

Màquines Elèctriques

Problemes de màquina de continua

Curs 2016-2017

Joan Rull

Samuel Galceran

DEE-UPC

DC00

Un motor de corrent continu d'ímants permanents té la placa de característiques següent:

$$P_N = 200 \text{ W} \quad U_N = 40 \text{ V} \quad I_N = 6 \text{ A} \quad N_N = 800 \text{ min}^{-1}$$

Les pèrdues mecàniques i en les escobretes es consideren negligibles.

Si el motor treballa en condicions nominals, determineu:

- 1) El rendiment η
- 2) El valor R_a de la resistència d'induit

Si el motor treballa a parell nominal, però està connectat a una xarxa de 30 V, determineu:

- 3) La nova velocitat N' de gir

1)

$$\eta(\%) = 100 \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{elèc}}} = 100 \frac{P_N}{U \cdot I} = 100 \frac{200}{40 \cdot 6} = 83,33 \%$$

2)

$$P_{\text{pN}} = U_N \cdot I_N - P_N = 40 \cdot 6 - 200 = 40 \text{ W}$$

$$R_a = \frac{P_{\text{pN}}}{I^2} = \frac{40}{6^2} = 1,111 \Omega$$

3)

En les condicions nominals:

$$E_N = U_N - R_a \cdot I_N = 40 - 1,111 \cdot 6 = 33,33 \text{ V}$$

En les condicions actuals:

$$E = U - R_a \cdot I = 30 - 1,111 \cdot 6 = 23,33 \text{ V}$$

$$N' = N_N \frac{E}{E_N} = 800 \frac{23,33}{33,33} = 560 \text{ min}^{-1}$$

DC01

Un motor de corrent continu d'excitació independent té la següent placa de característiques

$$U_N = 750 \text{ V} \quad N_N = 1053 \text{ min}^{-1} \quad P_N = 967 \text{ kW} \quad I_N = 1372 \text{ A} \quad U_{fN} = 310 \text{ V} \quad R_{fN} = 11 \Omega$$

La resistència de l'induït és $R_a = 18,5 \text{ m}\Omega$.

En condicions nominals de funcionament, determineu:

- 1) La potència elèctrica consumida pel rotor
- 2) El parell desenvolupat
- 3) El rendiment
- 4) Les pèrdues en el coure de l'induït i la suma de les pèrdues mecàniques, en les escobretes i en el ferro

Se suposen les pèrdues en les escobretes i en el ferro negligibles, és a dir, les pèrdues trobades en l'apartat 4 (no les del coure) s'atribueixen exclusivament a les mecàniques. Se suposa que les pèrdues mecàniques es corresponen amb un parell de fregament constant. Es realitza una regulació de velocitat per tensió o per debilitament de camp, segons s'escaigui.

El motor entrega un parell mecànic (útil) del 50 % del nominal i gira a una velocitat del 50 % de la nominal mitjançant regulació de tensió (flux d'excitació constant i igual al nominal).

- 5) Determineu la tensió en borns necessària i el rendiment del motor

El motor entrega un parell mecànic (útil) del 25 % del nominal i gira a una velocitat del 150 % de la nominal mitjançant debilitament de camp. La tensió en borns és la nominal.

- 6) Determineu la tensió d'excitació necessària i el rendiment del motor

En les mateixes circumstàncies de l'apartat anterior es realitza el debilitament de camp inversament proporcional al rati de velocitat/velocitat nominal.

- 7) Determineu la tensió en borns necessària i el rendiment del motor

1)

$$P_{eN} = U_N \cdot I_N = 750 \cdot 1372 = 1029 \text{ kW}$$

2)

$$\Gamma_{mN} = \frac{P_N}{\omega_N} = \frac{967}{1053 \frac{\pi}{30}} = 8,7694 \text{ kN m}$$

3)

$$P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = \frac{U_{fN}^2}{R_f} = \frac{310^2}{11} = 8,736 \text{ kW}$$

$$\eta_N(\%) = 100 \frac{P_N}{P_{eN} + P_{fN}} = 100 \frac{967}{1029 + 8,736} = 93,18 \%$$

4)

$$P_{CuN} = R_a I_N^2 = 0,0185 \cdot 1372^2 = 34,82 \text{ kW}$$

$$P_{FeN} + P_{bN} + P_{pmN} = P_{pN} - P_{CuN} = P_{eN} - P_N - P_{CuN} = 1029 - 967 - 34,82 = 27,18 \text{ kW}$$

5) El parell de pèrdues mecàniques en condicions nominals s'assimila al nombre calculat en l'apartat anterior:

$$P_{pmN} = 27,18 \text{ kW}$$

Admetent un parell de pèrdues mecàniques constant, en condicions nominals coincideixen:

$$\Gamma_{pm} = \frac{P_{pmN}}{\omega_N} = \frac{27180}{1053 \frac{\pi}{30}} = 246,5 \text{ N m}$$

$$\Gamma_{m5} = \frac{1}{2} \Gamma_{mN} = \frac{1}{2} 8769,4 = 4385 \text{ N m}$$

$$N_5 = \frac{1}{2} N_N = \frac{1}{2} 1053 = 526,5 \text{ min}^{-1}$$

$$\Gamma_5 = \Gamma_{m5} + \Gamma_{pm} = 4385 + 246,5 = 4631,5 \text{ N m}$$

En ésser la velocitat inferior a la nominal no hi ha debilitament de camp.

$$\Gamma_N = \Gamma_{mN} + \Gamma_{pm} = 8769,4 + 246,5 = 9016 \text{ N m}$$

$$k \phi_N = \frac{\Gamma_N}{I_N} = \frac{9016}{1372} = 6,5714 \text{ N m/A}$$

$$I_5 = \frac{\Gamma_5}{k \phi_N} = \frac{4631,5}{6,5714} = 704,8 \text{ A}$$

$$E_5 = k \phi_N \omega_5 = 6,5714 \cdot 526,5 \frac{\pi}{30} = 362,3 \text{ V}$$

$$U_5 = R_a \cdot I_5 + E_5 = 0,0185 \cdot 704,8 + 362,3 = 375,34 \text{ V}$$

$$\eta_5(\%) = 100 \frac{P_{m5}}{P_{e5} + P_{fN}} = 100 \frac{\Gamma_{m5} \cdot \omega_5}{U_5 \cdot I_5 + P_{fN}} = 100 \frac{4,385 \cdot 526,5 \frac{\pi}{30}}{375,34 \cdot 0,7048 + 8,736} = 88,47 \%$$

- 6) Amb debilitament de camp, per sobre de la velocitat nominal, i mantenint la tensió en borns al valor nominal

$$\Gamma_{m6} = \frac{1}{4} \Gamma_{mN} = \frac{1}{4} 8769,4 = 2192,4 \text{ N m}$$

$$N_6 = \frac{3}{2} N_N = \frac{3}{2} 1053 = 1579,5 \text{ min}^{-1}$$

$$\Gamma_6 = \Gamma_{m6} + \Gamma_{pm} = 2192,4 + 246,5 = 2439 \text{ N m}$$

$$U_6 = U_N = 750 \text{ V}$$

$$E_6 = k \phi_6 \omega_6$$

$$U_6 = R_a \cdot I_6 + E_6 = R_a \cdot I_6 + k \phi_6 \omega_6$$

$$\Gamma_6 = k \phi_6 I_6 \rightarrow I_6 = \frac{\Gamma_6}{k \phi_6}$$

$$U_6 = R_a \cdot \frac{\Gamma_6}{k \phi_6} + k \phi_6 \omega_6$$

$$0 = R_a \Gamma_6 - k \phi_6 U_6 + k^2 \phi_6^2 \omega_6$$

$$0 = 0,0185 \cdot 2439 - 750 \cdot k \phi_6 + k^2 \phi_6^2 \cdot 1579,5 \frac{\pi}{30}$$

$$0 = 45,122 - 750 \cdot k \phi_6 + 165,4 \cdot k^2 \phi_6^2$$

$$k \phi_6 = \begin{cases} 4,4735 \text{ N m/A} \\ 0,061 \text{ N m/A} \end{cases}$$

