P2. Tancament d'un contactor

1. Objectius

L'objectiu principal d'aquesta pràctica de l'assignatura de Màquines Elèctriques és simular l'evolució temporal del tancament d'un contactor (model simplificat), és a dir, veure l'evolució des de la posició de repòs fins a la posició 'tancat'.

2. Preparació de la pràctica

La pràctica com a tal no requereix preparació prèvia, però és aconsellable haver revisat els coneixements bàsics de circuits magnètics i conversió electromecànica explicats a les classes de teoria i problemes. També convé llegir-se aquest guió de manera que s'entengui el que s'ha de fer i com fer-ho ja que el temps és ajustat.

3. Material que cal portar al laboratori

Cal portar el guió de pràctiques o, com a mínim, el full de respostes per tal de poder-lo lliurar al professor en acabar la sessió de laboratori (aules informàtiques de l'escola). Al laboratori, a més, poden ser útils estris bàsics com paper i un bolígraf per fer-hi anotacions. Atenent que s'usarà el Matlab, no es considera necessària una calculadora.

4. Fonaments de la pràctica

El contactor biestable de la figura basa el seu funcionament amb un imant permanent de neodimi de manera que en posició 'obert' ($x = x_2$) i en posició 'tancat' ($x = x_1$) no es requereixi consumir energia per romandre en la mateixa posició (bobina sense alimentar). Per tal de poder canviar l'estat del contactor hi ha una molla (que s'oposa al moviment de la culata) i, a més, s'aporta energia al sistema mitjançant la bobina, que té $N = 1200$ voltes i una resistència R de 5 Ω. La bobina s'alimenta a una tensió U de 24 V. Aquesta energia també serveix per vèncer els fregaments (no representats a la figura) i que es poden considerar negligibles. També hi ha uns elements de material no magnètic (goma) per esmorteir els cops i que tenen un gruix de $x_1 = 0{,}5\ \mathrm{mm}$. El nucli (fix) i la culata són del mateix material de permeabilitat μ_i. El sistema és tal que la posició d'equilibri del contactor en estat 'obert' i sense alimentar la bobina és x_2.

Es pot considerar que la secció de l'imant, la secció del ferro i la secció de l'entreferro són iguals i de valor $100\ \mathrm{mm}^2$. La longitud de l'imant (l_m) és $40\ \mathrm{mm}$ i la longitud total mitja del ferro (l_i) és $150\ \mathrm{mm}$.

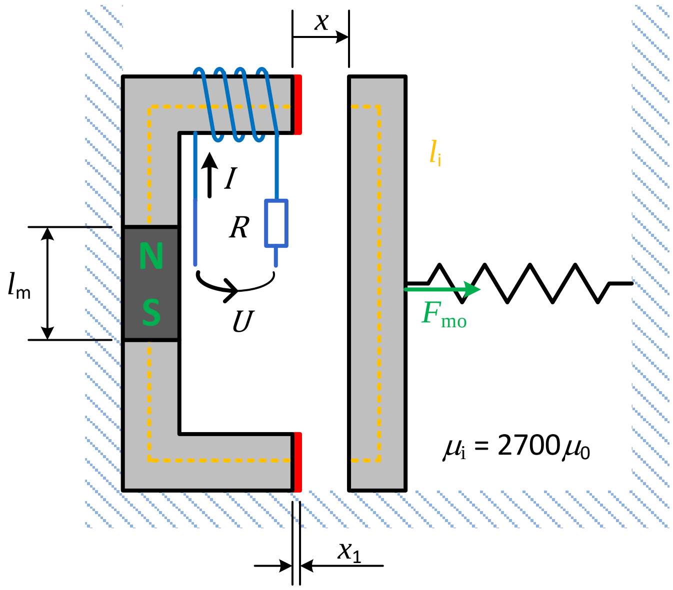
Les característiques de l'imant a la temperatura de treball són:

$$B_\mathrm{r} = 1{,}24\ \mathrm{T};\ H_\mathrm{c} = 923{,}1\ \frac{\mathrm{kA}}{\mathrm{m}};\ \mu_\mathrm{m} = 1{,}069\ \mu_0;\ \text{recordeu que } \mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}\ \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$$

