos(\omega t) \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$B_1(\alpha, t) = -\mu_0 \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} \cos(\omega t) \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

El flux vist pel debanat 2 depèn de la posició θ

$$\phi_2(\theta, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta} B_1(\alpha, t) l \frac{D}{2} d\alpha = \begin{cases} \mu_0 \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} l \frac{D}{2} (\pi - 2\theta) \cos(\omega t) & 0 < \theta < \pi \\ \mu_0 \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} l \frac{D}{2} (-3\pi + 2\theta) \cos(\omega t) & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$$

I el flux concatenat és, doncs,

$$\psi_2(\theta, t) = N_2 \phi_2(\theta, t) = \begin{cases} \mu_0 \frac{N_1 N_2 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} l \frac{D}{2} (\pi - 2\theta) \cos(\omega t) & 0 < \theta < \pi \\ \mu_0 \frac{N_1 N_2 \sqrt{2} I_1}{2 \delta} l \frac{D}{2} (-3\pi + 2\theta) \cos(\omega t) & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$$

$$\psi_2(\theta, t) = \begin{cases} M_{dd} \cdot \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) & 0 < \theta < \pi \\ M_{dd} \cdot \left(-3 + \frac{2\theta}{\pi}\right) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$$

on

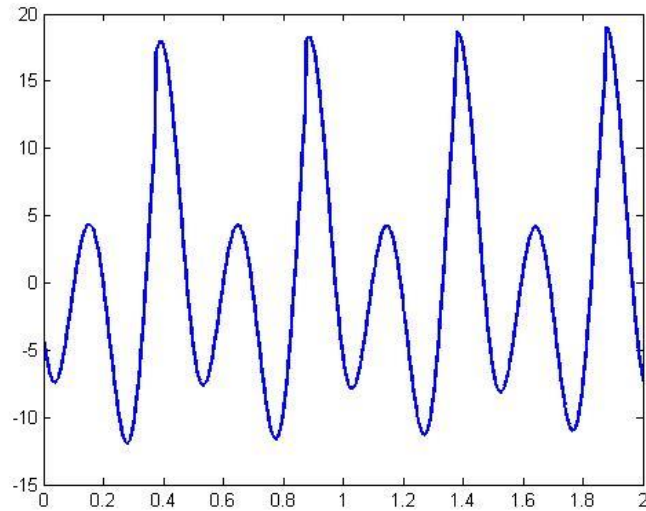
$$M_{dd} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{2 \delta} l \frac{D}{2} \pi = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{2 \delta} r l \pi$$

Si el debanat 2 gira a una velocitat $\omega_m = \frac{d\theta}{dt}$ i la posició inicial del debanat és θ_0 , $\theta = |\theta_0 + \omega_m t|_{\text{mod}=2\pi}$ la tensió induïda és

$$u_2 = \frac{d}{dt} \psi_2(\theta, t) = M_{dd} \left(\frac{d}{dt} \left(\begin{cases} \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) \\ \left(-3 + \frac{2\theta}{\pi}\right) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) \end{cases} \right) \right)$$

$$u_2 = \begin{cases} M_{dd} \left(-\frac{2}{\pi} \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t) \right) \\ M_{dd} \left(\frac{2}{\pi} \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \left(-3 + \frac{2\theta}{\pi}\right) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t) \right) \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} M_{dd} \left(-\frac{2}{\pi} \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \left(1 - \frac{2|\theta_0 + \omega_m t|_{\text{mod}=2\pi}}{\pi}\right) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t) \right) & 0 < |\theta_0 + \omega_m t|_{\text{mod}=2\pi} < \pi \\ M_{dd} \left(\frac{2}{\pi} \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \left(-3 + \frac{2|\theta_0 + \omega_m t|_{\text{mod}=2\pi}}{\pi}\right) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t) \right) & \pi < |\theta_0 + \omega_m t|_{\text{mod}=2\pi} < 2\pi \end{cases}$$

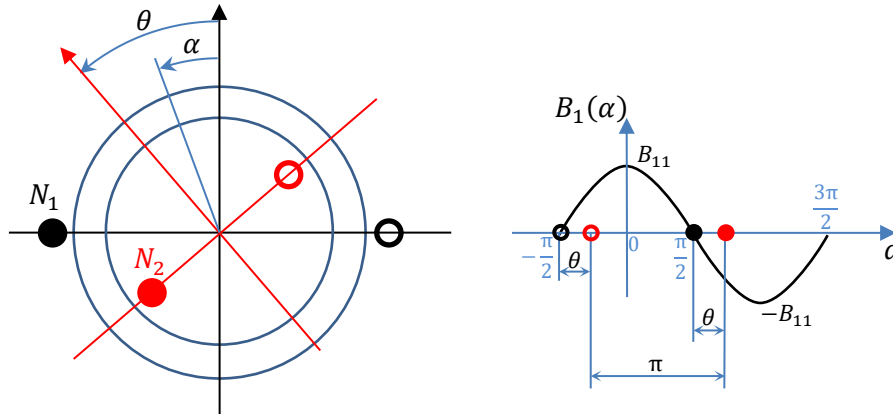


No és sinusoidal pura, atès que es forma per la suma d'elements sinusoidals de diferent freqüència i elements no lineals. Si s'alimentés un circuit sinusoidal amb tensió no sinusoidal s'establirien uns corrents no sinusoidals que, al seu torn, provocarien caigudes de tensió no sinusoidals. Per tant el sistema de debanats diametral no és interessant.