La segona solució no té sentit, atès que correspon a un corrent exageradament gran.

$$\frac{\phi_6}{\phi_N} = \frac{4,4735}{6,5714} = 0,68075$$

$$\frac{U_{f6}}{U_{fN}} = \frac{\phi_6}{\phi_N} = 0,68075 \rightarrow U_{f6} = 0,68075 \cdot 310 = 211 \text{ V}$$

$$P_{f6} = \frac{U_{f6}^2}{R_f} = \frac{211^2}{11} = 4,05 \text{ kW}$$

$$I_6 = \frac{\Gamma_6}{k \phi_6} = \frac{2439}{4,4735} = 545,2 \text{ A}$$

$$\eta_6(\%) = 100 \frac{P_{m6}}{P_{e6} + P_{f6}} = 100 \frac{\Gamma_{m6} \cdot \omega_6}{U_6 \cdot I_6 + P_{f6}} = 100 \frac{2,1924 \cdot 1579,5 \frac{\pi}{30}}{750 \cdot 0,5452 + 4,05} = 87,82 \%$$

7) Amb el camp debilitat inversament a la proporció de velocitats respecte del nominal.

$$\frac{U_{f7}}{U_{fN}} = \frac{\phi_7}{\phi_N} = \frac{\omega_N}{\omega_7} = \frac{1}{1,5} = 0,6667 \rightarrow U_{f7} = 0,6667 \cdot 310 = 206,7 \text{ V}$$

$$\Gamma_7 = \Gamma_6 = 2439 \text{ N m}$$

$$N_7 = N_6 = 1579,5 \text{ min}^{-1}$$

$$P_{f7} = \frac{U_{f7}^2}{R_f} = \frac{206,7^2}{11} = 3,88 \text{ kW}$$

$$I_7 = \frac{\Gamma_7}{k \phi_7} = \frac{\Gamma_7}{0,6667 \cdot k \phi_N} = \frac{2439}{0,6667 \cdot 6,5714} = 556,7 \text{ A}$$

$$E_7 = k \phi_7 \omega_7 = 0,6667 \cdot k \phi_N \omega_7 = 0,6667 \cdot 6,5714 \cdot 1579,5 \frac{\pi}{30} = 724,7 \text{ V}$$

$$U_7 = R_a \cdot I_7 + E_7 = 0,0185 \cdot 556,7 + 724,7 = 735 \text{ V}$$

$$\eta_7(\%) = 100 \frac{P_{m7}}{P_{e7} + P_{f7}} = 100 \frac{\Gamma_{m6} \cdot \omega_6}{U_7 \cdot I_7 + P_{f7}} = 100 \frac{2,1924 \cdot 1579,5 \frac{\pi}{30}}{735 \cdot 0,5567 + 3,88} = 87,79 \%$$

DC02

Un motor de corrent continu d'excitació independent té la següent placa de característiques

$U_N = 750 \text{ V}$	$N_N = 1100 \text{ min}^{-1}$	$P_N = 750 \text{ kW}$	$I_N = 1050 \text{ A}$	$U_{fN} = 310 \text{ V}$	$R_{fN} = 14 \text{ } \Omega$
-----------------------	-------------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------	-------------------------------

La resistència de l'induït és $R_a = 20 \text{ m}\Omega$. Les pèrdues de les escobretes i del ferro es consideren negligibles. Les pèrdues mecàniques es consideren les corresponents a un parell de pèrdues constant Γ_{pm} .

S'alimenta el motor amb un convertidor estàtic que permet el treball en 4 quadrants i gestiona el debilitament de camp de forma que el flux és inversament proporcional a la velocitat nominal si la velocitat de gir és superior a la nominal, i constant (al valor nominal) quan la velocitat de gir és inferior a la nominal.

En règim estacionari, determineu la tensió d'excitació necessària U_f , la tensió en borns del motor U , el corrent I , i el rendiment η en les següents circumstàncies:

- 1) $N_1 = 200 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m1} = 6000 \text{ N m}$
- 2) $N_2 = 1500 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m2} = 3000 \text{ N m}$
- 3) $N_3 = -200 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m3} = -6000 \text{ N m}$
- 4) $N_4 = -1500 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m4} = -3000 \text{ N m}$
- 5) $N_5 = 200 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m5} = -6000 \text{ N m}$
- 6) $N_6 = 1500 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m6} = -3000 \text{ N m}$
- 7) $N_7 = -200 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m7} = 6000 \text{ N m}$
- 8) $N_8 = -1500 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{m8} = 3000 \text{ N m}$

$$1) N_1 = 200 \text{ min}^{-1} \quad \Gamma_{m1} = 6000 \text{ N m} \rightarrow \text{Sense debilitament de camp. } U_{f1} = U_{fN} = 310 \text{ V}$$

Caracterització de la màquina deduïble de la placa de característiques:

$$P_{eN} = U_N \cdot I_N = 750 \cdot 1050 = 787,5 \text{ kW}$$

$$P_{pN} = P_{eN} - P_N = 787,5 - 750 = 37,5 \text{ kW}$$

$$P_{CuN} = R_a I_N^2 = 0,02 \cdot 1050^2 = 22,05 \text{ kW}$$

$$P_{pmN} = P_{pN} - P_{CuN} = 37,5 - 22,05 = 15,45 \text{ kW}$$

$$\Gamma_{pm} = \frac{P_{pmN}}{\omega_N} = \frac{15450}{1100 \frac{\pi}{30}} = 134,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_{mN} = \frac{P_N}{\omega_N} = \frac{750}{1100 \frac{\pi}{30}} = 6,5109 \text{ kN m}$$

$$\Gamma_N = \Gamma_{mN} + \Gamma_{pmN} = 6510,9 + 134,1 = 6645 \text{ N m}$$

$$k \phi_N = \frac{\Gamma_N}{I_N} = \frac{6645}{1050} = 6,3286 \text{ N m/A}$$

$$P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = \frac{U_{fN}^2}{R_{fN}} = \frac{310^2}{14} = 6864 \text{ W}$$

En les condicions de funcionament

$$\Gamma_1 = \Gamma_{m1} + \Gamma_{pm} = 6000 + 134,1 = 6134,1 \text{ N m}$$

$$I_1 = \frac{\Gamma_1}{k \phi_N} = \frac{6134,1}{6,3286} = 969,3 \text{ A}$$

$$U_1 = R_a \cdot I_1 + E_1 = R_a \cdot I_1 + k \phi_N \omega_1 = 0,02 \cdot 969,3 + 6,3286 \cdot 200 \frac{\pi}{30} = 151,9 \text{ V}$$

$$\eta_1(\%) = 100 \frac{P_{m1}}{P_{e1} + P_{fN}} = 100 \frac{\Gamma_{m1} \cdot \omega_1}{U_1 \cdot I_1 + P_{fN}} = 100 \frac{6 \cdot 200 \frac{\pi}{30}}{151,9 \cdot 0,9693 + 6,864} = 81,55 \%$$

$$2) N_2 = 1500 \text{ min}^{-1} \quad \Gamma_{m2} = 3000 \text{ N m} \rightarrow \text{Debilitament de camp}$$

$$\frac{U_{f2}}{U_{fN}} = \frac{\phi_2}{\phi_N} = \frac{\omega_N}{\omega_2} = \frac{1100}{1500} = 0,7333 \rightarrow U_{f2} = 0,7333 \cdot 310 = 227,3 \text{ V}$$

$$P_{f2} = U_{f2} \cdot I_{f2} = \frac{U_{f2}^2}{R_{fN}} = \frac{227,3^2}{14} = 3690 \text{ W}$$

$$k \phi_2 = k \phi_N \frac{\omega_N}{\omega_2} = 6,3286 \cdot 0,7333 = 4,641 \text{ N m/A}$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_{m2} + \Gamma_{pm} = 3000 + 134,1 = 3134,1 \text{ N m}$$

$$I_2 = \frac{\Gamma_2}{k \phi_2} = \frac{3134,1}{4,641} = 675,3 \text{ A}$$

$$U_2 = R_a \cdot I_2 + E_2 = R_a \cdot I_2 + k \phi_2 \omega_2 = 0,02 \cdot 675,3 + 4,641 \cdot 1500 \frac{\pi}{30} = 742,5 \text{ V}$$

$$\eta_2(\%) = 100 \frac{P_{m2}}{P_{e2} + P_{f2}} = 100 \frac{\Gamma_{m2} \cdot \omega_2}{U_2 \cdot I_2 + P_{f2}} = 100 \frac{3 \cdot 1500 \frac{\pi}{30}}{742,5 \cdot 0,6753 + 3,69} = 93,3 \%$$

$$3) N_3 = -200 \text{ min}^{-1} \quad \Gamma_{m3} = -6000 \text{ N m}$$

És el mateix mode de funcionament (motor) i en les mateixes condicions que en l'apartat 1 però girant en sentit contrari.

