Màquines Elèctriques

Problemes

Màquina Síncrona

Curs 2016-2017

Joan Rull

Samuel Galceran

DEE-UPC

SINC00

Un generador síncron té la placa de característiques següent:

P_N = 10 MW	U_N = 6 kV	X_S = 60 %	I_{fN} = 100 A	R_f = 4 Ω	cos φ_N = -0,9 (c)	f = 50 Hz

La resistència dels debanats de l'estator així com les pèrdues al ferro i les pèrdues mecàniques es consideren negligibles.

Es demana:

1) La reactància síncrona X_S
2) La tensió induïda E_N nominal

El generador es troba en funcionament en un punt de treball tal que lliura a la xarxa una potència activa P de 8 MW i una potència reactiva Q de 4 Mvar. La tensió en borns de la màquina en aquest punt de treball és de 6,2 kV.

Es demana:

3) El corrent I consumit pel generador
4) L'angle de càrrega δ
5) El corrent d'excitació I_f
6) El rendiment η

El generador síncron es connecta a la xarxa que té una tensió de buit U_0 de 6,1 kV i una tensió nominal U_N de 6 kV. Determineu:

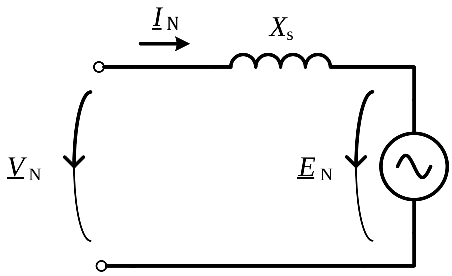
7) La potència màxima $P_{màx1}$ que es pot transmetre a la xarxa si aquesta es considera ideal
8) La potència màxima $P_{màx2}$ que es pot transmetre a la xarxa si aquesta té una potència de curtcircuit de 200 MVA

1)

$$X_S = X_S(pu)\ \frac{U_N^2}{S_N} = 0{,}6\ \frac{U_N^2}{S_N} = 0{,}6\ \frac{U_N^2}{\dfrac{P_N}{\cos\varphi_N}} = 0{,}6\ \frac{6^2}{\dfrac{10}{0{,}9}} = 1{,}944\ \Omega$$

2)

Usant el conveni motor:



$$\underline{E}_N = \underline{V}_N - j\,X_s\,\underline{I}_N$$

$$\underline{V}_N = \frac{6}{\sqrt{3}}\ \mathrm{kV}$$

$$\underline{I}_N = \frac{\dfrac{\underline{S}_{cons}^*}{3}}{\underline{V}_N^*} = \frac{-\dfrac{\underline{S}_{gen}^*}{3}}{\underline{V}_N^*} = \frac{-10 + j\ \dfrac{10}{0{,}9}\sqrt{1-0{,}9^2}}{6\sqrt{3}} = -0{,}962 + j\ 0{,}466\ \mathrm{kA} \quad \rightarrow\ I_N = 1{,}069\ \mathrm{kA}$$

$$\underline{E}_N = \frac{6000}{\sqrt{3}} - j\ 1{,}944\ (-962 + j\ 466) = 4370 + j\ 1870\ \mathrm{V}\ \rightarrow\ E_N = 4753\ \mathrm{V}$$

$$\sqrt{3}\,E_N = 8233\ \mathrm{V}$$

3)

$$\underline{I} = \frac{-\underline{S}_{gen}^*}{3\,\underline{V}^*} = \frac{-8 + j\ 4}{6{,}2\sqrt{3}} = -0{,}745 + j\ 0{,}372\ \mathrm{kA} \quad \rightarrow \quad I = 833\ \mathrm{A}$$

4)

$$\underline{E} = \underline{V} - j\,X_s\,\underline{I} = \frac{6200}{\sqrt{3}} - j\ 1{,}944\ (-745 + j\ 372) = 4303 + j\ 1448\ \mathrm{V}$$

$$E = 4540\ \mathrm{V};\ \sqrt{3}\,E = 7863\ \mathrm{V}$$

$$\sin\delta = \frac{P\,X_s}{3\,E\,V} = \frac{-8\cdot 10^6\cdot 1{,}944}{3\cdot 4540\cdot \dfrac{6200}{\sqrt{3}}} = -0{,}319 \quad \rightarrow \quad \delta = -18{,}6°$$

5)

$$I_f = \frac{E}{E_N}\ I_{fN} = \frac{4540}{4753}\ 100 = 95{,}52\ \mathrm{A}$$

6)

$$\eta(\%) = 100\ \frac{P_{\mathrm{OUT}}}{P_{\mathrm{IN}}} = 100\ \frac{8000}{8000 + 0{,}004 \cdot 95{,}52^2} = 99{,}55\ \%$$

7)

$$|P_{\mathrm{màx1}}| = \frac{3\ E_{\mathrm{màx}}\ V}{X_{\mathrm{S}}}\ |\sin\delta_{\mathrm{màx}}|$$

$$P_{\mathrm{màx1}} = \frac{3\ E_{\mathrm{màx}}\ V}{X_{\mathrm{S}}} = \frac{3 \cdot 4753 \cdot \frac{6100}{\sqrt{3}}}{1{,}944} = 25{,}83\ \mathrm{MW}$$

8)

$$X_{\mathrm{CC}} = \frac{U_{\mathrm{N}}^2}{S_{\mathrm{CC}}} = \frac{6^2}{200} = 0{,}18\ \Omega \qquad P_{\mathrm{màx2}} = \frac{3\ E_{\mathrm{màx}}\ V_0}{X_{\mathrm{S}} + X_{\mathrm{CC}}} = \frac{3 \cdot 4753 \cdot \frac{6100}{\sqrt{3}}}{1{,}944 + 0{,}18} = 23{,}64\ \mathrm{MW}$$

SINC01

Un compensador síncron té la placa de característiques següent:

S_N = 12 MVA U_N = 25 kV X_S = 150 % N_N = 750 min^{-1} cos $\varphi_N \approx 0$ (c)
U_{fN} = 400 V R_f = 8 Ω f = 50 Hz

Les pèrdues es consideren negligibles.

El compensador síncron es connecta a una xarxa de tensió nominal 25 kV en un punt on la potència de curtcircuit és de 400 MVA. Es vol generar 10 Mvar quan la tensió U coincideix amb la nominal U_N.

1) Quin ha de ser el valor del corrent d'excitació I_f?
2) Quina és la tensió de buit U_0 (Thévenin) que ha de tenir la xarxa?

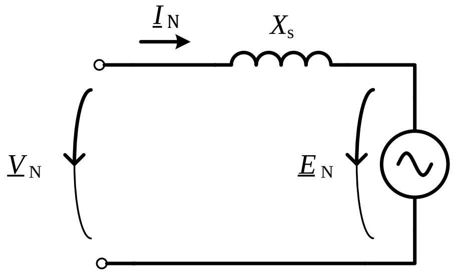
Es considera que les pèrdues són:

- Al ferro: P_{FeN} = 40 kW
- Parell de pèrdues mecàniques: Γ_{pm} = 1 kN m
- Al coure (estator): R_s = 0,5 Ω

3) Quin ha de ser el valor del corrent d'excitació I_f? Quin cost energètic té la compensació?
4) Si per accident es perd l'excitació (I_f = 0), com queda el sistema?