L'expressió que regeix la força de la molla és:

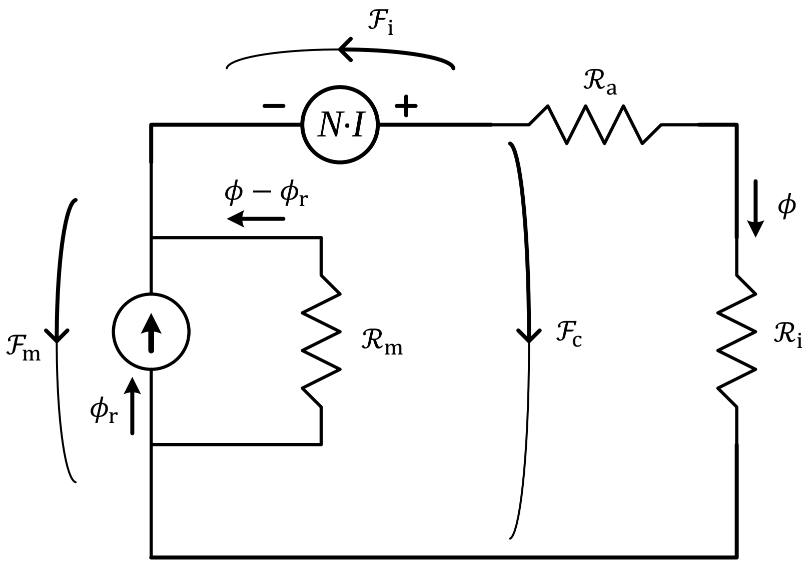
$$F_{mo} = -k\,(x - x_0)$$

On $k = 4400\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ i $x_0 = 25$ mm.



La culata és de massa $m = 0{,}1$ kg. Com a conseqüència del valor finit de permeabilitat magnètica del nucli existirà un cert flux de dispersió, que es considera negligible.

El circuit equivalent del contactor és:



Les reluctàncies del circuit són:

$$\mathcal{R}_i = \frac{l_i}{\mu_i\,A} = \frac{15\cdot 10^{-2}}{2000\,\mu_0\cdot 10^{-4}} = \frac{15\cdot 10^{-2}}{2000\cdot 4\pi 10^{-7}\cdot 10^{-4}} = \frac{1{,}875\cdot 10^{9}}{\pi}\ \mathrm{H}^{-1} = 596831\ \mathrm{H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_m = \frac{l_m}{\mu_m\,A} = \frac{4\cdot 10^{-2}}{1{,}069\,\mu_0\cdot 10^{-4}} = \frac{4\cdot 10^{-2}}{1{,}069\cdot 4\pi 10^{-7}\cdot 10^{-4}} = \frac{10^{9}}{1{,}069\,\pi}\ \mathrm{H}^{-1} = 297{,}764\cdot 10^{6}\ \mathrm{H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_\mathrm{a} = \frac{2\,x}{\mu_0\,A} = \frac{2\,x}{4\pi 10^{-7}\cdot 10^{-4}} = \frac{50\cdot 10^9}{\pi}\;x\;\mathrm{H}^{-1} = 15{,}915\cdot 10^9\;x\;\mathrm{H}^{-1}$$