Si es posessin 3 debanats com l'1 a 120° recorreguts per tres corrents sinusoidals simètrics es superposaria el mateix resultat a 120° , pel que tampoc s'obtidrien tensions sinusoidals com seria desitjable.

4.2. Debanat sinusoidal (escurçat, repartit i inclinat) a l'estator i debanat diametral concentrat al rotor

Suposarem que la distribució de camp és sinusoidal en l'entreferro (debanat 1 sinusoidal), però el debanat 2 roman diametral concentrat. El camp sinusoidal s'aconsegueix escurçant, repartint i inclinant el debanat (veure annex al final del document). Els harmònics es redueixen, de forma que podem treballar només amb la component fonamental.



La descomposició de Fourier és

$$B_1(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{1k} \cos(k\alpha)$$

$$B_{1k}(\alpha) = B_{\max 1} \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k}$$

$$B_{\max 1} = \mu_0 \frac{N i_1}{2 \delta}$$

La component fonamental de la descomposició de la quadrada val

$$B_{11} = B_{\max 1} \frac{4}{\pi} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N i_1}{2 \delta}$$

Si el coeficient de debanat de la component fonamental és K_{11} la component fonamental finalment val

$$B_{w11} = B_{\max 1} \frac{4}{\pi} K_{11} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N i_1}{2 \delta} K_{11} = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 i_1}{\pi \delta}$$

$$B_{w11}(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} \cos(\omega t) \cos(\alpha)$$

El flux vist pel debanat 2 depèn de la posició θ

$$\phi_2(\theta, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta} B_{w11}(\alpha, t) l \frac{D}{2} d\alpha = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} l \frac{D}{2} \cos(\omega t) \sin(\alpha) \Big|_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta}$$

$$\phi_2(\theta, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} l D \cos(\omega t) \cos(\theta)$$

I el flux concatenat

$$\psi_2(\theta, t) = N_2 \phi_2(\theta, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 N_2 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} l D \cos(\omega t) \cos(\theta)$$

$$\psi_2(\theta, t) = M_{ds} \cos(\theta) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)$$

on

$$M_{ds} = \frac{8}{\pi^2} K_{11} M_{dd} = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 N_2}{\pi \delta} l D$$

Quan el debanat 2 gira a una velocitat $\omega_m = \frac{d\theta}{dt}$ i la posició inicial és θ_0 , l'angle val $\theta = \theta_0 + \omega_m t$ i la tensió induïda és

$$u_2 = \frac{d}{dt} \psi_2(\theta, t) = M_{ds} \left(\frac{d}{dt} (\cos(\theta) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)) \right)$$

$$u_2 = M_{ds} (-\sin(\theta) \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \cos(\theta) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t))$$

$$u_2 = M_{ds} (-\sin(\theta_0 + \omega_m t) \omega_m \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) - \cos(\theta_0 + \omega_m t) \omega \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t))$$

$$u_2 = M_{ds} \sqrt{2} I_1 \left(\frac{-\sin(\omega t + \theta_0 + \omega_m t) + \sin(\omega t - \theta_0 - \omega_m t)}{2} \omega_m \right. \\ \left. + \frac{-\sin(\omega t + \theta_0 + \omega_m t) - \sin(\omega t - \theta_0 - \omega_m t)}{2} \omega \right)$$

$$u_2 = M_{ds} \sqrt{2} I_1 \left((\omega_m + \omega) \frac{-\sin(\omega t + \theta_0 + \omega_m t)}{2} + (\omega_m - \omega) \frac{\sin(\omega t - \theta_0 - \omega_m t)}{2} \right)$$

$$u_2 = -\frac{M_{ds} \sqrt{2} I_1}{2} ((\omega + \omega_m) \sin(\omega t + \theta_0 + \omega_m t) + (\omega - \omega_m) \sin(\omega t - \theta_0 - \omega_m t))$$

$$u_2 = -\frac{M_{ds} \sqrt{2} I_1}{2} ((\omega + \omega_m) \sin((\omega + \omega_m) t + \theta_0) + (\omega - \omega_m) \sin((\omega - \omega_m) t - \theta_0))$$

És la suma de dues tensions sinusoidals de pulsacions suma i resta respectivament de la pulsació de la xarxa i la velocitat de gir mecànica. Com cadascuna porta el terme de velocitat multiplicant a la funció sinusoidal i al corrent, es pot interpretar (de fet ho és) com la tensió induïda per dos camps magnètics giratoris sinusoidals, de la mateixa amplitud en l'espai, vistos pel debanat del rotor. La velocitat relativa és la suma pel camp que no coincideix amb la velocitat mecànica i la resta de velocitats pel camp que coincideix amb el sentit de la velocitat mecànica.