1)

$$X_{\mathrm{S}} = X_{\mathrm{S}}(pu)\ \frac{U_{\mathrm{N}}^2}{S_{\mathrm{N}}} = 1{,}5\ \frac{25^2}{12} = 78{,}125\ \Omega$$



$$\underline{I}_{\mathrm{N}} = \frac{\frac{\underline{S}_{\mathrm{N}}^*}{3}}{\underline{V}_{\mathrm{N}}^*} = \frac{j\ \frac{12000}{3}}{\frac{25}{\sqrt{3}}} = j\ 277{,}13\ \mathrm{A} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{N}} = 277{,}13\ \mathrm{A}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{N}} = \underline{V}_{\mathrm{N}} - j\ X_{\mathrm{s}}\ \underline{I}_{\mathrm{N}} = \frac{25000}{\sqrt{3}} - \ j\ 78{,}125 \cdot j\ 277{,}13 = 36{,}08\ \mathrm{kV}$$

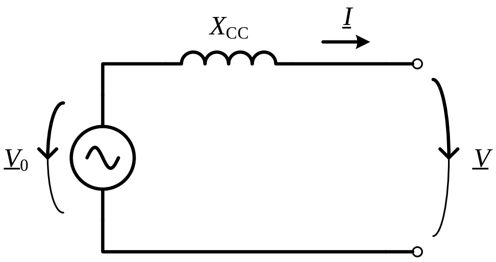
Per a generar 10 Mvar:

$$\underline{I} = \frac{\frac{\underline{S}^*}{3}}{\underline{V}^*} = \frac{j\ \frac{10000}{3}}{\frac{25}{\sqrt{3}}} = j\ 230{,}94\ \mathrm{A}$$

$$\underline{E} = \underline{V} - j\ X_{\mathrm{s}}\ \underline{I} = \frac{25000}{\sqrt{3}} - \ j\ 78{,}125 \cdot j\ 230{,}94 = 32{,}476\ \mathrm{kV}$$

$$I_{\mathrm{f}} = \frac{E}{E_{\mathrm{N}}}\ I_{\mathrm{fN}} = \frac{E}{E_{\mathrm{N}}}\ \frac{U_{\mathrm{fN}}}{R_{\mathrm{f}}} = \frac{32{,}476}{36{,}08}\ \frac{400}{8} = 45{,}01\ \mathrm{A}$$

2)



$$X_{\mathrm{CC}} = \frac{U_{\mathrm{N}}^2}{S_{\mathrm{CC}}} = \frac{25^2}{400} = 1{,}56\ \Omega$$

$$\underline{V}_0 = \underline{V} + j\ X_{\mathrm{CC}}\ \underline{I} = \frac{25000}{\sqrt{3}} + j\ 1{,}56 \cdot j\ 230{,}94 = 14{,}073\ \mathrm{kV} \quad \rightarrow \quad U_0 = 24{,}376\ \mathrm{kV}$$

3)

$$P_{\mathrm{pm}} = \Gamma_{\mathrm{pm}}\ \frac{2\ \pi\ f}{p} = 1\ \frac{100\ \pi}{4} = 78{,}54\ \mathrm{kW}$$

$$P_{\mathrm{Cu}} = 3\,R_{\mathrm{s}}\,I^2 = 3\cdot 0{,}5\cdot 230{,}94^2 = 80\ \mathrm{kW}$$

$$P_{\mathrm{ps}} = P_{\mathrm{pm}} + P_{\mathrm{Cu}} + P_{\mathrm{FeN}} = 78{,}54 + 80 + 40 = 198{,}54\ \mathrm{kW}$$

$$\underline{I} = \frac{\frac{\underline{S}^*}{3}}{\underline{V}^*} = \frac{\frac{198{,}54 + j\,10000}{3}}{\frac{25}{\sqrt{3}}} = 4{,}585 + j\,230{,}94\ \mathrm{A} \quad\rightarrow\quad I = 230{,}99\ \mathrm{A}$$

En ésser el corrent acabat de calcular (230,99 A) pràcticament igual al d'abans (230,94 A, usat per al càlcul de les pèrdues en el Cu), no es necessària cap iteració més i es donen els resultats com a vàlids.

$$\underline{E} = \underline{V} - (\,R_{\mathrm{s}} + j\,X_{\mathrm{s}}\,)\,\underline{I} = \frac{25000}{\sqrt{3}} - (0{,}5 + j\,78{,}125)\cdot(4{,}585 + j\,230{,}99)$$
$$= 32{,}478 - j\,0{,}474\ \mathrm{kV}$$

$$\mathrm{E} = 32{,}481\ \mathrm{kV}$$

$$I_{\mathrm{f}} = \frac{E}{E_{\mathrm{N}}}\,I_{\mathrm{fN}} = \frac{E}{E_{\mathrm{N}}}\,\frac{U_{\mathrm{fN}}}{R_{\mathrm{f}}} = \frac{32{,}481}{36{,}08}\,\frac{400}{8} = 45{,}01\ \mathrm{A}$$

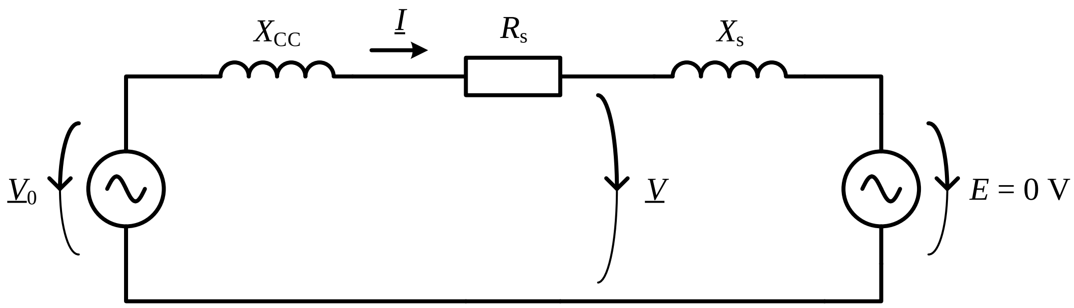
Fixeu-vos que **el resultat és idèntic al de l'apartat 1)** on es consideraven les pèrdues negligibles.

$$P_{\mathrm{ptot}} = P_{\mathrm{ps}} + P_{\mathrm{f}} = P_{\mathrm{ps}} + R_{\mathrm{f}}\,I_{\mathrm{f}}^2 = 198{,}54 + 16{,}21 = 214{,}75\ \mathrm{kW}$$

El cost de la compensació de reactiva és, doncs,

$$P_{\mathrm{ptot}} = 214{,}75\ \mathrm{kW}$$

4)



$$\underline{I} = \frac{\underline{V}_0}{R_{\mathrm{s}} + j\,(X_{\mathrm{CC}} + X_{\mathrm{s}})} = \frac{14073}{0{,}5 + j\,(1{,}56 + 78{,}125)} = 1{,}108 - j176{,}6\ \mathrm{A} \quad\rightarrow\quad I = 176{,}6\ \mathrm{A}$$

$$V = X_{\mathrm{s}}\,I = 78{,}125\cdot 176{,}6 \approx 13800\ \mathrm{V} \quad\rightarrow\quad U = 23{,}9\ \mathrm{kV}$$

$$Q_{\mathrm{Consumida}} = 3\,X_{\mathrm{s}}\,I^2 = 3\cdot 78{,}125\cdot 176{,}6^2 \approx 7310\ \mathrm{kvar}$$

Cal dir, però, que aquesta és una situació irreal. És la situació en que s'arribaria (règim estacionari) després del transitori produït per la pèrdua d'excitació. Aquest transitori produiria forçosament la desconnexió de la màquina mitjançant les proteccions a tal efecte.

SINC02 (Examen final 28/06/2013)

Un motor síncron té la següent placa de característiques:

P_N = 1000 kW U_N = 3 kV X_S = 10 Ω N_N = 750 min^{-1} cosφ_N =0,8 (c)
I_{fN} = 50 A R_f = 2 Ω f = 50 Hz

Totes les pèrdues de la màquina es consideren negligibles.

Determineu:

1) El nombre de parells de pols p i el parell nominal Γ_N
2) La tensió simple E_N i l'angle de càrrega δ_N en condicions nominals. (Nota: Recordeu que l'angle de càrrega és l'angle a recórrer des de la tensió interna E fins a la tensió en borns V).

El motor treballa amb un parell del 50% del nominal en una fàbrica on la tensió és U = 3200 V.

La resta de la fàbrica (sense incloure el motor) consumeix unes potències activa i reactiva que valen, respectivament, P_{fab} = 2000 kW i Q_{fab} = 600 kvar.

3) Sobreexcitant el motor, es pot millorar fins a la unitat el factor de potència del conjunt de la fàbrica? (Nota: Recordeu que el corrent d'excitació nominal és el màxim permès en règim estacionari). En cas de resposta afirmativa, determineu el corrent I_a del motor, l'angle de càrrega δ_3 amb que treballa i el corrent d'excitació I_{f3} que caldria.

La xarxa que alimenta la fàbrica té una tensió nominal U_N = 3 kV i una potència de curtcircuit S_{cc} = 20 MVA, amb un factor de potència inductiu pur.

4) Quant val la tensió de buit (Thévenin) de la xarxa?
5) Determineu la potència i parell màxims que podria desenvolupar el motor amb les condicions de treball dels apartats anteriors (tensió de buit de la xarxa i excitació) si la resta de la fàbrica restés desconnectada.