L'expressió del flux es pot trobar de la següent manera:

$$\mathcal{R}_\mathrm{c} = \mathcal{R}_\mathrm{i} + \mathcal{R}_\mathrm{a}$$

$$-\mathcal{F}_\mathrm{m} - \mathcal{F}_\mathrm{i} + \mathcal{F}_\mathrm{c} = 0$$

$$\mathcal{R}_\mathrm{m}\,(\phi - \phi_\mathrm{r}) - N\,I + \mathcal{R}_\mathrm{c}\,\phi = 0 \quad\rightarrow\quad \phi\,(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c}) = \phi_\mathrm{r}\,\mathcal{R}_\mathrm{m} + N\,I$$

$$\phi = \frac{\phi_\mathrm{r}\,\mathcal{R}_\mathrm{m}}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} + \frac{N\,I}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} = \frac{B_\mathrm{r}\,A\,\mathcal{R}_\mathrm{m}}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} + \frac{N\,I}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})}$$

$$\mathcal{R}_\mathrm{c} = \mathcal{R}_\mathrm{i} + \mathcal{R}_\mathrm{a} = 596831 + 15{,}915\cdot 10^9\;x\;\mathrm{H}^{-1}$$

$$\phi = \frac{1{,}24\cdot 10^{-4}\cdot 297{,}764\cdot 10^6}{(297{,}764\cdot 10^6 + 596831 + 15{,}915\cdot 10^9 x)} + \frac{1200\,I}{(297{,}764\cdot 10^6 + 596831 + 15{,}915\cdot 10^9 x)}\;\mathrm{Wb}$$

$$\phi = \frac{36922{,}74}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)} + \frac{1200\,I}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)}\;\mathrm{Wb}$$

El flux concatenat val, doncs,

$$\psi(x,i) = N\,\phi = \frac{B_\mathrm{r}\,A\,\mathcal{R}_\mathrm{m}\,N}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} + \frac{N^2\,I}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} = \psi_\mathrm{rm}(x) + L(x)\,I$$

$$\psi(x,i) = \frac{36922{,}74\cdot 1200}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)} + \frac{1200^2\,I}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)}\;\mathrm{Wb}$$

$$\psi(x,i) = \frac{44307{,}29\cdot 10^3}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)} + \frac{1200^2\,I}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)}\;\mathrm{Wb}$$

L'expressió de la inductància és:

$$L(x) = \frac{N^2}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})}$$

$$L(x) = \frac{N^2}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} = \frac{1200^2}{(298{,}361\cdot 10^6 + 15{,}915\cdot 10^9\,x)}\;\mathrm{H}$$

Per trobar la coenergia és interessant suposar que la part del flux concatenat degut a l'imant permanent és el producte de la inductància per un corrent equivalent de l'imant:

$$\psi(x,i) = \frac{B_\mathrm{r}\,A\,\mathcal{R}_\mathrm{m}\,N}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} + \frac{N^2\,I}{(\mathcal{R}_\mathrm{m} + \mathcal{R}_\mathrm{c})} = \psi_\mathrm{rm}(x) + L(x)\,I = L(x)\,i_\mathrm{em} + L(x)\,I = L(x)\,(i_\mathrm{em} + I)$$

$$i_{\text{em}} = \frac{\psi_{\text{rm}}(x)}{L(x)} = \frac{\dfrac{B_{\text{r}}\, A\, \mathcal{R}_{\text{m}}\, N}{(\mathcal{R}_{\text{m}} + \mathcal{R}_{\text{c}})}}{\dfrac{N^2}{(\mathcal{R}_{\text{m}} + \mathcal{R}_{\text{c}})}} = \frac{B_{\text{r}}\, A\, \mathcal{R}_{\text{m}}}{N} = \frac{B_{\text{r}}\, \dfrac{l_{\text{m}}}{\mu_{\text{m}}}}{N} = \frac{1{,}24 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{1200 \cdot 1{,}069 \cdot 4\pi 10^{-7}} = 30{,}77\ \text{A}$$

$$\psi(x,i) = L(x)\,(i_{\text{em}} + I) = L(x)\,(30{,}77 + I)$$

D'aquesta manera el càlcul de la coenergia és força més simple:

$$W'_{\text{mg}}(x,i) = \int_0^{i_{\text{em}}+I} L(x)\, i\, di = \frac{1}{2}\, L(x)\,(i_{\text{em}} + I)^2 = \frac{1}{2}\, \frac{N^2}{(\mathcal{R}_{\text{m}} + \mathcal{R}_{\text{c}})} \cdot (30{,}77 + I)^2$$

$$W'_{\text{mg}}(x,i) = \frac{1}{2}\, \frac{1200^2}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}\ (30{,}77 + I)^2$$