$$U_{f3} = U_{f1} = U_{fN} = 310 \text{ V}$$

$$I_3 = -I_1 = -969,3 \text{ A}$$

$$U_3 = -U_1 = -151,9 \text{ V}$$

$$\eta_3 = \eta_1 = 81,55 \%$$

Nota: El parell de pèrdues mecàniques sempre té el signe de la velocitat. Per tant, en aquests apartats canvia el signe, però com es suma al parell mecànic útil, que també té el signe canviat respecte dels apartats precedents, els valor obtinguts són els mateixos en valor absolut.

$$4) N_4 = -1500 \text{ min}^{-1} \quad \Gamma_{m4} = -3000 \text{ N m}$$

És el mateix mode de funcionament (motor) i en les mateixes condicions que en l'apartat 2 però girant en sentit contrari.

$$U_{f4} = U_{f2} = 227,3 \text{ V}$$

$$I_4 = -I_2 = -675,3 \text{ A}$$

$$U_4 = -U_2 = -742,5 \text{ V}$$

$$\eta_4 = \eta_2 = 93,3 \%$$

$$5) N_5 = 200 \text{ min}^{-1} \quad \Gamma_{m5} = -6000 \text{ N m} \rightarrow \text{Sense debilitament de camp, generant (frenant)}$$

El parell de fricció mecànica s'oposa al sentit de gir i, per tant, el parell de pèrdues mecàniques manté el valor i signes de l'apartat 1.

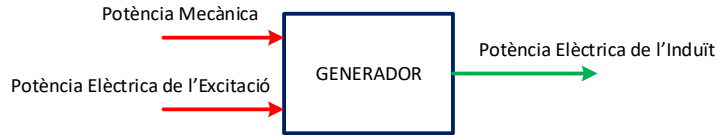
$$\Gamma_5 = \Gamma_{m5} + \Gamma_{pm} = -6000 + 134,1 = -5866 \text{ N m}$$

$$I_5 = \frac{\Gamma_5}{k \phi_N} = \frac{-5866}{6,3286} = -926,9 \text{ A}$$

$$U_5 = R_a \cdot I_5 + E_5 = R_a \cdot I_5 + k \phi_N \omega_5 = -0,02 \cdot 926,9 + 6,3286 \cdot 200 \frac{\pi}{30} = 114 \text{ V}$$

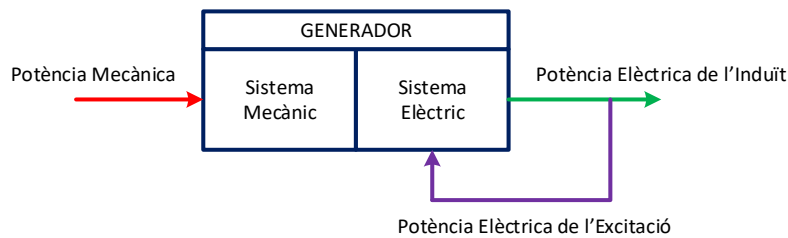
El rendiment en funcionament com a generador es pot calcular de dues maneres segons com es vulgui interpretar el sistema i, com a conseqüència, es poden obtenir dos resultats:

Mètode 1: Es considera la potència mecànica i la potència elèctrica de l'excitació com entrades al sistema i la potència elèctrica de l'induït com a única potència de sortida.



$$\eta_5(\%) = 100 \frac{P_{\text{egen5}}}{P_{\text{mIN5}} + P_{\text{fN}}} = 100 \frac{-U_5 \cdot I_5}{-\Gamma_{\text{m5}} \cdot \omega_5 + P_{\text{fN}}} = 100 \frac{-114 \cdot (-0,9269)}{6 \cdot 200 \frac{\pi}{30} + 6,864} = 79,73 \%$$

Mètode 2: Es considera la potència mecànica com l'única entrada al sistema mecànic i com a sortida es considera la potència elèctrica de l'induït. D'aquesta, se n'ha de minar la necessària per alimentar l'excitació.



$$\eta_5(\%) = 100 \frac{P_{\text{egen5}} - P_{\text{fN}}}{P_{\text{mIN5}}} = 100 \frac{-U_5 \cdot I_5 - P_{\text{fN}}}{-\Gamma_{\text{m5}} \cdot \omega_5} = 100 \frac{-114 \cdot (-0,9269) - 6,864}{6 \cdot 200 \frac{\pi}{30}} = 78,62 \%$$

6) $N_6 = 1500 \text{ min}^{-1}$ $\Gamma_{\text{m6}} = -3000 \text{ N m}$ \rightarrow Debilitament de camp

$$\frac{U_{\text{f6}}}{U_{\text{fN}}} = \frac{\phi_6}{\phi_N} = \frac{\omega_N}{\omega_6} = \frac{1100}{1500} = 0,7333 \rightarrow U_{\text{f6}} = 0,7333 \cdot 310 = 227,3 \text{ V}$$

$$P_{\text{f6}} = U_{\text{f6}} \cdot I_{\text{f6}} = \frac{U_{\text{f6}}^2}{R_{\text{f}}} = \frac{227,3^2}{14} = P_{\text{f2}} = 3690 \text{ W}$$

$$k \phi_6 = k \phi_N \frac{\omega_N}{\omega_6} = k \phi_2 = 0,7333 \cdot 6,3286 = 4,641 \text{ N m/A}$$

$$\Gamma_6 = \Gamma_{\text{m6}} + \Gamma_{\text{pm}} = -3000 + 134,1 = -2866 \text{ N m}$$

$$I_6 = \frac{\Gamma_6}{k \phi_6} = \frac{-2866}{4,641} = -617,5 \text{ A}$$

$$U_6 = R_a \cdot I_6 + E_6 = R_a \cdot I_6 + k \phi_6 \omega_6 = 0,02 \cdot (-617,5) + 4,641 \cdot 1500 \frac{\pi}{30} = 716,7 \text{ V}$$

Mètode 1:

$$\eta_6(\%) = 100 \frac{P_{\text{egen6}}}{P_{\text{mIN6}} + P_{f6}} = 100 \frac{-U_6 \cdot I_6}{-\Gamma_{m6} \cdot \omega_6 + P_{f6}} = 100 \frac{-716,7 \cdot (-0,6175)}{3 \cdot 1500 \frac{\pi}{30} + 3,69} = 93,18 \%$$

Mètode 2:

$$\eta_6(\%) = 100 \frac{P_{\text{egen6}} - P_{f6}}{P_{\text{mIN6}}} = 100 \frac{-U_6 \cdot I_6 - P_{f6}}{-\Gamma_{m6} \cdot \omega_6} = 100 \frac{-716,7 \cdot (-0,6175) - 3,69}{3 \cdot 1500 \frac{\pi}{30}} = 93,13 \%$$

7) i 8) Mateixes situacions que en 5) i 6) respectivament, però girant en sentit contrari. Mateixos resultats canviant el signe de tensió i corrent, pels mateixos motius que en els apartats 3) i 4).