Degut a que el debanat 2 es manté diametral i concentrat, si s'intercanvien els papers (corrent pel debanat 2 i tensió induïda en debanat 1), la tensió induïda presentarà les mateixes característiques:

$$u_1 = -\frac{M_{ds} \sqrt{2} I_2}{2} \left((\omega + \omega_m) \sin((\omega + \omega_m) t + \theta_0) + (\omega - \omega_m) \sin((\omega - \omega_m) t - \theta_0) \right)$$

S'hauria pogut obtenir el mateix resultat de forma més simple basant-se en la descomposició d'un camp sinusoidal polsant en dos camps de sentits oposats:

$$\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

$$B_{w11}(\alpha, t) = 2\mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} \cos(\omega t) \cos(\alpha) = \mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} [\cos(\alpha + \omega t) + \cos(\alpha - \omega t)]$$

El camp en sentit directe (seqüència directa) és el segon terme, atès que el màxim de densitat de camp es troba en cada instant en una posició angular α_{x+} tal que

$$\alpha_{x+} - \omega t = 0 \rightarrow \alpha_{x+} = \omega t$$

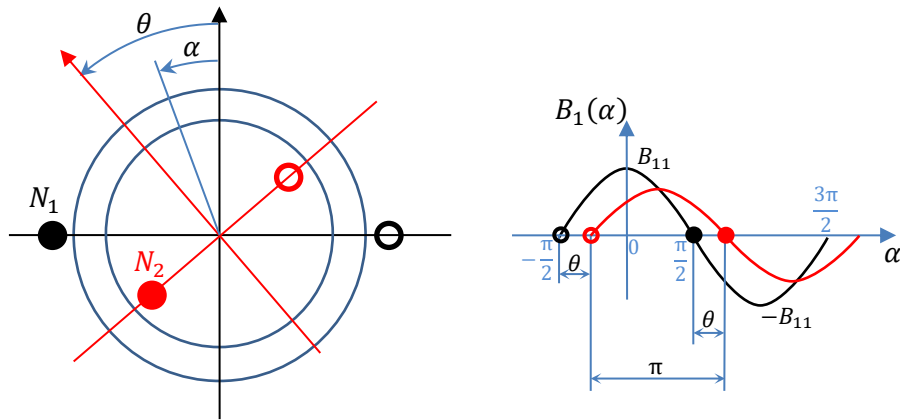
i, per tant, girant en sentit antihorari. El primer terme, correspon al camp en sentit invers (seqüència inversa), gira en sentit horari atès que la posició angular del màxim α_{x-} en cada instant varia segons

$$\alpha_{x-} + \omega t = 0 \rightarrow \alpha_{x-} = -\omega t$$

Com un camp monofàsic (1 debanat) genera un camp polsant que es pot descompondre en dos camps sinusoidals iguals que giren en sentits oposats no apareix un sentit de gir clar de la màquina. Només en els casos en que es desequilibri el sistema (algun dels dos camps menor) el sentit de gir restarà clar. Aquest serà el fonament dels motors d'inducció monofàsics.

Per tal de generar un camp giratori de forma natural (més camp en un sentit) s'empraran els sistemes polifàsics (trifàsic a efectes pràctics).

4.3. Dabanats sinusoidals (escurçats, repartits i inclinats) a l'estator i al rotor



Si els dos debanats són sinusoidals per a trobar el flux concatenat pel debanat 2 cal integrar en la mitja volta del debanat però ponderant amb la funció cosinus i el coeficient de debanat corresponent. Degut al corrent del debanat 1, el flux concatenat al debanat 2 és, doncs,

$$\Psi_2(\theta, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta} B_{w11}(\alpha, t) N_2 \frac{4}{\pi} K_{21} l \frac{D}{2} \cos(\alpha - \theta) d\alpha$$

$$\Psi_2(\theta, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}+\theta}^{\frac{\pi}{2}+\theta} 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} \cos(\omega t) \cos(\alpha) N_2 \frac{4}{\pi} K_{21} l \frac{D}{2} \cos(\alpha - \theta) d\alpha$$

$$\Psi_2(\theta, t) = 2 \mu_0 l D K_{11} K_{21} \frac{N_1 N_2 \sqrt{2} I_1}{\pi \delta} \cos(\theta) \cos(\omega t)$$

Anomenant

$$M_{ss} = \frac{8}{\pi^2} K_{11} K_{21} M_{dd} = 2 \mu_0 K_{11} K_{21} \frac{N_1 N_2}{\pi \delta} l D = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} K_{11} K_{21} N_1 N_2 = K_{21} M_{ds}$$

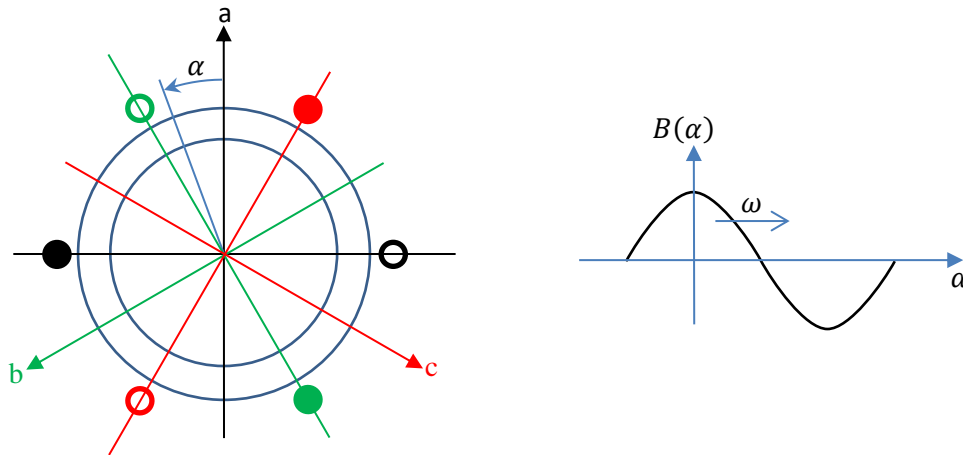
$$\Psi_2(\theta, t) = M_{ss} \cos(\theta) \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t)$$