I l'expressió de la força magnètica és:

$$F_{\text{mg}}(x,i) = \frac{\partial W'_{\text{mg}}(x,i)}{\partial x} = \frac{1}{2}\,(i_{\text{em}} + I)^2\, \frac{\partial L(x)}{\partial x} = \frac{1}{2}\,(i_{\text{em}} + I)^2\, \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{N^2}{(\mathcal{R}_{\text{m}} + \mathcal{R}_{\text{c}})}\right)$$

$$F_{\text{mg}}(x,i) = \frac{1}{2}\,(30{,}77 + I)^2\, \frac{d}{dx}\left(\frac{1200^2}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}\right)$$

$$F_{\text{mg}}(x,i) = \frac{1200^2}{2}\,(30{,}77 + I)^2\, \left(\frac{-15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)^2}\right)$$

L'expressió de la tensió induïda a la inductància $u(x,i,t)$ és

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}(L(x)\, i) = \frac{d}{dt}\big(L(x)\big)\, i + L(x)\, \frac{di}{dt} = \frac{d}{dx}\, L(x)\, \frac{dx}{dt}\, i + L(x)\, \frac{di}{dt}$$

Usant la notació de la velocitat en que es mou la culata com $v = \frac{dx}{dt}$ l'expressió de la tensió induïda queda

$$\begin{aligned} u &= \frac{d}{dx} L(x)\, v\, i + L(x)\, \frac{di}{dt} = \\ &= 1200^2 \left(\frac{-15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)^2}\right) v\, i \\ &+ \frac{1200^2}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}\, \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

L'equació elèctrica del sistema és, doncs,

$$\begin{aligned} U = R\, i + u = R\, i + 1200^2 &\left(\frac{-15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)^2}\right) v\, i \\ &+ \frac{1200^2}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}\, \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

Aïllant la derivada del corrent tenim

$$\frac{di}{dt} = (U - R\, i)\, \frac{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}{1200^2} + \frac{15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\, x)}\, v\, i$$

Pel que fa a la part mecànica del sistema, tenim

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v \\ F_{\mathrm{mg}} + F_{\mathrm{mo}} = m\,\dfrac{dv}{dt} = m\,\dfrac{d^2x}{dt^2} \end{cases}$$

Substituint queda

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v \\ \dfrac{1200^2}{2}\,(30{,}77 + i)^2 \left(\dfrac{-15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\,x)^2}\right) - 4400\,(x - 25 \cdot 10^{-3}) = 0{,}1\,\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$

Aïllant $\frac{dv}{dt}$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1200^2}{2 \cdot 0{,}1}\,(30{,}77 + i)^2 \left(\dfrac{-15{,}915 \cdot 10^9}{(298{,}361 \cdot 10^6 + 15{,}915 \cdot 10^9\,x)^2}\right) - \dfrac{4400}{0{,}1}\,(x - 25 \cdot 10^{-3}) \end{cases}$$

Per tant, les tres equacions diferencials que cal integrar són:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\dfrac{di}{dt} = \dfrac{a + bx}{c}\,(U - R\,i) + \dfrac{b\,v\,i}{a + b\,x}} \\ \boldsymbol{\dfrac{dx}{dt} = v} \\ \boldsymbol{\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{c\,b}{2\,m}\,\dfrac{(30,77 + i)^2}{(a + b\,x)^2} - \dfrac{k}{m}\,(x - x_0)} \end{cases}$$

On:

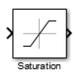
$$\begin{array}{cc} a = 298{,}361 \cdot 10^6 & b = 15{,}915 \cdot 10^9 \\ c = 1200^2 & U = 24 \\ R = 5 & m = 0{,}1 \\ k = 4400 & x_0 = 25 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

5. Realització de la pràctica

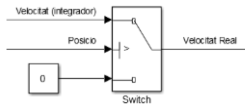
La realització de la pràctica és individual.