DC03

Un motor de corrent continu sèrie, en el que les pèrdues mecàniques, en el ferro i en les escobretes es consideren negligibles, té els paràmetres elèctrics mostrats en el requadre. En tots els apartats es considera règim estacionari de funcionament.

$$R_a = 0,5 \, \Omega \quad L_a = 0,1 \, \text{H} \quad R_f = 1 \, \Omega \quad L_f = 0,06 \, \text{H} \quad k_f = 0,0006 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \quad k = 125 \frac{\text{N m}}{\text{A Wb}}$$

Si s'alimenta amb corrent continu i el corrent que està circulat és $I_{\text{DC}} = 5 \, \text{A}$ i gira a una velocitat $N = 4000 \, \text{min}^{-1}$, determineu:

- 1) El parell Γ_{m1} que desenvolupa
- 2) La força electromotriu E_2
- 3) La tensió en borns U_3
- 4) El rendiment η_4
- 5) El rendiment η_5 que s'obtidria si el parell de pèrdues mecàniques fos $\Gamma_{\text{pm}} = 0,1 \, \text{N m}$

Si es connectés a una font de tensió continua de valor $U_6 = 200 \, \text{V}$, amb el parell de pèrdues mecàniques de l'apartat anterior ($\Gamma_{\text{pm}} = 0,1 \, \text{N m}$), determineu:

- 6) El parell útil desenvolupat Γ_{m6} si la velocitat de gir fos la mateixa $N = 4000 \, \text{min}^{-1}$
- 7) El rendiment η_7 en les condicions de l'aparat anterior
- 8) La velocitat a que giraria en buit N_8

Amb la mateixa tensió d'alimentació anterior ($U_6 = 200 \, \text{V}$) si el parell de pèrdues mecàniques fos proporcional a la velocitat al quadrat segons $\Gamma_{\text{pm}} = b \cdot \omega^2 = 5,7 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2$, determineu:

- 9) La velocitat a que giraria en buit N_9

Si s'alimenta el motor amb un corrent altern $i(t) = \sqrt{2} I_{\text{AC}} \cos(\omega_x t)$, determineu:

- 10) L'expressió del parell $\Gamma_{10}(t)$
- 11) El valor mig del parell Γ_{11}
- 12) Repetiu els apartats 1) a 5) si $I_{\text{AC}} = 5 \, \text{A}$ i $\omega_x = 100 \pi \, \text{rad/s}$

Si es connecta el motor a una font de tensió alterna de tensió eficaç $U_{13} = 230 \, \text{V}$ i freqüència $50 \, \text{Hz}$ i el parell de pèrdues mecàniques es manté constant al valor dels apartats 5) a 8) ($\Gamma_{\text{pm}} = 0,1 \, \text{N m}$),

- 13) Repetiu els apartats 6) a 8)

Amb la mateixa tensió d'alimentació anterior ($U_{13} = 230 \, \text{V}$) si el parell de pèrdues mecàniques fos proporcional a la velocitat al quadrat segons $\Gamma_{\text{pm}} = b \cdot \omega^2 = 5,7 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2$, determineu:

- 14) La velocitat a que giraria en buit N_{14}

1)

$$\Phi_f = k_f \cdot I_{DC} = 0,0006 \cdot 5 = 0,003 \text{ Wb}$$

$$\Gamma_{m1} = \Gamma_1 = k \cdot \Phi_f \cdot I_{DC} = 125 \cdot 0,003 \cdot 5 = 1,875 \text{ N m}$$

2)

$$E_2 = k \cdot \Phi_f \cdot \omega = 125 \cdot 0,003 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 157,1 \text{ V}$$

3)

$$U_3 = (R_a + R_f) \cdot I_{DC} + E_2 = (0,5 + 1) \cdot 5 + 157,1 = 164,6 \text{ V}$$

4)

$$P_{out4} = \Gamma_{m1} \cdot \omega = 1,875 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 785,4 \text{ W}$$

$$P_{in4} = U_3 \cdot I_{DC} = 164,6 \cdot 5 = 823 \text{ W}$$

$$\eta_4(\%) = 100 \frac{P_{out4}}{P_{in4}} = 100 \frac{785,4}{823} = 95,43 \%$$

5)

$$P_{out5} = (\Gamma_1 - \Gamma_{pm}) \cdot \omega = (1,875 - 0,1) \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 743,5 \text{ W}$$

$$\eta_5(\%) = 100 \frac{P_{out5}}{P_{in4}} = 100 \frac{743,5}{823} = 90,34 \%$$

6)

$$U_6 = (R_a + R_f) \cdot I_6 + E_6 = (R_a + R_f) \cdot I_6 + k \cdot \Phi_f \cdot \omega = (R_a + R_f) \cdot I_6 + k \cdot k_f \cdot I_6 \cdot \omega$$

$$I_6 = \frac{U_6}{R_a + R_f + k \cdot k_f \cdot \omega} = \frac{200}{0,5 + 1 + 0,0006 \cdot 125 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}} = 6,08 \text{ A}$$

$$\Gamma_6 = k \cdot k_f \cdot I_6 \cdot I_6 = 125 \cdot 0,0006 \cdot 6,08^2 = 2,77 \text{ N m}$$

$$\Gamma_{m6} = \Gamma_6 - \Gamma_{pm} = 2,77 - 0,1 = 2,67 \text{ N m}$$

7)

$$\eta_7(\%) = 100 \frac{P_{out}}{P_{in}} = 100 \frac{\Gamma_{m6} \cdot \omega}{U_6 \cdot I_6} = 100 \frac{2,67 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}}{200 \cdot 6,08} = 91,97 \%$$

8)

$$\Gamma_{m8} = 0 = \Gamma_8 - \Gamma_{pm} \rightarrow \Gamma_8 = \Gamma_{pm} = 0,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_8 = k \cdot k_f \cdot I_8^2 \rightarrow I_8 = \sqrt{\frac{\Gamma_8}{k \cdot k_f}} = \sqrt{\frac{0,1}{125 \cdot 0,0006}} = 1,155 \text{ A}$$

$$U_8 = (R_a + R_f) \cdot I_8 + k \cdot k_f \cdot I_8 \cdot \omega_8$$

$$\omega_8 = \frac{U_8 - (R_a + R_f) \cdot I_8}{k \cdot k_f \cdot I_8} = \frac{200 - (0,5 + 1) \cdot 1,155}{125 \cdot 0,0006 \cdot 1,155} = 2288,8 \text{ rad/s}$$

$$N_8 = \omega_8 \frac{30}{\pi} = 21856 \text{ min}^{-1}$$

9)

$$\Gamma_{pm} = b \cdot \omega^2 = 5,7 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2$$

$$\Gamma_9 = k \cdot k_f \cdot I_9^2 \rightarrow I_9 = \sqrt{\frac{b \cdot \omega_9^2}{k \cdot k_f}} = \sqrt{\frac{b}{k \cdot k_f}} \omega_9$$

$$U_9 = (R_a + R_f + k \cdot k_f \cdot \omega_9) \cdot I_9 = (R_a + R_f + k \cdot k_f \cdot \omega_9) \cdot \sqrt{\frac{b}{k \cdot k_f}} \omega_9$$

$$\omega_9^2 + \frac{R_a + R_f}{k \cdot k_f} \omega_9 - \frac{U_9}{\sqrt{k \cdot k_f \cdot b}} = 0$$

$$\omega_9^2 + \frac{1,5}{0,075} \omega_9 - \frac{200}{\sqrt{42,75 \cdot 10^{-9}}} = 0$$

$$\omega_9^2 + 20 \omega_9 - 967302 = 0$$

$$\omega_9 = \begin{cases} -993,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & \text{Sense sentit} \\ 973,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & (N_9 = 9297 \text{ min}^{-1}) \end{cases}$$

10)

$$\Gamma_{10}(t) = k \cdot k_f \cdot (i(t))^2 = k \cdot k_f \cdot (\sqrt{2} I_{AC} \cos(\omega_x t))^2 = 2 \cdot I_{AC}^2 \cdot k \cdot k_f \cdot \cos^2(\omega_x t)$$

$$\Gamma_{10}(t) = I_{AC}^2 \cdot k \cdot k_f \cdot (1 + \cos(2 \omega_x t))$$

11)

$$\Gamma_{11} = \frac{1}{T} \int_0^T \Gamma_{10}(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T (I_{AC}^2 \cdot k \cdot k_f \cdot (1 + \cos(2 \omega_x t))) \cdot dt = I_{AC}^2 \cdot k \cdot k_f$$

El mateix resultat que en DC si s'expressa el corrent amb valor eficaç.