1)

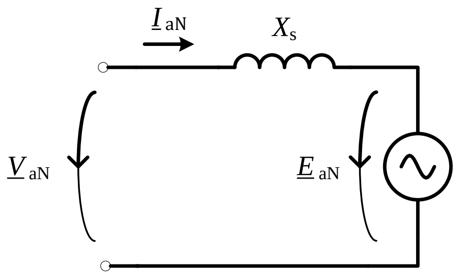
$$p = \frac{\omega}{\omega_{\mathrm{s}}} = \frac{N}{N_{\mathrm{s}}} = \frac{60\,f}{N_{\mathrm{s}}} = \frac{60 \cdot 50}{750} = 4$$

$$\Gamma_{\mathrm{N}} = \frac{P_{\mathrm{N}}}{\omega_{\mathrm{N}}} = \frac{1000}{750\,\frac{\pi}{30}} = 12{,}732\ \mathrm{kN\,m}$$

2)

$$S_{\mathrm{N}} = \frac{P_{\mathrm{N}}}{cos\varphi_{\mathrm{N}}} = \frac{1000}{0{,}8} = 1250\ \mathrm{kVA}$$

$$\underline{S}_{\mathrm{N}} = S_{\mathrm{N}}\,(cos\varphi_{\mathrm{N}} + j\ sin\varphi_{\mathrm{N}}) = 1250\,(0{,}8 - j\ 0{,}6) = 1000 - j\ 750\ \mathrm{kVA}$$



$$\underline{I}_{\mathrm{aN}} = \frac{\frac{\underline{S}_{\mathrm{N}}^*}{3}}{\underline{V}_{\mathrm{aN}}^*} = \frac{\frac{1000}{3} + j\ \frac{750}{3}}{\frac{3}{\sqrt{3}}} = 192{,}5 + j\ 144{,}3\ \mathrm{A} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{N}} = 240{,}58\ \mathrm{A}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{aN}} = \underline{V}_{\mathrm{aN}} - j\ X_{\mathrm{s}}\ \underline{I}_{\mathrm{aN}} = \frac{3000}{\sqrt{3}} - j\ 10 \cdot (192{,}5 + j\ 144{,}3) = 3175 - j\ 1925\ \mathrm{V}$$
$$= 3713_{\angle -31{,}23^{\circ}}\ \mathrm{V}$$

$$E_{\mathrm{aN}} = 3713\ \mathrm{V} \quad E_{\mathrm{abN}} = \sqrt{3}\,E_{\mathrm{aN}} = 6431\ \mathrm{V}$$

$$\varphi_{\mathrm{V}} = 0^{\circ} \quad \varphi_{\mathrm{E}} = -31{,}23^{\circ}$$

$$\delta = \varphi_{\mathrm{V}} - \varphi_{\mathrm{E}} = +31{,}23^{\circ}$$

Alternativament

$$P_{\mathrm{N}} = 3\ \frac{V_{\mathrm{aN}}\ E_{\mathrm{aN}}}{X_{\mathrm{s}}}\ sin\delta_{\mathrm{N}} \rightarrow \quad sin\delta_{\mathrm{N}} = \frac{P_{\mathrm{N}}\ X_{\mathrm{s}}}{3\ V_{\mathrm{aN}}\ E_{\mathrm{aN}}} = \frac{1 \cdot 10}{3 \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 3{,}713} = 0{,}5813$$

$$\delta_{\mathrm{N}} = arcsin\delta_{\mathrm{N}} = 31{,}23^{\circ}$$

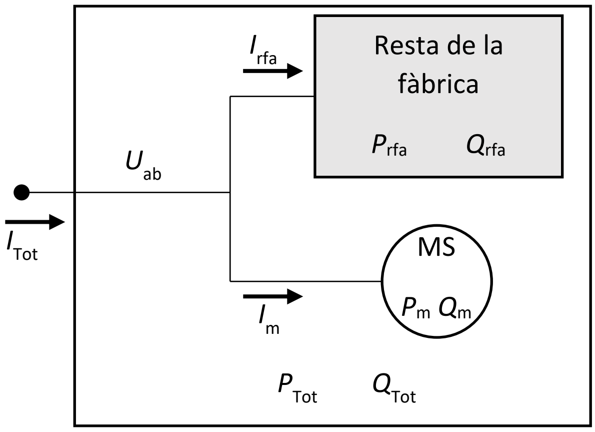
3)

$$\underline{V}_{\mathrm{a}} = \frac{3{,}2}{\sqrt{3}}\ \mathrm{kV}$$

$$fdp = 1 \text{ per al conjunt } \rightarrow\ Q_{\mathrm{m}} = -Q_{\mathrm{rfa}} = -600\ \mathrm{kvar}$$

$$P_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\ P_{\mathrm{N}} = 500\ \mathrm{kW}$$

$$\underline{S}_{\mathrm{m}} = P_{\mathrm{m}} + jQ_{\mathrm{m}}$$



$$\underline{I}_{\mathrm{a}} = \frac{\frac{\underline{S}_{\mathrm{m}}^{*}}{3}}{\underline{V}_{\mathrm{a}}^{*}} = \frac{\frac{500}{3} + j\ \frac{600}{3}}{\frac{3{,}2}{\sqrt{3}}} = 90{,}21 + j\ 108{,}25\ \mathrm{A} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{a}} = 140{,}9\ \mathrm{A}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{a}} = \underline{V}_{\mathrm{a}} - j\ X_{\mathrm{s}}\ \underline{I}_{\mathrm{a}} = \frac{3200}{\sqrt{3}} - \ j\ 10 \cdot (90{,}21 + j\ 108{,}25) = 2930 - j\ 902\ \mathrm{V}$$

$$E_{\mathrm{a}} = 3066\ \mathrm{V} \quad E_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}\ E_{\mathrm{a}} = 5310\ \mathrm{V}$$

Com E_a < E_{aN} el motor pot treballar en les condicions especificades, atès que el corrent d'excitació necessari serà menor que el màxim (nominal) pel que a excitació respecta. Pel que respecta al corrent (pèrdues), com la potència aparent és menor que la nominal i la tensió de treball major, també pot treballar correctament.

$$sin\delta_3 = \frac{\frac{1}{2}\ P_{\mathrm{N}}\ X_{\mathrm{s}}}{3\ V_{\mathrm{a}}\ E_{\mathrm{a}}} = \frac{\frac{1}{2}\ P_{\mathrm{N}}\ X_{\mathrm{s}}}{U_{\mathrm{ab}}\ E_{\mathrm{ab}}} = \frac{0{,}5 \cdot 10}{3{,}2 \cdot 5{,}31} = 0{,}2943$$

$$\delta_3 = arcsin\delta_3 = 17{,}11^{\text{o}}$$

$$I_{f3} = I_{fN}\,\frac{E_a}{E_{aN}} = 50\,\frac{3{,}066}{3{,}713} = 41{,}29\ \mathrm{A}$$

4)

$$X_{CC} = Z_{CC} = \frac{U_N^2}{S_{CC}} = \frac{3^2}{20} = 0{,}45\ \Omega$$

$$\underline{V}_0 = \underline{V}_a + j\,X_{CC}\left(\underline{I}_a + \underline{I}_{rfab}\right) = \underline{V}_a + j\,X_{CC}\,\frac{\underline{S}^*_{Tot}}{3\,\underline{V}^*_a} = \underline{V}_a + j\,X_{CC}\,\frac{P_m + P_{rfa}}{3\,\underline{V}^*_a} =$$

$$= \frac{3{,}2}{\sqrt{3}} + j\,0{,}45\,\frac{500 + 2000}{3\cdot\frac{3{,}2}{\sqrt{3}}} = 1847{,}5 + j\,203\ \mathrm{V}$$

$$V_0 = 1859\ \mathrm{V} \qquad U_0 = \sqrt{3}\,V_0 = 3219{,}3\ \mathrm{V}$$

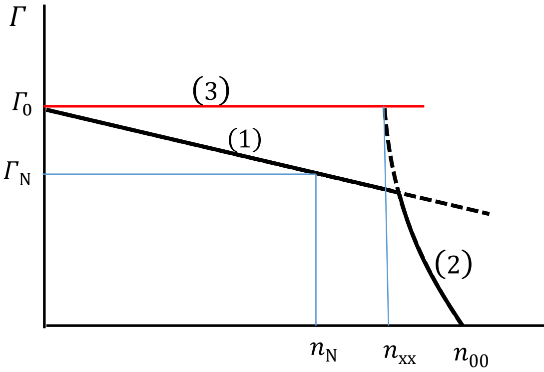
5)

$$P_x = 3\,\frac{V_0\,E_3}{X_{cc} + X_s} = \frac{U_0\,E_{ab3}}{X_{cc} + X_s} = \frac{3{,}2193\cdot 5{,}31}{10{,}45} = 1{,}636\ \mathrm{MW}$$

$$\Gamma_x = \frac{P_x}{\omega_s} = \frac{1636}{750\,\frac{\pi}{30}} = 20{,}828\ \mathrm{kN\,m}$$