De forma general, es podrà expressar l'acoblament entre dos debanats sinusoidals com un coeficient d'acoblament \$M_{ss}\$ pel cosinus de l'angle format pels eixos magnètics dels dos debanats.

$$\Psi_2(\theta, t) = M_{ss} \cos(\theta) i_1(t)$$

Essencialment, és el mateix resultat que en l'aparat anterior, excepte que el terme d'acoblament és lleugerament menor. Els inconvenients de tenir presents les dues seqüències (directa i inversa) són els mateixos. Però amb tres debanats a \$120^\circ\$ recorreguts per tres corrents simètrics només quedarà present una de les dues seqüències.

4.4 Tres debanats sinusoidals a l'estator (seqüència directa)



$$i_a(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B_a(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos(\alpha) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$B_b(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

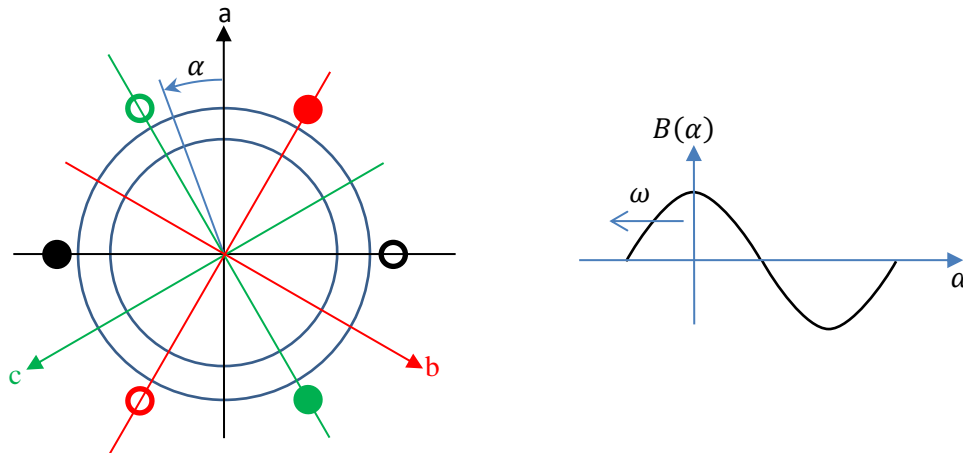
$$B_c(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B(\alpha, t) = B_a(\alpha, t) + B_b(\alpha, t) + B_c(\alpha, t) = \frac{3}{2} 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \sqrt{2} I \cos(\omega t - \alpha)$$

Que correspon a un camp sinusoidal giratori a velocitat ω o sentit directe.

Si es permuta l'ordre de dues fases s'obté el mateix resultat però amb el camp en sentit invers.

4.5. Tres debanats sinusoidals a l'estator (seqüència inversa)



$$i_a(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$i_b(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B_a(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos(\alpha) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$B_b(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B_c(\alpha, t) = 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

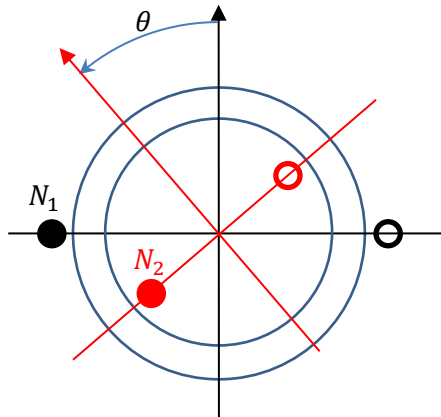
$$B(\alpha, t) = B_a(\alpha, t) + B_b(\alpha, t) + B_c(\alpha, t) = \frac{3}{2} 2 \mu_0 K_{11} \frac{N_1}{\pi \delta} \sqrt{2} I \cos(\omega t + \alpha)$$

Si un sistema trifàsic o la disposició de la màquina no són simètrics segueixen apareixent dos camps (en general d'amplitud diferent), un a cada seqüència. Per aquest motiu no és convenient perdre la simetria del sistema trifàsic (de corrents i/o tensions) ni introduir asimetria en el disseny de la màquina.

Es pot trobar la demostració aplicant la transformació de Fortescue, que permet expressar un sistema trifàsic no simètric com a suma de tres sistemes simètrics girant a seqüència inversa, directa i homopolar. En màquines, com mai es connecten els centres d'estrella els corrents homopolars són nuls.

5. Generalització de la metodologia dels debanats sinusoidal acoblats

Assumint la validesa de les hipòtesis de rotor llis i amb tots els debanats sinusoidals, es pot generalitzar l'expressió dels acoblaments de forma molt simple:



Els termes d'autoinducció són:

$$L_{11} = \frac{4 \mu_0 r l}{\pi \delta} K_{11}^2 N_1^2 + L_{l1}$$

$$L_{22} = \frac{4 \mu_0 r l}{\pi \delta} K_{21}^2 N_2^2 + L_{l2}$$

El primer terme correspon a l'acoblament ideal, en el sentit que no es considera la dispersió, mentre que el segon és el corresponent a la dispersió pròpia de cada debanat.