12)

$$\Gamma_{12} = k \cdot \Phi_f \cdot I_{AC} = \Gamma_1 = 125 \cdot 0,003 \cdot 5 = 1,875 \text{ N m}$$

$$e_{12}(t) = k \cdot \Phi_f(t) \cdot \omega = k \cdot k_f \cdot i(t) \cdot \omega = k \cdot k_f \cdot \sqrt{2} I_{AC} \cdot \cos(\omega_x t) \cdot \omega$$

En estar alimentat amb corrent altern i en règim estacionari és més pràctic treballar amb notació fasorial:

$$\underline{I}_{12} = I_{AC} + j0 = 5 + j0 \text{ A}$$

$$\underline{E}_{12} = k \cdot k_f \cdot \omega \cdot \underline{I}_{12} = E_2 = 125 \cdot 0,0006 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} \cdot 5 = 157,1 \text{ V}$$

En ser el corrent altern, les inductàncies en règim estacionari tenen caiguda de tensió:

$$u_{12}(t) = (R_a + R_f) \cdot i(t) + (L_a + L_f) \frac{d}{dt} i(t) + e_{12}(t)$$

Amb notació fasorial

$$\underline{U}_{12} = (R_a + R_f) \cdot \underline{I}_{12} + j \omega_x (L_a + L_f) \cdot \underline{I}_{12} + \underline{E}_{12} = U_3 + j \omega_x (L_a + L_f) \cdot \underline{I}_{12}$$

$$\underline{U}_{12} = (0,5 + 1) \cdot 5 + j 100 \pi (0,1 + 0,06) \cdot 5 + 157,1 = 164,6 + j 251,3 \text{ V}$$

$$U_{12} = 300,4 \text{ V}$$

$$P_{\text{out}12} = \Gamma_{m1} \cdot \omega = P_{\text{out}4} = \Re\{\underline{E}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^*\} = E_2 \cdot I_{AC} = 1,875 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 785,4 \text{ W}$$

$$P_{\text{in}12} = \Re\{\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^*\} = U_3 \cdot I_{AC} = P_{\text{in}4} = 164,6 \cdot 5 = 823 \text{ W}$$

Atès que s'han considerat negligibles les pèrdues en el ferro, el funcionament en les mateixes condicions mecàniques (mateixa potència útil) i amb el mateix corrent (mateixes pèrdues en el coure) ha de donar el mateix resultat que en els apartats 4) i 5)

$$\eta_4(\%) = 100 \frac{P_{\text{out}4}}{P_{\text{in}4}} = 100 \frac{785,4}{823} = 95,43 \% \quad \eta_5(\%) = 100 \frac{P_{\text{out}5}}{P_{\text{in}4}} = 100 \frac{743,5}{823} = 90,34 \%$$

13)

$$\begin{aligned} \underline{U}_{13} &= (R_a + R_f) \cdot \underline{I}_{13} + j \omega_x (L_a + L_f) \cdot \underline{I}_{13} + \underline{E}_{13} \\ &= ((R_a + R_f) + j \omega_x (L_a + L_f) + k \cdot k_f \cdot \omega) \cdot \underline{I}_{13} \end{aligned}$$

Nova referència d'angles $\underline{U}_{13} = 230 \text{ V}$

$$\underline{I}_{13} = \frac{\underline{U}_{13}}{(R_a + R_f) + j \omega_x (L_a + L_f) + k \cdot k_f \cdot \omega}$$

$$\underline{I}_{13} = \frac{230}{1,5 + j 100 \pi \cdot 0,16 + 0,0006 \cdot 125 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}} = \frac{230}{32,92 + j 50,27} = 2,097 - j 3,202 \text{ A}$$

$$I_{13} = 3,83 \text{ A}$$

$$\Gamma_{13} = k \cdot k_f \cdot I_{13}^2 = 125 \cdot 0,0006 \cdot 3,83^2 = 1,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_{m13} = \Gamma_{13} - \Gamma_{pm} = 1,1 - 0,1 = 1 \text{ N m}$$

$$\eta_{13}(\%) = 100 \frac{P_{out13}}{P_{in13}} = 100 \frac{\Gamma_{m13} \cdot \omega}{\Re\{\underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_{13}^*\}} = 100 \frac{1 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}}{230 \cdot 2,097} = 86,85 \%$$

En buit

$$\Gamma_{m130} = 0 = \Gamma_{130} - \Gamma_{pm} \rightarrow \Gamma_{130} = \Gamma_{pm} = 0,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_{130} = k \cdot k_f \cdot I_{130}^2 \rightarrow I_{130} = \sqrt{\frac{\Gamma_{130}}{k \cdot k_f}} = \sqrt{\frac{0,1}{125 \cdot 0,0006}} = 1,155 \text{ A}$$

$$\underline{U}_{13} = ((R_a + R_f) + j \omega_x (L_a + L_f) + k \cdot k_f \cdot \omega_{130}) \cdot \underline{I}_{130}$$

$$\left(\frac{U_{13}}{I_{130}}\right)^2 = (R_a + R_f + k \cdot k_f \cdot \omega_{130})^2 + (\omega_x (L_a + L_f))^2$$

$$\left(\frac{230}{1,155}\right)^2 = (1,5 + 0,075 \cdot \omega_{130})^2 + (100 \pi \cdot 0,16)^2$$

$$1,5 + 0,075 \cdot \omega_{130} = \sqrt{\left(\frac{230}{1,155}\right)^2 - (100 \pi \cdot 0,16)^2} = 192,7 \text{ V}$$

$$\omega_{130} = \frac{192,7 - 1,5}{0,075} = 2549,3 \text{ rad/s}$$

$$N_{130} = \omega_{130} \frac{30}{\pi} = 24344 \text{ min}^{-1}$$

14)

$$\Gamma_{pm} = b \cdot \omega^2 = 5,7 \cdot 10^{-7} \cdot \omega^2$$

$$\Gamma_{14} = k \cdot k_f \cdot I_{14}^2 \rightarrow I_{14} = \sqrt{\frac{b \cdot \omega_{14}^2}{k \cdot k_f}} = \sqrt{\frac{b}{k \cdot k_f}} \omega_{14}$$

$$\underline{U}_{13} = ((R_a + R_f) + k \cdot k_f \cdot \omega_{14} + j \omega_x (L_a + L_f)) \cdot \underline{I}_{14}$$

$$U_{13} = |(R_a + R_f) + k \cdot k_f \cdot \omega_{14} + j \omega_x (L_a + L_f)| \cdot \sqrt{\frac{b}{k \cdot k_f}} \omega_{14}$$

$$k \cdot k_f \cdot \frac{U_{13}^2}{b} = ((\omega_x (L_a + L_f))^2 + (R_a + R_f + k \cdot k_f \cdot \omega_{14})^2) \cdot \omega_{14}^2$$

$$125 \cdot 0,0006 \cdot \frac{230^2}{5,7 \cdot 10^{-7}} = ((100 \pi \cdot 0,16)^2 + (1,5 + 125 \cdot 0,0006 \cdot \omega_{14})^2) \cdot \omega_{14}^2$$

$$6960526316 = (2526,6 + (1,5 + 0,075 \cdot \omega_{14})^2) \cdot \omega_{14}^2$$

$$6960526316 = (2526,6 + 2,25 + 0,225 \cdot \omega_{14} + 0,005625 \cdot \omega_{14}^2) \cdot \omega_{14}^2$$

$$0,005625 \cdot \omega_{14}^4 + 0,225 \cdot \omega_{14}^3 + 2526,6 \cdot \omega_{14}^2 - 6960526316 = 0$$

$$\omega_{14} = \begin{cases} -962,21 \text{ rad/s} & \text{Sense Sentit} \\ -11,98 + j 1165,8 \text{ rad/s} & \text{Sense Sentit} \\ -11,98 - j 1165,8 \text{ rad/s} & \text{Sense Sentit} \\ 946,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & (N_{14} = 9035 \text{ min}^{-1}) \end{cases}$$