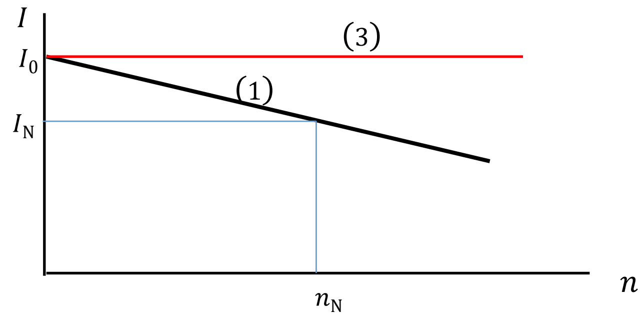
SINC03

D'una màquina brushless el fabricant dóna les següents característiques de règim estacionari:



$p = 4$	$R_s = 0{,}8\ \Omega$	$L_s = 6\ \mathrm{mH}$
$\Gamma_0 = 6\ \mathrm{N\,m}$	$I_0 = 6\ \mathrm{A}$	
$\Gamma_{\mathrm{N}} = 4{,}5\ \mathrm{N\,m}$	$I_{\mathrm{N}} = 4{,}7\ \mathrm{A}$	$n_{\mathrm{N}} = 3000\ \mathrm{min}^{-1}$

n



La línia (1) correspon a la limitació de corrent (parell) degut a l'increment de pèrdues en el ferro i altres pèrdues addicionals amb la velocitat o el parell.

La línia (2) correspon al límit de tensió del convertidor que alimenta al motor.

La línia (3) correspon a la mateixa màquina suposant que no té ni pèrdues en el ferro, ni pèrdues addicionals, és a dir, tota la capacitat de refrigeració s'empra en les pèrdues en el coure, motiu pel que el parell màxim desenvolupable en règim estacionari és constant; en particular per a la velocitat nominal ($\Gamma_{\mathrm{N}} = \Gamma_0$).

Les pèrdues mecàniques es poden negligir. La tensió (composta) màxima que el convertidor pot donar al motor és $U_{\mathrm{x}} = 360$ V. El convertidor no implementa en cap cas debilitament de camp.

Suposant que no hi ha (o no es consideren) pèrdues en el ferro ($\Gamma_{\mathrm{N}} = \Gamma_0$), determineu la tensió i la freqüència d'alimentació quan el motor treballa en les següents condicions:

1) Nominals 2) $\Gamma = \frac{1}{2}\,\Gamma_0, n = \frac{1}{2}\,n_{\mathrm{N}}$ 3) $\Gamma = \frac{1}{2}\,\Gamma_0, n = n_{\mathrm{N}}$ 4) $\Gamma = \frac{1}{2}\,\Gamma_0, n = \frac{3}{2}\,n_{\mathrm{N}}$

Atesa la limitació de tensió del convertidor, determineu:

5) La velocitat màxima assolible en buit (parell nul)

6) La velocitat i parell màxims corresponents a la intersecció de les línies (3) i (2) de la corba característica.

Si es consideren les pèrdues en el ferro segons les línies (1) de la figura ($\Gamma_{\mathrm{N}} < \Gamma_0$),

7) Són viables tèrmicament els punts de treball dels apartats 1 a 4?

Nota:
Tot i que no cal a efectes de resolució, el model simplificat correspon a una capacitat d'evacuació tèrmica de la màquina constant, i les pèrdues en el ferro modelades per una font de corrent connectada entre la resistència d'estator i la reactància síncrona controlada per la seva pròpia tensió, amb una funció que en principi és desconeguda. L'aproximació lineal del parell màxim obtinguda no es correspon conceptualment amb la realitat però s'empra com a aproximació per la seva simplicitat.

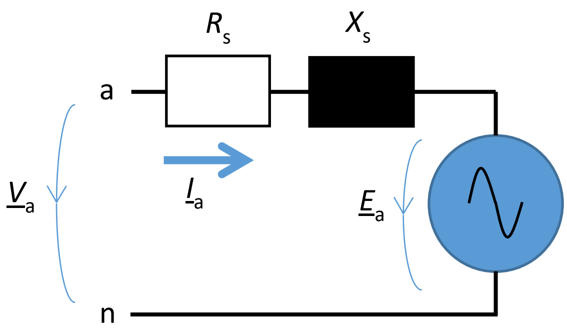
En els apartats 1 a 6, en no considerar les pèrdues en el ferro, les úniques pèrdues que limiten el corrent assolible pel motor són les del coure i, com a conseqüència, a qualsevol velocitat el corrent màxim és el de velocitat nul·la (I_0).

$$P_{\text{pèrdues}} = 3\,R_\text{s}\,I_\text{a}^2 + 0 = P_{\text{tèrmica}} \quad \rightarrow \quad P_{\text{pèrdues max}} = 3\,R_\text{s}\,I_{\text{a max}}^2 = P_{\text{tèrmica max}}$$

En règim estacionari, les pèrdues màximes evacuables limiten, doncs, el corrent

$$I_{\text{a max}} = I_\text{N} = I_0 = \sqrt{\frac{P_{\text{tèrmica max}}}{3\,R_\text{s}}} \quad \rightarrow \quad \Gamma_\text{N} = \Gamma_0$$

Atès que el control imposarà un corrent en fase amb la força electromotriu, per a un parell de pols, l'esquema equivalent per fase i les equacions de la màquina són:



$$\underline{E}_\text{a} = E_\text{a}$$

$$\underline{I}_\text{a} = I_\text{a}$$

$$\underline{V}_\text{a} = (R_\text{s} + j\,X_\text{s})\,\underline{I}_\text{a} + \underline{E}_\text{a}$$

$$E_\text{a} = \omega\,M'_\text{sf}\,I_\text{f} = \omega\,\psi_\text{sf}$$

$$\Gamma = \pm\frac{3\,E_\text{a}\,I_\text{a}}{\omega}$$

$$\Gamma = 3\,\frac{\omega\,\psi_\text{sf}\,I_\text{a}}{\omega} = 3\,\psi_\text{sf}\,I_\text{a}$$

$$\underline{V}_\text{a} = (R_\text{s} + j\,X_\text{s})\,I_\text{a} + E_\text{a} = R_\text{s}\,I_\text{a} + E_\text{a} + j\,X_\text{s}\,I_\text{a}$$

Per comoditat, treballarem amb l'equivalent d'un parell de pols:

$\boldsymbol{p = 4}$	$\boldsymbol{p = 1}$
$n_{\text{N p=4}} = 3000\ \text{min}^{-1}$	$n_\text{N} = p\,N_{\text{N p=4}} = 12000\ \text{min}^{-1}$
$f_\text{N} = \dfrac{p\,N_{\text{N p=4}}}{60} = 200\ \text{Hz}$	$f_\text{N} = 200\ \text{Hz}$
$\omega_{\text{N p=4}} = \dfrac{2\,\pi\,f_\text{N}}{p} = 100\,\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\omega_\text{N} = 2\,\pi\,f_\text{N} = 400\,\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$
$\Gamma_{0\text{ p=4}} = \Gamma_{\text{N p=4}} = 6\ \text{N m}$	$\Gamma_0 = \Gamma_\text{N} = \dfrac{\Gamma_{0\text{ p=4}}}{p} = \dfrac{3}{2}\ \text{N m}$

1)

$$\psi_\text{sf} = \frac{\Gamma_0}{3\,I_0} = \frac{3}{3\cdot 2\cdot 6} = \frac{1}{12}\,\frac{\text{N m}}{\text{A}}$$

$$f = f_\text{N} = 200\ \text{Hz}$$

$$E_\text{aN} = \omega_\text{N}\,\psi_\text{sf} = \frac{400\,\pi}{12} = 104{,}72\ \text{V}$$

$$X_\text{s} = \omega\,L_s \;\rightarrow\; X_\text{sN} = \omega_\text{N}\,L_s = 400\,\pi\cdot 0{,}006 = 7{,}54\ \Omega$$

$$\underline{V}_{\mathrm{aN}} = R_\mathrm{s}\, I_{\mathrm{aN}} + E_\mathrm{a} + j\, X_\mathrm{s}\, I_{\mathrm{aN}} = 0{,}8 \cdot 6 + 104{,}72 + j\, 7{,}54 \cdot 6 = 109{,}5 + j\, 45{,}2\ \mathrm{V}$$

$$V_{\mathrm{aN}} = 118{,}5\ \mathrm{V} \qquad U_{\mathrm{abN}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{aN}} = 205{,}2\ \mathrm{V}$$