Implementeu les equacions diferencials que regeixen el sistema mitjançant el Matlab/Simulink i simuleu el sistema. Tingueu especial cura per tal d'introduir els límits físics del sistema.

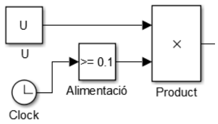
Un dels elements (no lineals) que us pot ajudar és el bloc de saturació, representat a la figura següent i que serveix per limitar una variable, com per exemple la posició x.



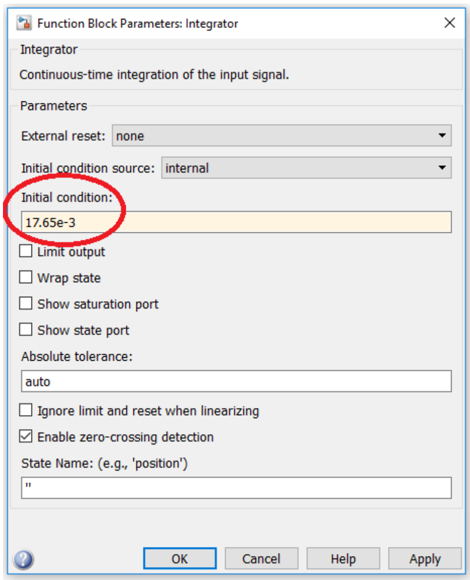
Un altre bloc que us pot resultar interesant és el "switch", per tal de commutar d'una velocitat que proporciona l'integrador a una velocitat de 0 quan el contactor estigui en la posició tancat ($x = x_1$).



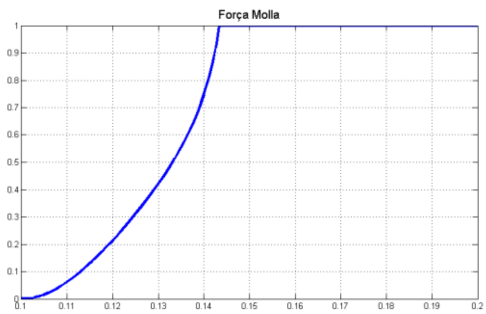
Per tal de poder veure el transitori de tancament del contactor, podeu fer que estigui en la posició inicial durant un petit temps ($100\ \mathrm{ms}$) i després alimenteu la bobina a la tensió U. Una de les maneres de poder-ho aconseguir es representa a la següent figura, basada en un bloc de comparació amb sortida booleana (0 si $t \leq 0{,}1$ s i 1 si $t > 0{,}1$ s).