DC04

D'un motor DC fraccionari (de petita potència), amb excitació per imant permanent, es coneixen les següents característiques:

$$U_N = 70 \text{ V} \quad k \phi = 0,242 \text{ N m/A} \quad R_a = 3,9 \Omega$$

Les pèrdues en les escombretes són negligibles. Les pèrdues mecàniques i en el ferro s'assimilen a un parell de pèrdues, funció de la velocitat segons la següent expressió:

$$\Gamma_{\text{pmFe}} = a + b \cdot \omega \quad a = 4,5 \text{ mN m} \quad b = 0,0073 \frac{\text{mN m}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Amb el motor alimentat a tensió nominal, determineu:

- 1) El corrent i el parell d'arrancada: I_s , Γ_s
- 2) El punt de treball de potència útil màxima: P_{mx} , Γ_{px} , I_{px} , ω_{px} , η_{px}
- 3) El rendiment nominal η_N sabent que la velocitat nominal és $N_N = 2470 \text{ min}^{-1}$
- 4) Justifiqueu si pot treballar en el punt de potència màxima en servei continu
- 5) La velocitat de gir en buit

1)

$$I_s = \frac{U_N}{R_a} = \frac{70}{3,9} = 17,95 \text{ A}$$

$$\Gamma_s = k \phi I_s = 0,242 \cdot 17,95 = 4,344 \text{ N m}$$

2)

$$U_N = R_a I + k \phi \omega$$

$$I = \frac{U_N - k \phi \omega}{R_a}$$

$$\Gamma = k \phi I = \frac{k \phi U_N - (k \phi)^2 \omega}{R_a}$$

$$\Gamma_m = \Gamma - \Gamma_{pmFe} = \frac{k \phi U_N - (k \phi)^2 \omega}{R_a} - a - b \omega$$

$$P_m = \Gamma_m \omega = \left(\frac{k \phi U_N}{R_a} - a \right) \omega - \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right) \omega^2$$

Màxim: $\frac{dP_m}{d\omega} = 0 \quad \frac{d^2P_m}{d\omega^2} < 0$

$$\frac{dP_m}{d\omega} = \left(\frac{k \phi U_N}{R_a} - a \right) - 2 \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right) \omega$$

$$\frac{dP_m}{d\omega} = 0 \rightarrow 0 = \left(\frac{k \phi U_N}{R_a} - a \right) - 2 \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right) \omega_{px}$$

$$\omega_{px} = \frac{\frac{k \phi U_N}{R_a} - a}{2 \cdot \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right)} = \frac{\frac{0,242 \cdot 70}{3,9} - 0,0045}{2 \cdot \left(\frac{0,242^2}{3,9} + 7,3 \cdot 10^{-6} \right)} = 144,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1379 \text{ min}^{-1})$$

$$P_{mx} = \left(\frac{k \phi U_N}{R_a} - a \right) \omega_{px} - \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right) \omega_{px}^2$$

$$P_{mx} = \left(\frac{0,242 \cdot 70}{3,9} - 0,0045 \right) \cdot 144,4 - \left(\frac{0,242^2}{3,9} + 7,3 \cdot 10^{-6} \right) \cdot 144,4^2 = 313,3 \text{ W}$$

$$\Gamma_{px} = \frac{P_{mx}}{\omega_{px}} = \frac{313,3}{144,4} = 2,17 \text{ N m}$$

$$I_{px} = \frac{\Gamma_{px} + \Gamma_{pmFe}}{k \phi} = \frac{2,17 + 4,5 \cdot 10^{-3} + 7,3 \cdot 10^{-6} \cdot 144,4}{0,242} = 8,99 \text{ A}$$

$$\eta_{px}(\%) = 100 \frac{P_{mx}}{U_N \cdot I_{px}} = 100 \frac{313,3}{70 \cdot 8,99} = 49,8 \%$$

3)

$$E_N = k \phi \omega_N = 0,242 \cdot 2470 \frac{\pi}{30} = 62,6 \text{ V}$$

$$I_N = \frac{U_N - E_N}{R_a} = \frac{70 - 62,6}{3,9} = 1,9 \text{ A}$$

$$\Gamma_N = k \phi I_N = 0,242 \cdot 1,9 = 459,8 \text{ mN m}$$

$$\Gamma_{mN} = \Gamma_N - \Gamma_{pmFe} = \Gamma_N - a - b \omega_N = 459,8 - 4,5 - 0,0073 \cdot 2470 \frac{\pi}{30} = 453 \text{ mN m}$$

$$P_N = \Gamma_{mN} \omega_N = 0,453 \cdot 2470 \frac{\pi}{30} = 117,3 \text{ W}$$

$$\eta_N(\%) = 100 \frac{P_N}{U_N \cdot I_N} = 100 \frac{117,3}{70 \cdot 1,9} = 88,2 \%$$

4)

Les pèrdues en condicions nominals són les màximes que tèrmicament es poden evacuar en règim estacionari.

$$P_{pN} = U_N \cdot I_N - P_N = 70 \cdot 1,9 - 117,3 = 15,7 \text{ W}$$

En el punt de funcionament de potència màxima les pèrdues són:

$$P_{ppx} = U_N \cdot I_{px} - P_{mx} = 70 \cdot 8,99 - 313,3 = 316 \text{ W}$$

Clarament molt superiors a les màximes admissibles i, per tant, NO pot funcionar en servei continu en aquest punt de treball.

5)

$$\Gamma_{m0} = 0 = \Gamma_0 - \Gamma_{pmFe} = \frac{k \phi U_N - (k \phi)^2 \omega_0}{R_a} - a - b \omega_0$$

$$0 = \frac{k \phi U_N}{R_a} - a - \left(\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b \right) \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{\frac{k \phi U_N}{R_a} - a}{\frac{(k \phi)^2}{R_a} + b} = \frac{\frac{0,242 \cdot 70}{3,9} - 0,0045}{\frac{(0,242)^2}{3,9} + 7,3 \cdot 10^{-6}} = 288,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2758 \text{ min}^{-1})$$

DC05

Un motor de corrent continu d'excitació amb imant permanent té la següent placa de característiques:

$$U_N = 180 \text{ V} \quad N_N = 3150 \text{ min}^{-1} \quad P_N = 3,4 \text{ kW} \quad k \phi_f = 0,5 \frac{\text{Nm}}{\text{A}} \quad \eta = 78,7 \%$$

Les pèrdues al ferro, en les escobretes i les mecàniques es consideren negligibles. Es desitja fer una arrencada amb resistències rotòriques de manera que la intensitat no superi el 130 % de la intensitat nominal ni sigui inferior al 70 % de la intensitat nominal.

Es demana:

1) Quants graons de resistències s'han de preveure i el valor de cadascuna de les resistències per aconseguir-ho.