2)

$$n = \frac{1}{2}\, N_\mathrm{N} \;\; \rightarrow \;\; f = \frac{1}{2}\, f_\mathrm{N} = 100\ \mathrm{Hz}$$

$$E_\mathrm{a} = \frac{1}{2}\, E_{\mathrm{aN}} = \frac{104{,}72}{2} = 52{,}4\ \mathrm{V}$$

$$X_\mathrm{s} = \frac{1}{2}\, X_{\mathrm{sN}} = \frac{7{,}54}{2} = 3{,}77\ \Omega$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\, \Gamma_0 \;\; \rightarrow \;\; I = \frac{1}{2}\, I_0 = 3\ \mathrm{A}$$

$$\underline{V}_\mathrm{a} = R_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} + E_\mathrm{a} + j\, X_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} = 0{,}8 \cdot 3 + 52{,}4 + j\, 3{,}77 \cdot 3 = 54{,}8 + j\, 11{,}3\ \mathrm{V}$$

$$V_\mathrm{a} = 56\ \mathrm{V} \qquad U_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{aN}} = 97\ \mathrm{V}$$

3)

$$n = n_\mathrm{N} \;\; \rightarrow \;\; f = f_\mathrm{N} = 200\ \mathrm{Hz}$$

$$E_\mathrm{a} = E_{\mathrm{aN}} = 104{,}72\ \mathrm{V}$$

$$X_\mathrm{s} = X_{\mathrm{sN}} = 7{,}54\ \Omega$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\, \Gamma_0 \;\; \rightarrow \;\; I = \frac{1}{2}\, I_0 = 3\ \mathrm{A}$$

$$\underline{V}_\mathrm{a} = R_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} + E_\mathrm{a} + j\, X_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} = 0{,}8 \cdot 3 + 104{,}72 + j\, 7{,}54 \cdot 3 = 107{,}12 + j\, 22{,}6\ \mathrm{V}$$

$$V_\mathrm{a} = 109{,}5\ \mathrm{V} \qquad U_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{aN}} = 189{,}7\ \mathrm{V}$$

4)

$$n = \frac{3}{2}\, n_\mathrm{N} \;\; \rightarrow \;\; f = \frac{3}{2}\, f_\mathrm{N} = 300\ \mathrm{Hz}$$

$$E_\mathrm{a} = \frac{3}{2}\, E_{\mathrm{aN}} = \frac{3 \cdot 104{,}72}{2} = 157{,}1\ \mathrm{V}$$

$$X_\mathrm{s} = \frac{3}{2}\, X_{\mathrm{sN}} = \frac{3 \cdot 7{,}54}{2} = 11{,}31\ \Omega$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\, \Gamma_0 \;\; \rightarrow \;\; I = \frac{1}{2}\, I_0 = 3\ \mathrm{A}$$

$$\underline{V}_\mathrm{a} = R_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} + E_\mathrm{a} + j\, X_\mathrm{s}\, I_\mathrm{a} = 0{,}8 \cdot 3 + 157{,}1 + j\, 11{,}31 \cdot 3 = 159{,}5 + j\, 33{,}9\ \mathrm{V}$$

$$V_\mathrm{a} = 163{,}1\ \mathrm{V} \qquad U_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{aN}} = 282{,}5\ \mathrm{V}$$

5)

$$\Gamma = 0 \ \rightarrow \ I = 0$$

$$n = n_{00} \ \rightarrow \ f = f_{00}$$

$$V_{\mathrm{a00}} = \frac{U_{\mathrm{x}}}{\sqrt{3}} = \frac{360}{\sqrt{3}} = 207{,}8\ \mathrm{V}$$

$$\underline{V}_{\mathrm{a00}} = E_{\mathrm{a00}} = 207{,}8\ \mathrm{V}$$

$$\frac{E_{\mathrm{a00}}}{E_{\mathrm{aN}}} = \frac{207{,}8}{104{,}72} = 1{,}984$$

$$f_{00} = \frac{E_{\mathrm{a00}}}{E_{\mathrm{aN}}}\, f_{\mathrm{N}} = 1{,}984 \cdot 200 = 397\ \mathrm{Hz}$$

Per a $p = 1$

$$n_{00} = \frac{E_{\mathrm{a00}}}{E_{\mathrm{aN}}}\, n_{\mathrm{N}} = 1{,}984 \cdot 12000 = 23808\ \mathrm{min}^{-1}$$

Per a $p = 4$

$$n_{00\ p=4} = \frac{E_{\mathrm{a00}}}{E_{\mathrm{aN}}}\, n_{\mathrm{N}\ p=4} = 1{,}984 \cdot 3000 = 5952\ \mathrm{min}^{-1}$$

6)

$$\Gamma_{\mathrm{xx}} = \Gamma_0 = 6\ \mathrm{N\ m} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{xx}} = I_0 = 6\ \mathrm{A}$$

$$\frac{n_{\mathrm{xx}}}{n_{\mathrm{N}}} = \frac{E_{\mathrm{axx}}}{E_{\mathrm{aN}}} = \frac{f_{\mathrm{xx}}}{f_{\mathrm{N}}} = \frac{X_{\mathrm{sxx}}}{X_{\mathrm{sN}}} = \alpha$$

$$V_{\mathrm{a00}} = 207{,}8\ \mathrm{V}$$

$$\underline{V}_{\mathrm{a00}} = R_{\mathrm{s}}\, I_{\mathrm{xx}} + E_{\mathrm{axx}} + j\, X_{\mathrm{sxx}}\, I_{\mathrm{xx}} = R_{\mathrm{s}}\, I_0 + \alpha\, E_{\mathrm{aN}} + j\, \alpha\, X_{\mathrm{sN}}\, I_0$$

$$V_{\mathrm{a00}}^2 = (\, R_{\mathrm{s}}\, I_0 + \alpha\, E_{\mathrm{aN}}\,)^2 + (\, \alpha\, X_{\mathrm{sN}}\, I_0\,)^2$$

$$207{,}8^2 = (0{,}8 \cdot 6 + 104{,}72 \cdot \alpha)^2 + (7{,}54 \cdot 6 \cdot \alpha)^2$$

$$43157{,}8 = 1005{,}3\ \alpha + 10966{,}3\ \alpha^2 + 2046{,}66\ \alpha^2$$

$$13013\ \alpha^2 + 1005{,}3\ \alpha - 43157{,}8 = 0$$

$$\alpha = \frac{-1005{,}3 \pm \sqrt{1005{,}3^2 + 4 \cdot 43157{,}8 \cdot 13013}}{2 \cdot 13013} = 1{,}7829$$

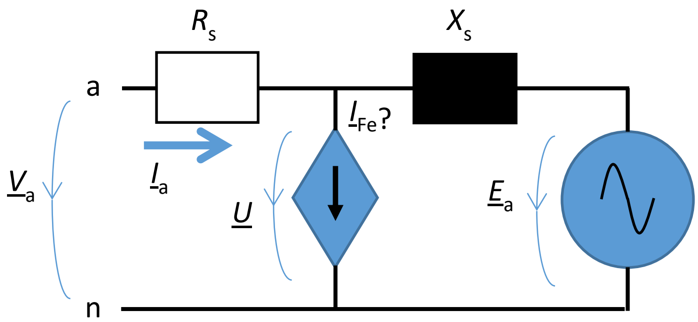
$$f_{00} = 1{,}7829\ f_{\mathrm{N}} = 356{,}6\ \mathrm{Hz}$$

$$n_{\mathrm{xx}} = 1{,}7829\ N_{\mathrm{N}} = 21395\ \mathrm{min}^{-1}$$

$$n_{\mathrm{xx}\ p=4} = 1{,}7829\ N_{\mathrm{N}\ p=4} = 5349\ \mathrm{min}^{-1}$$

7)

En considerar les pèrdues en el ferro, com en augmentar la velocitat (freqüència) les pèrdues augmenten, el corrent màxim admissible en règim estacionari es va reduint, atesa la limitació d'evacuació del calor. En la mesura que majors siguin les pèrdues en el ferro menys pèrdues en el coure es poden assumir i, per tant, es limita el corrent i el parell.