Els termes d'acoblament màxim entre els debanats són:

$$L_{12} = L_{21} = M_{sr} = \frac{4 \mu_0 r l}{\pi \delta} K_{11} K_{21} N_1 N_2$$

En ser els debanats sinusoidals l'acoblament resultant és el màxim pel cosinus de l'angle que es forma entre els debanats

$$L_{12} = L_{21} = M_{sr} \cos(\theta)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{sr} \cos(-\theta) \\ M_{sr} \cos(\theta) & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \rightarrow [\Psi] = [M(\theta)] [i]$$

La tensió induïda en els debanats és

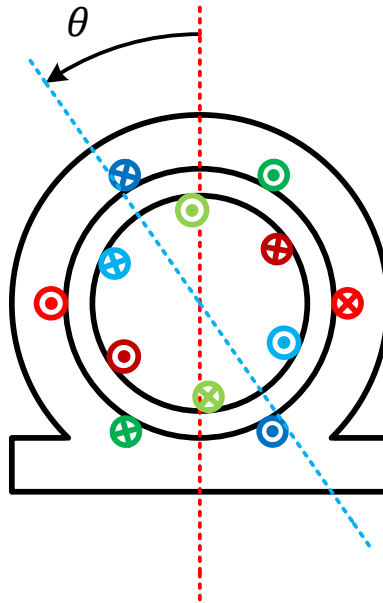
$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \end{bmatrix} \rightarrow [u] = \frac{d}{dt} [\Psi]$$

La tensió en borns és la tensió induïda més la caiguda de tensió en les resistències pròpies dels debanats

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \end{bmatrix}$$

$$[v] = [R][i] + \frac{d}{dt}[\Psi]$$

Serveixi com a exemple una màquina amb tres debanats en estator i tres en rotor (màquina d'inducció):



$$\begin{bmatrix} v_{sa}(t) \\ v_{sb}(t) \\ v_{sc}(t) \\ v_{ra}(t) \\ v_{rb}(t) \\ v_{rc}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sa} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{sb} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{sc} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{ra} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{rb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{rc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa}(t) \\ i_{sb}(t) \\ i_{sc}(t) \\ i_{ra}(t) \\ i_{rb}(t) \\ i_{rc}(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sa}(t) \\ \psi_{sb}(t) \\ \psi_{sc}(t) \\ \psi_{ra}(t) \\ \psi_{rb}(t) \\ \psi_{rc}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sa}(t) \\ \psi_{sb}(t) \\ \psi_{sc}(t) \\ \psi_{ra}(t) \\ \psi_{rb}(t) \\ \psi_{rc}(t) \end{bmatrix} = [L(\theta)] \begin{bmatrix} i_{sa}(t) \\ i_{sb}(t) \\ i_{sc}(t) \\ i_{ra}(t) \\ i_{rb}(t) \\ i_{rc}(t) \end{bmatrix}$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{ss} \cos \frac{-2\pi}{3} & M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3} & M_{sr} \cos \theta & M_{sr} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{sr} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3} & L_{ss} & M_{ss} \cos \frac{-2\pi}{3} & M_{sr} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M_{sr} \cos \theta & M_{sr} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{ss} \cos \frac{-2\pi}{3} & M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3} & L_{ss} & M_{sr} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{sr} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M_{sr} \cos \theta \\ M_{rs} \cos \theta & M_{rs} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M_{rs} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{rr} & M_{rr} \cos \frac{-2\pi}{3} & M_{rr} \cos \frac{2\pi}{3} \\ M_{rs} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{rs} \cos \theta & M_{rs} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M_{rr} \cos \frac{2\pi}{3} & L_{rr} & M_{rr} \cos \frac{-2\pi}{3} \\ M_{rs} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & M_{rs} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{rs} \cos \theta & M_{rr} \cos \frac{-2\pi}{3} & M_{rr} \cos \frac{2\pi}{3} & L_{rr} \end{bmatrix}$$

Els subíndex r i s denoten rotor i estator respectivament.

$$M_{ss} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} K_{s1}^2 N_s^2 = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} N_{sef}^2$$

$$M_{rr} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} K_{r1}^2 N_r^2 = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} N_{ref}^2$$

$$M_{sr} = M_{rs} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} K_{s1} K_{r1} N_s N_r = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{l r}{\delta} N_{sef} N_{ref}$$

$$L_{ss} = M_{ss} + L_{ls}$$

$$L_{rr} = M_{rr} + L_{lr}$$

Tots els paràmetres que intervenen en la matriu d'inductàncies són constants geomètriques de la màquina i l'angle de posició del rotor:

l : longitud activa del rotor i de l'estator

r : radi (mig) de l'entreferro

δ : longitud de l'entreferro

K_{s1}, K_{r1} : coeficients de debanat de la component fonamental de l'estator i rotor

N_s, N_r : nombre de voltes dels debanats d'estator i rotor

N_{sef}, N_{ref} : nombre de voltes efectives dels debanats d'estator i rotor

L_{ls}, L_{lr} : inductàncies de dispersió d'estator i rotor

θ : posició del rotor

Annex: Camps sinusoidals: Debanats escurçats, repartits i inclinats

Per tal d'obtenir una distribució de camp el més sinusoidal possible, només cal analitzar les discrepàncies entre la ona quadrada del debanat concentrat i la sinusoidal desitjable:

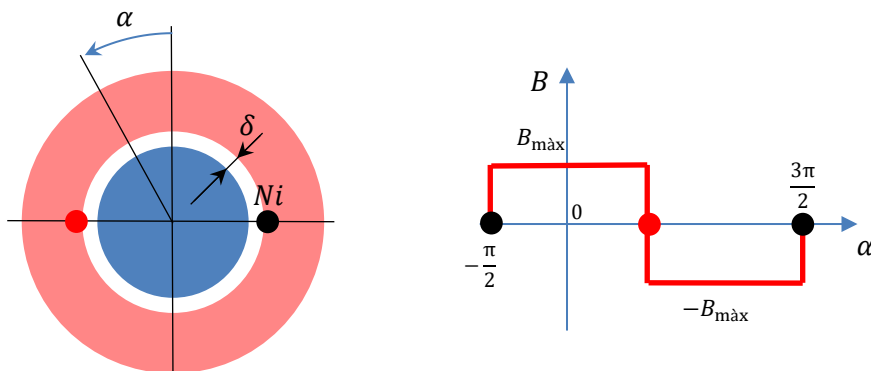
- En el pas per 0 la sinusoidal té un valor mig local menor. Es pot aproximar el comportament escurçant el debanat
- La sinusoidal té trams creixents i decreixents, mentre que la quadrada es manté constant a trams. Es pot aproximar mitjançant el repartiment i la inclinació.

La metodologia per analitzar el grau de "sinusoidalitat" de la distribució de camp obtinguda es basa en les descomposicions en sèrie de Fourier, en aquest cas la funció és periòdica en l'espai.

La component fonamental del desenvolupament de Fourier és la distribució desitjada, essent la resta de termes, és a dir, les components harmòniques la discrepància respecte de la sinusoidalitat desitjada. Per tal d'avaluar la taxa de discrepància respecte de la sinusoidal es pot emprar la taxa de distorsió harmònica total (THD).

A.1. Debanat diametral

Se suposa la permeabilitat del ferro infinita i, per tant, només hi ha reluctància al salt a través de l'entreferro. Aplicant la llei d'Ampère en un recorregut que travessi l'entreferro per les posicions definides per l'angle α i $\alpha + \pi$ és immediat trobar la distribució quadrada del camp.



$$B_{\text{màx}} = \frac{N i}{2 \delta} \mu_0$$

La distribució en l'espai és una ona quadrada. Aquesta es pot descompondre en sèrie de Fourier, és a dir, com a suma d'infinits components sinusoidals, o harmònics, de freqüència creixent amb l'ordre de l'harmònic (k) i d'amplitud decreixent.

$$B(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(k\alpha)$$

Atesa la simetria de semionia, els components harmònics parells són nuls

$$B(\alpha) = \sum_{k=1,3,5\dots}^{\infty} B_k \cos(k\alpha)$$

L'amplitud dels harmònics senars, que són els únics presents és

$$B_k = B_{\text{màx}} \frac{4 (-1)^{\frac{k-1}{2}}}{\pi k}$$

En l'ona quadrada, la component sinusoidal fonamental ($k = 1$) presenta una amplitud de valor

$$B_1 = B_{\text{màx}} \frac{4}{\pi}$$

Els components diferents del fonamental solen anomenar-se distorsió harmònica. El pes de la distorsió respecte de la component fonamental s'anomena taxa total de distorsió harmònica, o amb l'acrònim angles *THD* (Total Harmònic Distorsion).

$$THD(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{k=3,5\dots}^{\infty} B_k^2}}{B_1}$$

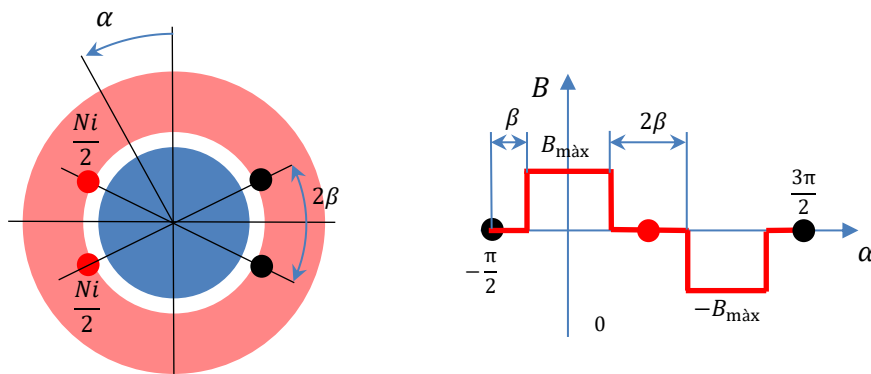
El *THD* no deixa de ser el rati entre el valor eficaç (RMS) dels harmònics d'ordre superior i el fonamental. Noti's que en ésser un rati el resultat és independent de si es calcula en valors de pic o en valors eficaços.

Evidentment, si l'ona fos sinusoidal pura el valor de *THD* fora nul. Per tal de reduir al màxim el valor del *THD* només cal analitzar les discrepàncies entre l'ona quadrada del debanat concentrat i la desitjada sinusoidal. El que s'anomena escurçar, repartir i inclinar el debanat.

Noti's que tot i que gràficament s'ha dibuixat el debanat en l'estator, amb les hipòtesis de càlcul emprades, el resultat és el mateix que si es dibuixa en el rotor.