1)

$$E_N = k \phi_f \omega = 0,5 \cdot 3150 \frac{\pi}{30} = 164,9 \text{ V}$$

$$P_{eN} = \frac{P_N}{\eta} = \frac{3400}{0,787} = 4320 \text{ W}$$

$$I_N = \frac{P_{eN}}{U_N} = \frac{4320}{180} = 24 \text{ A}$$

$$R_a = \frac{U_N - E_N}{I_N} = \frac{180 - 164,9}{24} = 0,629 \Omega$$

$$I_{\text{màx}} = I_N \cdot 1,3 = 24 \cdot 1,3 = 31,2 \text{ A}$$

$$I_{\text{mín}} = I_N \cdot 0,7 = 24 \cdot 0,7 = 16,8 \text{ A}$$

Primer graó:

$$R_{T1} = \frac{U_N - E_{f1}}{I_{\text{màx}}} = \frac{180 - 0}{31,2} = 5,769 \Omega$$

$$E_{f1} = U_N - R_{T1} I_{\text{mín}} = 180 - 5,769 \cdot 16,8 = 83,08 \text{ V}$$

Segon graó:

$$R_{T2} = \frac{U_N - E_{f1}}{I_{\text{màx}}} = \frac{180 - 83,08}{31,2} = 3,106 \Omega$$

$$E_{f2} = U_N - R_{T2} I_{\text{mín}} = 180 - 3,106 \cdot 16,8 = 127,82 \text{ V}$$

Tercer graó:

$$R_{T3} = \frac{U_N - E_{f2}}{I_{\text{màx}}} = \frac{180 - 127,82}{31,2} = 1,672 \Omega$$

$$E_{f3} = U_N - R_{T3} I_{\text{mín}} = 180 - 1,672 \cdot 16,8 = 151,91 \text{ V}$$

Quart graó:

$$R_{T4} = \frac{U_N - E_{f3}}{I_{\text{màx}}} = \frac{180 - 151,91}{31,2} = 0,9 \Omega$$

$$E_{f4} = U_N - R_{T4} I_{\min} = 180 - 0,9 \cdot 16,8 = 164,88 \text{ V}$$

Cinquè graó:

$$R_{T5} = \frac{U_N - E_{f4}}{I_{\max}} = \frac{180 - 164,88}{31,2} = 0,485 \Omega, \text{ menor que } R_a$$

Per tant, es necessiten quatre resistències:

$$R_1 = R_{T1} - R_{T2} = 5,769 - 3,106 = 2,663 \Omega$$

$$R_2 = R_{T2} - R_{T3} = 3,106 - 1,672 = 1,434 \Omega$$

$$R_3 = R_{T3} - R_{T4} = 1,672 - 0,9 = 0,772 \Omega$$

$$R_4 = R_{T4} - R_a = 0,9 - 0,629 = 0,271 \Omega$$

DC06 (Examen parcial 16/04/2013)

Un motor de corrent continu d'ímants permanents té la placa de característiques següent:

$$P_N = 200 \text{ W} \quad U_N = 40 \text{ V} \quad I_N = 6 \text{ A} \quad N_N = 800 \text{ min}^{-1}$$

Les pèrdues mecàniques i en les escombretes es consideren negligibles.

Si el motor treballa en condicions nominals, determineu:

- 1) Les pèrdues al coure
- 2) El rendiment η

Si el motor treballa al 75 % del parell nominal, però està connectat a una xarxa de 35 V, determineu:

- 3) Les pèrdues al coure
- 4) La nova velocitat N' de gir

1)

$$P_{\text{CuN}} = U_{\text{N}} \cdot I_{\text{N}} - P_{\text{mec}} = 40 \cdot 6 - 200 = 40 \text{ W}$$

2)

$$\eta(\%) = 100 \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{elèc}}} = 100 \frac{P_{\text{N}}}{U_{\text{N}} \cdot I_{\text{N}}} = 100 \frac{200}{40 \cdot 6} = 83,33 \%$$

3) En les condicions nominals

$$R_{\text{a}} = \frac{P_{\text{CuN}}}{I_{\text{N}}^2} = \frac{40}{6^2} = 1,111 \Omega$$

En les condicions actuals

$$P_{\text{Cu}} = R_{\text{a}} I^2 = R_{\text{a}} (0,75 \cdot I_{\text{N}})^2 = 1,111 \cdot (0,75 \cdot 6)^2 = 22,5 \text{ W}$$

4) En les condicions nominals

$$E_{\text{N}} = U_{\text{N}} - R_{\text{a}} I_{\text{N}} = 40 - 1,111 \cdot 6 = 33,33 \text{ V}$$

En les condicions actuals

$$E = U - R_{\text{a}} I = 35 - 1,111 \cdot 0,75 \cdot 6 = 30 \text{ V}$$

$$N' = N_{\text{N}} \frac{E}{E_{\text{N}}} = 800 \frac{30}{33,33} = 720 \text{ min}^{-1}$$

DC07 (Examen parcial 16/04/2013)

Un motor de corrent continu sèrie, en el que les pèrdues mecàniques, en el ferro i en les escobretes es consideren negligibles, té els paràmetres elèctrics mostrats en el requadre. En tots els apartats es considera règim estacionari de funcionament.

$$R_a = 0,5 \, \Omega \quad L_a = 0,1 \, \text{H} \quad R_f = 1 \, \Omega \quad L_f = 0,06 \, \text{H} \quad k_f = 0,0006 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \quad k = 125 \frac{\text{N m}}{\text{A Wb}}$$

Si s'alimenta amb corrent continu i la tensió d'alimentació és de 200 V i gira a una velocitat de $N = 4000 \text{ min}^{-1}$, determineu:

- 1) El parell T_{m1} que desenvolupa
- 2) Les pèrdues al coure
- 3) El rendiment η_3

Nota: També es pot utilitzar la nomenclatura $M = k \cdot k_f$

1)

$$U = (R_a + R_f) I + E = (R_a + R_f) I + k k_f I \omega = (R_a + R_f + k k_f \omega) I$$

$$I = \frac{U}{R_a + R_f + k k_f \omega}$$

$$\Gamma_{m1} = \Gamma_1 = k k_f I^2 = k k_f \left(\frac{U}{R_a + R_f + k k_f \omega} \right)^2$$

$$\Gamma_{m1} = 125 \cdot 0,0006 \left(\frac{200}{0,5 + 1 + 125 \cdot 0,0006 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}} \right)^2 = 2,77 \text{ N m}$$

2)

$$I = \frac{U}{R_a + R_f + k k_f \omega} = \frac{200}{0,5 + 1 + 125 \cdot 0,0006 \cdot 4000 \frac{\pi}{30}} = 6,08 \text{ A}$$

$$P_{Cu} = (R_a + R_f) I^2 = (0,5 + 1) 6,08^2 = 55,45 \text{ W}$$

3)

$$P_{out3} = \Gamma_{m1} \cdot \omega = 2,77 \cdot 4000 \frac{\pi}{30} = 1160 \text{ W}$$

$$P_{in3} = U \cdot I = 200 \cdot 6,08 = 1216 \text{ W}$$

$$\eta_3(\%) = 100 \frac{P_{out3}}{P_{in3}} = 100 \frac{1160}{1216} = 95,42 \%$$

DC08 (Examen final 28/06/2013)

Un motor de corrent continu d'excitació independent té la següent placa de característiques:

$U_N = 750 \text{ V}$	$N_N = 1100 \text{ min}^{-1}$	$P_N = 750 \text{ kW}$	$I_N = 1050 \text{ A}$	$U_f = 310 \text{ V}$	$R_f = 14 \text{ } \Omega$
-----------------------	-------------------------------	------------------------	------------------------	-----------------------	----------------------------

La resistència de l'induït és $R_a = 20 \text{ m}\Omega$. Les pèrdues de les escobretes i del ferro es consideren negligibles. Les pèrdues mecàniques es consideren les corresponents a un parell de pèrdues constant T_{pm} .

El motor acciona un ventilador que suposa un parell de càrrega $T_L = 246 + 0,2 \cdot \omega^2 \text{ N m}$

S'alimenta el motor amb un convertidor estàtic que permet el treball en 4 quadrants i gestiona el debilitament de camp de forma que el flux és inversament proporcional a la velocitat nominal si la velocitat de gir és superior a la nominal, i constant (al valor nominal) quan la velocitat de gir és inferior a la nominal.