La funció de control $\underline{I}_{\mathrm{Fe}}(\underline{U})$ és desconeguda. De fet, ni tant sols cal conèixer-la, atès que el comportament extern del motor ja està fixat. El parell màxim desenvolupable a cada velocitat, corresponent amb el corrent màxim que pot circular és:

$$\begin{cases} I_{\mathrm{x}}(n) = I_0 - \dfrac{I_0 - I_{\mathrm{N}}}{n_{\mathrm{N}}}\, n = I_0\left(1 - \dfrac{n}{n_{\mathrm{N}}}\right) + I_{\mathrm{N}}\,\dfrac{n}{n_{\mathrm{N}}} = I_0\,(1 - f_{\mathrm{pu}}) + I_{\mathrm{N}}\, f_{\mathrm{pu}} \\ \Gamma_{\mathrm{x}}(n) = \Gamma_0 - \dfrac{\Gamma_0 - \Gamma_{\mathrm{N}}}{n_{\mathrm{N}}}\, n = \Gamma_0\left(1 - \dfrac{n}{n_{\mathrm{N}}}\right) + \Gamma_{\mathrm{N}}\,\dfrac{n}{n_{\mathrm{N}}} = \Gamma_0\,(1 - f_{\mathrm{pu}}) + \Gamma_{\mathrm{N}}\, f_{\mathrm{pu}} \end{cases}$$

On f_{pu} és la freqüència (o velocitat) expressada en tant per u de la nominal

$$f_{\mathrm{pu}} = \frac{n}{n_{\mathrm{N}}} = \frac{\omega}{\omega_{\mathrm{N}}} = \frac{f}{f_{\mathrm{N}}}$$

Si el corrent i el parell també s'expressen en tant per u sobre els seus respectius nominals

$$\Gamma_{\mathrm{pu}} = \frac{\Gamma}{\Gamma_{\mathrm{N}}} \quad I_{\mathrm{pu}} = \frac{I}{I_{\mathrm{N}}}$$

$$\begin{cases} I_{\mathrm{xpu}}(f_{\mathrm{pu}}) = I_{0\mathrm{pu}}\,(1 - f_{\mathrm{pu}}) + f_{\mathrm{pu}} = I_{0\mathrm{pu}} - f_{\mathrm{pu}}\,(I_{0\mathrm{pu}} - 1) \\ \Gamma_{\mathrm{xpu}}(f_{\mathrm{pu}}) = \Gamma_{0\mathrm{pu}}\,(1 - f_{\mathrm{pu}}) + f_{\mathrm{pu}} = \Gamma_{0\mathrm{pu}} - f_{\mathrm{pu}}\,(\Gamma_{0\mathrm{pu}} - 1) \end{cases}$$

$$\Gamma_{0\mathrm{pu}} = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_{\mathrm{N}}} = \frac{6}{4{,}5} = 1{,}333 \quad I_{0\mathrm{pu}} = \frac{I_0}{I_{\mathrm{N}}} = \frac{6}{4{,}7} = 1{,}277$$

$$I_{\mathrm{N}} = 4{,}7\ \mathrm{A} < I_0 = 6\ \mathrm{A}$$

$$\Gamma_{\mathrm{N}} = 4{,}5\ \mathrm{N\,m} < I_0 = 6\ \mathrm{N\,m}$$

	Γ	Γ_{pu}	n	f_{pu}	Γ_{xpu}	Viable? $(\Gamma_{\mathrm{xpu}} \geq \Gamma_{\mathrm{pu}})$?
7.1	Γ_{N}	1	n_{N}	1	1	Si
7.2	$0{,}5\ \Gamma_0$	0,6667	$0{,}5\ n_{\mathrm{N}}$	0,5	1,1667	Si
7.3	$0{,}5\ \Gamma_0$	0,6667	n_{N}	1	1	Si
7.4	$0{,}5\ \Gamma_0$	0,6667	$1{,}5\ n_{\mathrm{N}}$	1,5	0,8333	Si

SINC04 (Examen final 24/01/2014)

Un motor síncron, connectat en estrella, té la següent placa de característiques:

P_N = 1200 kW	U_N = 3 kV	X_S = 4 Ω	N_N = 1000 min^{-1}	$\cos\varphi_N$ = 0,8 (c)
I_{fN} = 50 A	R_f = 2 Ω	f = 50 Hz		

Totes les pèrdues de la màquina es consideren negligibles. Determineu:

1) [0,5] El nombre de parells de pols p i el parell nominal Γ_N

2) [0,5] La tensió simple E_N i l'angle de càrrega δ_N en condicions nominals. (Nota: Recordeu que l'angle de càrrega és l'angle a recórrer des de la tensió interna E fins a la tensió en borns V).

3) [0,5] Si la xarxa es pot considerar ideal (potència de curt circuit infinita) i de tensió nominal, i amb l'excitació nominal, quin seria el parell màxim que (puntualment) podria realitzar el motor?

El motor està instal·lat en una fàbrica que té una xarxa de tensió nominal $U_{\mathrm{Nx}} = 3\ \mathrm{kV}$. El parell del motor varia en funció del producte que es fabrica:

Producte	Parell
A	$\Gamma_{\mathrm{A}} = 10\ \mathrm{kN\ m}$
B	$\Gamma_{\mathrm{B}} = 7\ \mathrm{kN\ m}$

Es vol aprofitar la capacitat del motor síncron de generar reactiva per tal de millorar el factor de potència del conjunt de la fàbrica.

4) [0,5] Determineu l'angle de càrrega δ_{A4} i la tensió d'excitació U_{fA4} necessària quan es fabrica el producte A, si la potència reactiva generada pel motor és $Q_{\mathrm{gen4}} = 400\ \mathrm{kvar}$ i la tensió de treball de la xarxa és $U_{\mathrm{x4}} = 3{,}15\ \mathrm{kV}$

5) [0,5] Determineu la potència reactiva màxima Q_{xgen5} que podria generar el motor quan es fabrica el producte B si la tensió de treball de la xarxa és la nominal $U_{\mathrm{x5}} = U_{\mathrm{Nx}} = U_{\mathrm{N}} = 3\ \mathrm{kV}$

1)

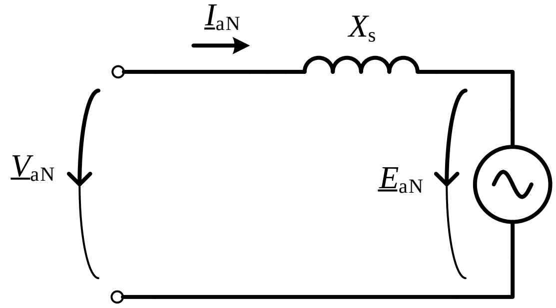
$$p = \frac{60\,f}{N_\mathrm{N}} = \frac{60 \cdot 50}{1000} = 3 \qquad \Gamma_\mathrm{N} = \frac{P_\mathrm{N}}{\omega_\mathrm{N}} = \frac{1200}{1000\,\frac{\pi}{30}} = 11{,}459\ \mathrm{kN\,m}$$

2)

$$S_\mathrm{N} = \frac{P_\mathrm{N}}{cos\varphi_\mathrm{N}} = \frac{1200}{0{,}8} = 1500\ \mathrm{kVA}$$

$$\underline{S}_\mathrm{N} = S_\mathrm{N}\,(cos\varphi_\mathrm{N} + j\ sin\varphi_\mathrm{N}) = 1500 \cdot (0{,}8 - j0{,}6) = 1200 - j900\ \mathrm{kVA}$$

$$\underline{V}_\mathrm{aN} = \frac{U_\mathrm{N}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}\ \mathrm{kV}$$



$$\underline{I}_\mathrm{aN} = \frac{\frac{\underline{S}_\mathrm{N}^*}{3}}{\underline{V}_\mathrm{aN}^*} = \frac{\frac{1200}{3} + j\ \frac{900}{3}}{\frac{3}{\sqrt{3}}} = 230{,}94 + j\ 173{,}2\ \mathrm{A} \quad \rightarrow \quad I_\mathrm{N} = 288{,}7\ \mathrm{A}$$

$$\underline{E}_\mathrm{aN} = \underline{V}_\mathrm{aN} - j\,X_\mathrm{s}\,\underline{I}_\mathrm{aN} = \frac{3000}{\sqrt{3}} - \ j\,4 \cdot (230{,}94 + j\ 173{,}2) = 2425 - j\ 923{,}6\ \mathrm{V}$$