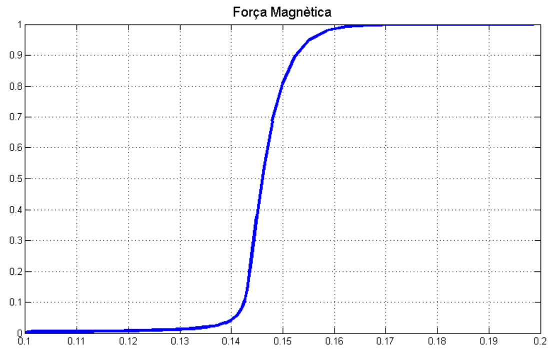


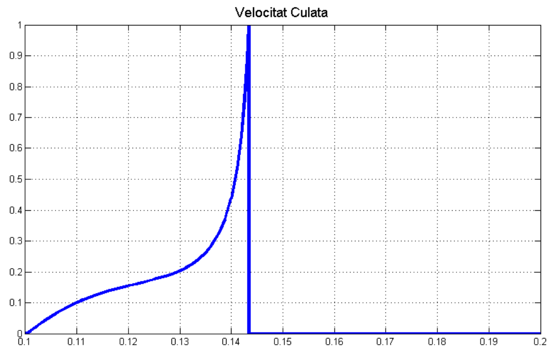
Per tal d'imposar les condicions inicials per a la integració de les equacions diferencials heu de fer 'doble-click' a l'integrador de la variable en qüestió i escriure el valor inicial. La figura següent mostra els paràmetres de l'integrador de la velocitat (sortida posició) i s'assenyala el valor de la posició inicial (condició inicial). És molt important posar com a condició inicial la posició d'equilibri $\boldsymbol{x_2 = 17{,}65\ \mathrm{mm}}$ quan el contactor és obert.

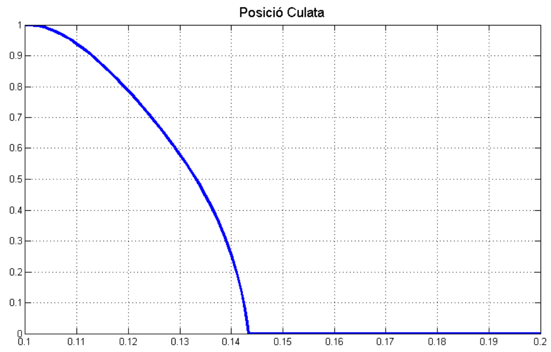


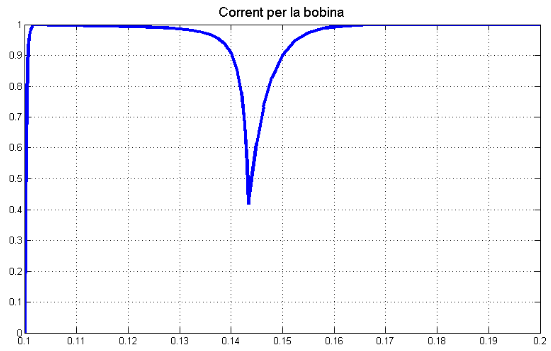
Per tal que tingueu una guia aproximada del que us hauria de sortir (del que es demana), tot seguit es representen uns gràfics que estan normalitzats (totes les gràfiques tenen els valors entre 0 i 1) i, a més, s'han pintat tots positius i les formes no són exactament les mateixes que us sortiran. Penseu, doncs, que és una guia, però en cap cas heu d'usar les següents figures com a solucions.




Força Magnètica
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.1
0.11
0.12
0.13
0.14
0.15
0.16
0.17
0.18
0.19
0.2


Velocitat Culata
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.1
0.11
0.12
0.13
0.14
0.15
0.16
0.17
0.18
0.19
0.2


Posició Culata
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.1
0.11
0.12
0.13
0.14
0.15
0.16
0.17
0.18
0.19
0.2


Corrent per la bobina
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.1
0.11
0.12
0.13
0.14
0.15
0.16
0.17
0.18
0.19
0.2

6. Full de resultats de la P2

Nom:	Cognoms:
Grup:	Data:

Dibuixa, aproximadament, la força de la molla en funció del temps indicant els principals valors.

Dibuixa, aproximadament, la força magnètica en funció del temps indicant els principals valors.

Dibuixa, aproximadament, la velocitat de la culata en funció del temps indicant els principals valors.

Dibuixa, aproximadament, la posició de la culata en funció del temps indicant els principals valors.

Dibuixa, aproximadament, el corrent consumit pel sistema en funció del temps indicant els principals valors.

Quin és el valor de la tensió U per sota del qual el contactor no pot tancar-se?