En règim estacionari, determineu la tensió d'excitació necessària U_f , la tensió en borns del motor U , el corrent I , i el rendiment η en les següents circumstàncies:

- 1) $N_1 = 800 \text{ min}^{-1}$
- 2) $N_2 = 1400 \text{ min}^{-1}$

Justifiqueu si el motor pot treballar en règim estacionari en les següents circumstàncies:

- 3) $N_3 = 500 \text{ min}^{-1}$
- 4) $N_4 = 1700 \text{ min}^{-1}$

1) Caracterització de la màquina deduïble de la placa de característiques:

Potència elèctrica nominal:

$$P_{eN} = U_N \cdot I_N = 750 \cdot 1050 = 787,5 \text{ kW}$$

Pèrdues en el punt nominal de funcionament:

$$P_{pN} = P_{eN} - P_N = 787,5 - 750 = 37,5 \text{ kW}$$

Pèrdues al core de l'induït:

$$P_{CuN} = R_a I_N^2 = 0,02 \cdot 1050^2 = 22,052 \text{ kW}$$

Pèrdues mecàniques en el punt nominal de funcionament:

$$P_{pmN} = P_{pN} - P_{CuN} = 37,5 - 22,05 = 15,45 \text{ kW}$$

Parell de pèrdues mecàniques en el punt nominal de funcionament:

$$\Gamma_{pm} = \frac{P_{pmN}}{\omega_N} = \frac{15450}{1100 \frac{\pi}{30}} = 134,1 \text{ N m}$$

Parell motor nominal:

$$\Gamma_{mN} = \frac{P_N}{\omega_N} = \frac{750}{1100 \frac{\pi}{30}} = 6,5109 \text{ kN m}$$

Parell electromecànic nominal:

$$\Gamma_N = \Gamma_{mN} + \Gamma_{pmN} = 6510,9 + 134,1 = 6645 \text{ N m}$$

Constant de parell:

$$k \phi_N = \frac{\Gamma_N}{I_N} = \frac{6645}{1050} = 6,3286 \frac{\text{N m}}{\text{A}}$$

Potència dissipada a l'excitació:

$$P_{fN} = U_{fN} \cdot I_{fN} = \frac{U_{fN}^2}{R_f} = \frac{310^2}{14} = 6864 \text{ W}$$

En les condicions de funcionament ($N_1 = 800 \text{ min}^{-1}$):En ésser la velocitat inferior a la nominal, la tensió d'excitació serà la nominal: $U_f = 310 \text{ V}$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{m1} + \Gamma_{pm} = \Gamma_{L1} + \Gamma_{pm} = 246 + 0,2 \cdot \omega_1^2 + 134,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_1 = 246 + 0,2 \cdot \left(800 \frac{\pi}{30}\right)^2 + 134,1 = 1783,8 \text{ N m}$$

$$I_1 = \frac{\Gamma_1}{k \phi_N} = \frac{1783,8}{6,3286} = 281,9 \text{ A}$$

$$U_1 = R_a I_1 + E_1 = R_a I_1 + k \phi_N \omega_1 = 0,02 \cdot 281,9 + 6,3286 \cdot 800 \frac{\pi}{30} = 535,8 \text{ V}$$

$$\eta_1(\%) = 100 \frac{P_{m1}}{P_{e1} + P_{fN}} = 100 \frac{\Gamma_{m1} \cdot \omega_1}{U_1 \cdot I_1 + P_{fN}}$$

$$\eta_1(\%) = 100 \frac{\left(246 + 0,2 \cdot \left(800 \frac{\pi}{30}\right)^2\right) \cdot 800 \frac{\pi}{30}}{535,9 \cdot 281,9 + 6864} = 87,51 \%$$

2) Al ser la velocitat ($N_2 = 1400 \text{ min}^{-1}$) superior a la nominal, la tensió d'excitació no serà la nominal (debilitament de camp):

$$\frac{U_{f2}}{U_{fN}} = \frac{\phi_2}{\phi_N} = \frac{\omega_N}{\omega_2} = \frac{1100}{1400} = 0,7857 \rightarrow U_{f2} = 0,7857 \cdot 310 = 243,6 \text{ V}$$

$$P_{f2} = U_{f2} \cdot I_{f2} = \frac{U_{f2}^2}{R_f} = \frac{243,6^2}{14} = 4238,6 \text{ W}$$

$$k \phi_2 = k \phi_N \frac{\omega_N}{\omega_2} = 0,7857 \cdot 6,3286 = 4,9724 \frac{\text{N m}}{\text{A}}$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_{m2} + \Gamma_{pm} = \Gamma_{L2} + \Gamma_{pm} = 246 + 0,2 \cdot \omega_2^2 + 134,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_2 = 246 + 0,2 \cdot \left(1400 \frac{\pi}{30}\right)^2 + 134,1 = 4678,9 \text{ N m}$$

$$I_2 = \frac{\Gamma_2}{k \phi_2} = \frac{4678,9}{4,9724} = 941 \text{ A}$$

$$U_2 = R_a I_2 + E_2 = R_a I_2 + k \phi_2 \omega_2 = 0,02 \cdot 941 + 4,9724 \cdot 1400 \frac{\pi}{30} = 747,8 \text{ V}$$

$$\eta_2(\%) = 100 \frac{P_{m2}}{P_{e2} + P_{f2}} = 100 \frac{\Gamma_{m2} \cdot \omega_2}{U_2 \cdot I_2 + P_{f2}}$$

$$\eta_2(\%) = 100 \frac{\left(246 + 0,2 \cdot \left(1400 \frac{\pi}{30}\right)^2\right) \cdot 1400 \frac{\pi}{30}}{747,8 \cdot 941 + 4238,6} = 94,12 \%$$

3) Com la velocitat és inferior a la nominal, la tensió d'excitació serà la nominal: $U_f = 310 \text{ V}$

$$\Gamma_3 = \Gamma_{m3} + \Gamma_{pm} = \Gamma_{L3} + \Gamma_{pm} = 246 + 0,2 \cdot \omega_3^2 + 134,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_3 = 246 + 0,2 \cdot \left(500 \frac{\pi}{30}\right)^2 + 134,1 = 928,4 \text{ N m}$$

$$I_3 = \frac{\Gamma_3}{k \phi_N} = \frac{928,4}{6,3286} = 146,7 \text{ A}$$

En ésser el corrent inferior al nominal, el motor SI pot treballar en règim estacionari en aquestes condicions. S'arriba a la mateixa conclusió observant que el $\Gamma_3 < \Gamma_N$.

4) Com la velocitat és superior a la nominal, la tensió d'excitació serà inferior a la nominal (debilitament de camp):

$$\frac{U_{f4}}{U_{fN}} = \frac{\phi_4}{\phi_N} = \frac{\omega_N}{\omega_4} = \frac{1100}{1700} = 0,6471 \rightarrow U_{f4} = 0,6471 \cdot 310 = 200,6 \text{ V}$$

$$k \phi_4 = k \phi_N \frac{\omega_N}{\omega_4} = 0,6471 \cdot 6,3286 = 4,0952 \frac{\text{N m}}{\text{A}}$$

$$\Gamma_4 = \Gamma_{m4} + \Gamma_{pm} = \Gamma_{L4} + \Gamma_{pm} = 246 + 0,2 \cdot \omega_4^2 + 134,1 \text{ N m}$$

$$\Gamma_4 = 246 + 0,2 \cdot \left(1700 \frac{\pi}{30}\right)^2 + 134,1 = 6718,6 \text{ N m}$$

$$I_4 = \frac{\Gamma_4}{k \phi_4} = \frac{6718,6}{4,0952} = 1641 \text{ A}$$

En ésser el corrent superior al nominal, el motor NO pot treballar en règim estacionari en aquestes condicions. S'arriba a la mateixa conclusió observant que el $\Gamma_4 > \Gamma_N$.