$$\underline{E}_\mathrm{aN} = 2595_{\angle -20{,}85º}\ \mathrm{V}$$

$$E_\mathrm{aN} = 2595\ \mathrm{V} \quad E_\mathrm{abN} = \sqrt{3}\,E_\mathrm{aN} = 4{,}49\ \mathrm{kV}$$

$$\varphi_\mathrm{VN} = 0º \quad \varphi_\mathrm{EN} = -20{,}85º$$

$$\delta_\mathrm{N} = \varphi_\mathrm{VN} - \varphi_\mathrm{EN} = 20{,}85º$$

Alternativament

$$P_\mathrm{N} = 3\,\frac{V_\mathrm{aN}\,E_\mathrm{aN}}{X_\mathrm{s}}\ sin\delta_\mathrm{N} \quad \rightarrow \quad sin\delta_\mathrm{N} = \frac{P_\mathrm{N}\,X_\mathrm{s}}{3\,V_\mathrm{aN}\,E_\mathrm{aN}} = \frac{1{,}2 \cdot 4}{3 \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot 2{,}595} = 0{,}356$$

$$\delta_\mathrm{N} = arcsin\delta_\mathrm{N} = 20{,}85º$$

3)

$$P_\mathrm{x} = 3\,\frac{V_\mathrm{aN}\,E_\mathrm{N}}{X_\mathrm{s}} = \frac{U_\mathrm{N}\,E_\mathrm{abN}}{X_\mathrm{s}} = \frac{3 \cdot 4{,}49}{4} = 3{,}367\ \mathrm{MW} \qquad \Gamma_\mathrm{x} = \frac{P_\mathrm{x}}{\omega_\mathrm{s}} = \frac{3367}{1000\,\frac{\pi}{30}} = 32{,}16\ \mathrm{kN\,m}$$

4)

$$P_{\mathrm{A}} = \Gamma_{\mathrm{A}}\, \omega_{\mathrm{s}} = 10\ \frac{100\,\pi}{3} = 1047{,}2\ \mathrm{kW}$$

Potència consumida de la xarxa

$$\underline{S}_4 = P_{\mathrm{A}} - j\, Q_{\mathrm{gen4}} = 1047{,}2 - j400\ \mathrm{kVA}$$

$$\underline{V}_{\mathrm{a4}} = \frac{U_{\mathrm{x4}}}{\sqrt{3}} = \frac{3{,}15}{\sqrt{3}}\ \mathrm{kV}$$

$$\underline{I}_{\mathrm{a4}} = \frac{\frac{\underline{S}_4^*}{3}}{\underline{V}_{\mathrm{a4}}^*} = \frac{\frac{1047{,}2}{3} + j\ \frac{400}{3}}{\frac{3{,}15}{\sqrt{3}}} = 191{,}94 + j\ 73{,}31\ \mathrm{A} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{a4}} = 205{,}5\ \mathrm{A}$$

Com $I_{\mathrm{a4}} < I_{\mathrm{N}}$ el punt de treball és assolible tèrmicament.

$$\underline{E}_{\mathrm{a4}} = \underline{V}_{\mathrm{a4}} - j\, X_{\mathrm{s}}\, \underline{I}_{\mathrm{a4}} = \frac{3150}{\sqrt{3}} - j\ 4 \cdot (191{,}94 + j\ 73{,}31) = 2112 - j\ 768\ \mathrm{V}$$
$$= 2247_{\angle -19{,}98º}\ \mathrm{V}$$

$$\delta_{\mathrm{A4}} = \varphi_{\mathrm{V4}} - \varphi_{\mathrm{E4}} = 19{,}98º$$

$$U_{\mathrm{fN}} = R_{\mathrm{fN}}\, I_{\mathrm{fN}} = 2 \cdot 50 = 100\ \mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{fA4}} = U_{\mathrm{fN}}\, \frac{E_{\mathrm{a4}}}{E_{\mathrm{aN}}} = 100\ \frac{2247}{2595} = 86{,}6\ \mathrm{V}$$

Com $U_{\mathrm{fA4}}\ (I_{\mathrm{fA4}}) < U_{\mathrm{fN}}\ (I_{\mathrm{fN}})$ el punt de treball és assolible des del punt de vista de l'excitació.

5)

$$P_{\mathrm{B}} = \Gamma_{\mathrm{B}}\, \omega_{\mathrm{s}} = 7\ \frac{100\,\pi}{3} = 733\ \mathrm{kW}$$

En cercar el límit quan el motor genera reactiva $\left(Q_{\mathrm{xgen5}} > 0\right)$, el límit serà el més restrictiu entre el corrent (corrent nominal o màxim) i l'excitació (excitació nominal o màxima).

$$Q_{\mathrm{xgen5}} = min\left\{ \begin{matrix} Q_{\mathrm{x5I}} \\ Q_{\mathrm{x5f}} \end{matrix} \right\}$$

El límit de corrent Q_{x5I} es correspon amb el de potència, atès que es treballa a tensió nominal:

$$I_{\mathrm{a5}} \le I_{\mathrm{N}} \ \rightarrow\ S_5 \le S_{\mathrm{N}} \ \rightarrow\ Q_{\mathrm{x5I}} \le \sqrt{S_{\mathrm{N}}^2 - P_{\mathrm{B}}^2}$$

$$Q_{\mathrm{x5I}} \le \sqrt{1500^2 - 733^2} = 1309\ \mathrm{kvar}$$

El límit d'excitació Q_{x5f} es correspon a la reactiva màxima generable com a conseqüència del límit d'excitació per motius magnètics (saturació) o tèrmics (evacuació del calor del rotor). Amb el corrent d'excitació màxim o nominal la tensió interna és la màxima, corresponent a la màxima generació de reactiva.

Les tensions simples són

$$\underline{V}_{a5} = V_{aN} = \frac{3}{\sqrt{3}}\ \mathrm{kV} \quad \underline{E}_{a5} = E_{aN\angle\delta} = 2{,}595_{\angle\delta}\ \mathrm{kV}$$

I la potència aparent consumida

$$\underline{S}_5 = P_B - j\,Q_{x5f} = 733 - j\,Q_{x5f}\ \mathrm{kVA}$$

$$\underline{I}_{a5} = \frac{\frac{\underline{S}_5^*}{3}}{\underline{V}_{a5}^*} = \frac{\frac{733}{3} + j\,\frac{Q_{x5f}}{3}}{\frac{3000}{\sqrt{3}}} = 0{,}141 + j\,Q_{x5f}\,\frac{\sqrt{3}}{9000}\ \mathrm{kA}$$

$$\underline{V}_{a5} = \underline{E}_{a5} + j\,X_s\,\underline{I}_{a5} \ \rightarrow\ \frac{3}{\sqrt{3}} = 2{,}595_{\angle\delta} + \ j\,4\cdot\left(0{,}141 + j\,Q_{x5f}\frac{\sqrt{3}}{9000}\right)$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = 2{,}595\cdot cos\delta + j\,2{,}595\cdot sin\delta + j\,0{,}5643 - Q_{x5f}\,\frac{4\sqrt{3}}{9000}$$

Separant les parts real i imaginaria

$$\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 2{,}595\cdot cos\delta - Q_{x5f}\,\dfrac{4\sqrt{3}}{9000} \\ 0 = 2{,}595\cdot sin\delta + 0{,}5643 \end{cases}$$

$$sin\delta = -0{,}2174 \ \rightarrow\ \delta = -12{,}56º \ \rightarrow\ cos\delta = 0{,}9761$$

$$Q_{x5f} = 1040{,}3\ \mathrm{kvar}$$

$$Q_{xgen5} = min\begin{Bmatrix} 1309 \\ 1040 \end{Bmatrix} = 1040\ \mathrm{kvar}$$

SINC05 (Examen final 16/06/2014)

Una màquina síncrona Brushless trifàsica, connectada en estrella i controlada de forma que les tensions internes i els corrents estan alineats, té les següents característiques nominals:

$$\Gamma_{\mathrm{N}} = 10\ \mathrm{N\,m} \quad I_{\mathrm{N}} = 7{,}5\ \mathrm{A} \quad f_{\mathrm{N}} = 150\ \mathrm{Hz} \quad N_{\mathrm{N}} = 3000\ \mathrm{min}^{-1}$$

I les següents característiques dels paràmetres en connexió estrella:

$$L_{\mathrm{s}} = 15\ \mathrm{mH} \quad R_{\mathrm{s}} = 1\ \Omega$$

Les pèrdues mecàniques i en el ferro són negligibles. Determineu:

1) [0,5] El nombre de parells de pols i el rendiment en condicions nominals

2) [1] La tensió en el motor si desenvolupa un parell $\Gamma_2 = 8\ \mathrm{N\,m}$ a una velocitat de $N_2 = 2500\ \mathrm{min}^{-1}$

3) [0,5] La tensió en el motor si desenvolupa un parell $\Gamma_3 = -8\ \mathrm{N\,m}$ a una velocitat de $N_3 = 2500\ \mathrm{min}^{-1}$

4) [0,5] Si el convertidor que l'alimenta té uns límits de funcionament d'$U_{\mathrm{x}} = 387\ \mathrm{V}$ de tensió composta i $I_{\mathrm{x}} = 9\ \mathrm{A}$ de corrent de línia, quina es la màxima velocitat assolible en buit N_{x0} i la freqüència de treball del convertidor en aquestes condicions f_{x0}?