A.2. Debanat escurçat

Per tal de disminuir el valor mig instantani (local) al voltant del pas per 0 es reparteix el suposat debanat concentrat d' N voltes, en dos semi-debanats concentrats de la meitat de voltes separats un angle 2β simètricament respecte de l'eix del suposat debanat concentrat original. S'obté l'anul·lació del camp en l'interval $\pm\beta$ al voltant de l'eix del debanat, que es manté en la mateixa posició per la simetria realitzada. Òbviament l'eix del debanat segueix estant en la mateixa posició atesa la simetria amb que s'ha escurçat.



La descomposició harmònica (sèrie de Fourier) en l'espai és:

$$B(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} B_{sk} \cos(k\alpha)$$

Els components harmònics (només k senar per simetria de semionia) tenen una amplitud decreixent amb l'ordre de l'harmònic

$$B_{sk} = B_{m\grave{a}x} \frac{4 (-1)^{\frac{k-1}{2}}}{\pi k} \cos(k\beta)$$

Comparant amb el resultat trobat per al debanat diametral, es pot definir el coeficient d'escurçament per a cada harmònic:

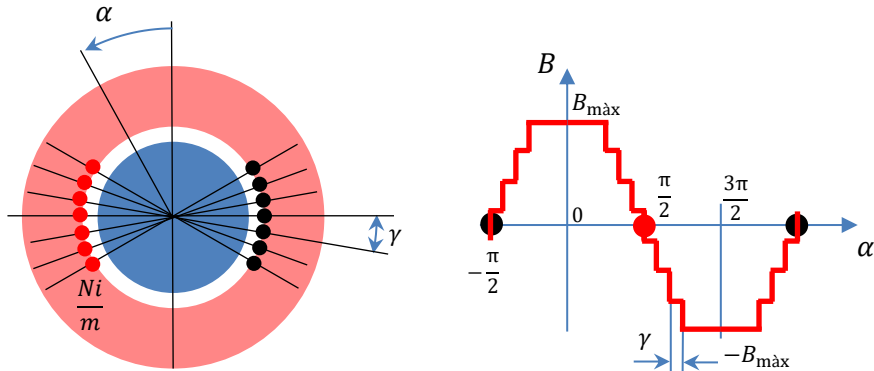
$$k_{sk} = \frac{B_{sk}}{B_k} = \cos(k\beta)$$

I així expressar l'amplitud de l'harmònic corresponent al debanat escurçat com el producte del corresponent al debanat concentrat (sense escurçar) pel coeficient d'escurçament:

$$B_{sk} = B_k k_{sk} = B_k \cos(k\beta)$$

A.3. Debanat repartit

Una altra discrepància entre la distribució sinusoidal i la quadrada del debanat concentrat es troba en la zona de creixement (o decreixement) de la sinusoide. Aquest és progressiu i no sobtat com en la quadrada. Distribuïnt les N espires en m ranures al voltant de l'eix magnètic del suposat debanat concentrat inicial es pot aproximar millor la sinusoide buscada. La distància angular entre dues ranures consecutives és γ .



Els components harmònics (només k senar per simetria de semionia) tenen una amplitud decreixent amb l'ordre de l'harmònic:

$$B_{dk} = B_{m\grave{a}x} \frac{4 (-1)^{\frac{k-1}{2}} \sin\left(\frac{k m \gamma}{2}\right)}{\pi k m \sin\left(\frac{k \gamma}{2}\right)}$$

Comparant amb el resultat trobat per al debanat diametral, es pot definir el coeficient de distribució per a cada harmònic:

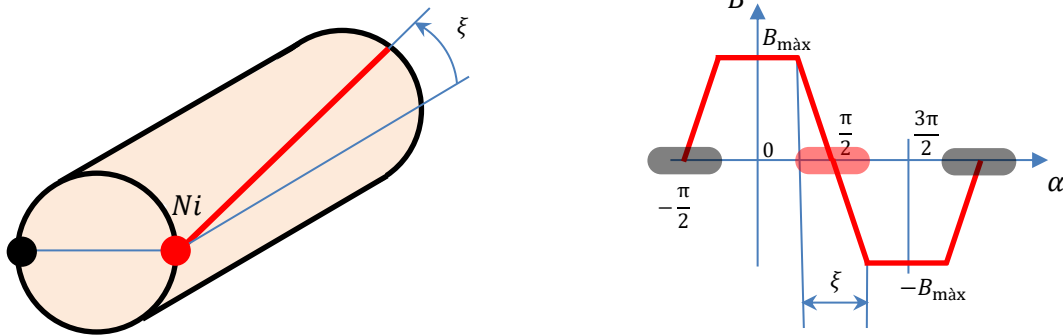
$$k_{dk} = \frac{B_{dk}}{B_k} = \frac{\sin\left(\frac{k m \gamma}{2}\right)}{m \sin\left(\frac{k \gamma}{2}\right)}$$

I així expressar l'amplitud de l'harmònic corresponent al debanat distribuït com el producte del corresponent al debanat concentrat (sense distribuir) pel coeficient de distribució:

$$B_{dk} = B_k k_{dk} = B_k \frac{\sin\left(\frac{k m \gamma}{2}\right)}{m \sin\left(\frac{k \gamma}{2}\right)}$$

A.4. Debanat inclinat

Un efecte similar al repartiment es pot aconseguir mitjançant la inclinació de les ranures (del rotor o de l'estator indistintament) respecte de l'eix de la màquina. L'angle d'inclinació l'anomenarem ξ .



Els components harmònics (només k senar per simetria de semionna) tenen una amplitud decreixent amb l'ordre de l'harmònic:

$$B_{ik} = B_{m\grave{a}x} \frac{4 (-1)^{\frac{k-1}{2}} \sin\left(\frac{k \xi}{2}\right)}{\pi k m \frac{k \xi}{2}}$$

Comparant amb el resultat trobat per al debanat diametral, es pot definir el coeficient d'inclinació per a cada harmònic:

$$k_{ik} = \frac{B_{ik}}{B_k} = \frac{\sin\left(\frac{k \xi}{2}\right)}{\frac{k \xi}{2}}$$

I així expressar l'amplitud de l'harmònic corresponent al debanat inclinat com el producte del corresponent al debanat concentrat (sense inclinar) pel coeficient d'inclinació:

$$B_{ik} = B_k k_{ik} = B_k \frac{\sin\left(\frac{k \xi}{2}\right)}{\frac{k \xi}{2}}$$

A.5. Debanat escurçat, repartit i inclinat

Combinant les tres metodologies anteriors es pot obtenir una molt bona aproximació a la distribució sinusoidal. Lògicament depenent de la mida de la màquina i dels condicionants mecànics de fabricació i muntatge de les ranures i els debanats, el nombre de ranures podrà ser major o menor. En principi, quantes més ranures hi hagi millor es poden ajustar els coeficients per tal de reduir el nombre d'harmònics i, per tant, el *THD*.

Prescindint de les limitacions constructives, sempre serà factible eliminar tres harmònics (k_s , k_d , k_i) imposant que el seu coeficient de debanat sigui nul:

$$\begin{cases} k_{sks} = \cos(k\beta) = 0 \\ k_{dhd} = \frac{\sin\left(\frac{k m \gamma}{2}\right)}{m \sin\left(\frac{k \gamma}{2}\right)} = 0 \\ k_{ihi} = \frac{\sin\left(\frac{k \xi}{2}\right)}{\frac{k \xi}{2}} = 0 \end{cases}$$

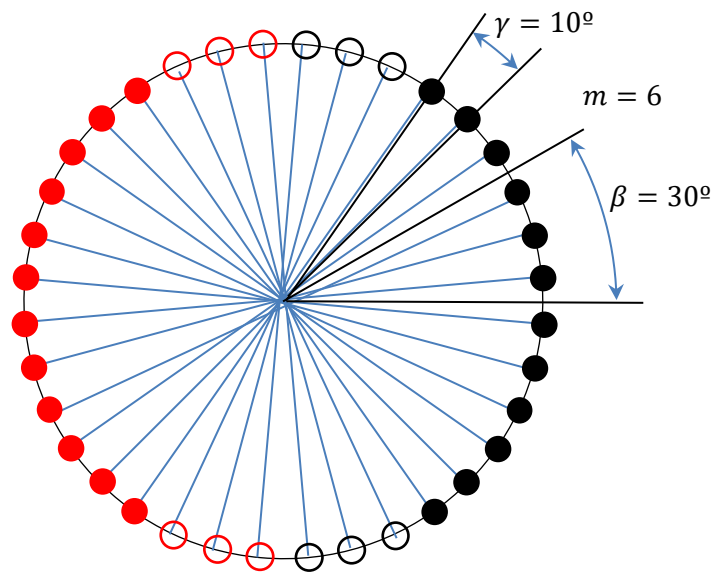
Per consideracions pràctiques (nombre de ranures factible i discretització dels angles associats), si resulta que no es poden anul·lar, com a mínim es poden reduir.

Un exemple de distribució d'una fase es mostra en la figura següent. El nombre total de ranures és 36, pel que l'angle entre ranures és $\gamma = 10^\circ$. Per a cada fase 24 ranures van plenes i 12 buides. Això dona un angle d'escurçament $\beta = 30^\circ$ i un repartiment $m = 6$ (la meitat del repartiment total, atès que l'escurçament ja representa repartir entre 2). L'angle d'inclinació s'escull $\xi = 51,4^\circ$ per tal que anul·li els harmònics homopolars (múltiples de 3). Amb aquesta distribució la taxa de distorsió harmònica total és aproximadament

$$THD \cong 1,52\%$$

Mentre que el valor eficaç de la component fonamental és del 102% del màxim que li correspondria a la ona quadrada del debanat concentrat amb el mateix nombre d'espines.

	Ordre de l'harmònic												
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
k_s	0,8660	0,0000	-0,8660	-0,8660	0,0000	0,8660	0,8660	0,0000	-0,8660	-0,8660	0,0000	0,8660	0,8660
k_d	0,9561	0,6440	0,1972	-0,1453	-0,2357	-0,1017	0,0919	0,1725	0,0837	-0,0837	-0,1725	-0,0919	0,1017
k_i	0,9668	0,7244	0,3490	0,0006	-0,1933	-0,1977	-0,0749	0,0640	0,1277	0,0921	0,0006	-0,0754	-0,0871
k	0,8006	0,0000	-0,0596	0,0001	0,0000	0,0174	-0,0060	0,0000	-0,0093	0,0067	0,0000	0,0060	-0,0077
$\frac{B_k}{B_{\text{màx}}}$	1,0193	0,0000	-0,0152	0,0000	0,0000	-0,0020	-0,0006	0,0000	-0,0007	-0,0004	0,0000	-0,0003	-0,0004



Les altres dues fases tenen el mateix patró, però a 120°