1)

$$N_{\mathrm{N}} = \frac{60\, f_{\mathrm{N}}}{p} \quad \rightarrow \quad p = \frac{60\, f_{\mathrm{N}}}{N_{\mathrm{N}}} = \frac{60 \cdot 150}{3000} = 3$$

$$P_{\mathrm{ptotN}} = P_{\mathrm{CuN}} = 3\, R_{\mathrm{s}}\, I_{\mathrm{N}}^2 = 3 \cdot 1 \cdot 7{,}5^2 = 168{,}75\ \mathrm{W}$$

$$P_{\mathrm{N}} = \omega_{\mathrm{sN}}\, \Gamma_{\mathrm{N}} = 3000\, \frac{\pi}{30}\, 10 = 3141{,}6\ \mathrm{W}$$

$$\eta_{\mathrm{N}}(\%) = 100\, \frac{P_{\mathrm{N}}}{P_{\mathrm{N}} + P_{\mathrm{ptotN}}} = 100\, \frac{3141{,}6}{3141{,}6 + 168{,}75} = 94{,}9\ \%$$

2)

$$P_{\mathrm{N}} = 3\, E_{\mathrm{N}}\, I_{\mathrm{N}} \quad \rightarrow \quad E_{\mathrm{N}} = \frac{P_{\mathrm{N}}}{3\, I_{\mathrm{N}}} = \frac{3141{,}6}{3 \cdot 7{,}5} = 139{,}62\ \mathrm{V}$$

$$\frac{E_{\mathrm{N}}}{\omega_{\mathrm{N}}} = \frac{E_{\mathrm{N}}}{p\, \omega_{\mathrm{sN}}} = \frac{E_{\mathrm{N}}}{2\, \pi\, f_{\mathrm{N}}} = \psi_{\mathrm{r}} = \frac{E}{2\, \pi\, f} = \frac{139{,}62}{2\, \pi\, 150} = 0{,}14815\ \mathrm{Wb}$$

$$\omega_{\mathrm{s2}} = N_2\, \frac{\pi}{30} = 2500\, \frac{\pi}{30} = 261{,}8\, \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega_2 = p\, \omega_{\mathrm{s2}} = 3 \cdot 261{,}8 = 785{,}4\, \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\, \pi} = \frac{785{,}4}{2\, \pi} = 125\ \mathrm{Hz}$$

(Alternativament $f_2 = f_{\mathrm{N}}\, \frac{N_3}{N_{\mathrm{N}}} = 150\, \frac{2500}{3000} = 125\ \mathrm{Hz} \qquad \omega_2 = 2\, \pi\, f_2 = 250\, \pi \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$)

$$X_{\mathrm{s2}} = \omega_2\, L_{\mathrm{s}} = 250\, \pi \cdot 0{,}015 = 11{,}781\ \Omega$$

$$\underline{E}_{\mathrm{an2}} = j\, \omega_2\, \psi_{\mathrm{r}} = j\, 250\, \pi \cdot 0{,}14815 = j\, 116{,}35\ \mathrm{V}$$

(Alternativament $\underline{E}_{\mathrm{an2}} = j\, E_{\mathrm{N}}\, \frac{f_2}{f_{\mathrm{N}}} = j\, 139{,}62\, \frac{125}{150} = j\, 116{,}35\ \mathrm{V}$)

$$P_{\mathrm{m2}} = \omega_{\mathrm{s2}}\, \Gamma_2 = 261{,}8 \cdot 8 = 2094{,}4\ \mathrm{W}$$

$$I_{\mathrm{a2}} = \left| \frac{P_{\mathrm{m2}}}{3\, E_{\mathrm{an2}}} \right| = \frac{2094{,}4}{3 \cdot 116{,}35} = 6\ \mathrm{A}$$

(Alternativament $\Gamma = 3\, p\, \psi_{\mathrm{r}}\, I_{\mathrm{a}} \quad \rightarrow \quad I_{\mathrm{a2}} = \frac{\Gamma_2}{3\, p\, \psi_{\mathrm{r}}} = \frac{8}{3 \cdot 3 \cdot 0{,}14815} = 6\ \mathrm{A}$)

Degut al control el corrent està alineat amb la tensió:

$$\underline{I}_{\mathrm{a2}} = j\, I_{\mathrm{a2}} = j\, 6\ \mathrm{A}$$

$$\underline{V}_{\mathrm{an2}} = (R_{\mathrm{s}} + j\, X_{\mathrm{s2}})\, \underline{I}_{\mathrm{a2}} + \underline{E}_{\mathrm{an2}} = (1 + j\, 11{,}781) \cdot j\, 6 + j\, 116{,}35 = -70{,}69 + j\, 122{,}35\ \mathrm{V}$$

$$V_{\mathrm{an2}} = 141{,}3\ \mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{ab2}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{an2}} = 244{,}74\ \mathrm{V}$$

3)

$$\omega_{\mathrm{s3}} = \omega_{\mathrm{s2}} = 261{,}8\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega_3 = \omega_2 = 785{,}4\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$f_3 = f_2 = 125\ \mathrm{Hz}$$

$$X_{\mathrm{s3}} = X_{\mathrm{s2}} = 11{,}781\ \Omega$$

$$\underline{E}_{\mathrm{an3}} = \underline{E}_{\mathrm{an2}} = j\ 116{,}35\ \mathrm{V}$$

$$P_{\mathrm{m3}} = \omega_{\mathrm{s3}}\, \Gamma_3 = -261{,}8 \cdot 8 = -2094{,}4\ \mathrm{W}$$

$$I_{\mathrm{a3}} = \left| \frac{P_{\mathrm{m3}}}{3\, E_{\mathrm{an3}}} \right| = \frac{2094{,}4}{3 \cdot 116{,}35} = 6\ \mathrm{A}$$

Degut al control el corrent està alineat amb la tensió, però en contrafase, atès que genera (frena):

$$\underline{I}_{\mathrm{a3}} = j\, I_{\mathrm{a3}} = -j\ 6\ \mathrm{A}$$

$$\underline{V}_{\mathrm{an3}} = (R_{\mathrm{s}} + j\, X_{\mathrm{s2}})\, \underline{I}_{\mathrm{a3}} + \underline{E}_{\mathrm{an3}} = -(1 + j\ 11{,}781) \cdot j\ 6 + j\ 116{,}35 = 70{,}69 + j\ 110{,}35\ \mathrm{V}$$

$$V_{\mathrm{an3}} = 131{,}05\ \mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{ab3}} = \sqrt{3}\, V_{\mathrm{an3}} = 226{,}98\ \mathrm{V}$$

4) La velocitat màxima en buit es dona quan coincideixen la tensió màxima sintetitzable i la tensió interna:

$$U_{\mathrm{x}} = E_{\mathrm{ab4}}$$

$$\frac{U_{\mathrm{x}}}{\sqrt{3}} = E_{\mathrm{an4}} = \frac{387}{\sqrt{3}}\ \mathrm{V}$$

$$\frac{E_{\mathrm{an4}}}{E_{\mathrm{N}}} = \frac{N_{\mathrm{x0}}}{N_{\mathrm{N}}} \quad \rightarrow \quad N_{\mathrm{x0}} = N_{\mathrm{N}}\ \frac{E_{\mathrm{an4}}}{E_{\mathrm{N}}} = 3000\ \frac{\frac{387}{\sqrt{3}}}{139{,}62} = 4801\ \mathrm{min}^{-1}$$

$$f_{\mathrm{x0}} = f_{\mathrm{N}}\ \frac{E_{\mathrm{an4}}}{E_{\mathrm{N}}} = 150\ \frac{\frac{387}{\sqrt{3}}}{139{,}62} = 240\ \mathrm{Hz}$$