



**PROTHIUS**  
Cátedra Organización Industrial

## **Dirección de Operaciones. Planificación**

*Joaquín Bautista Valhondo, Rocío Alfaro Pozo y Alberto Cano Pérez*

D-04/2013

*Departamento de Organización de Empresas*

Universidad Politécnica de Cataluña

**Publica:**

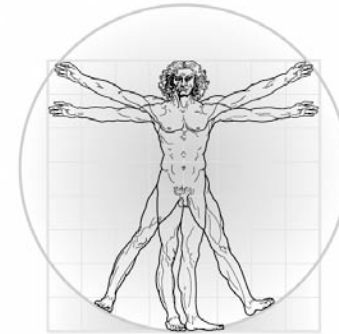
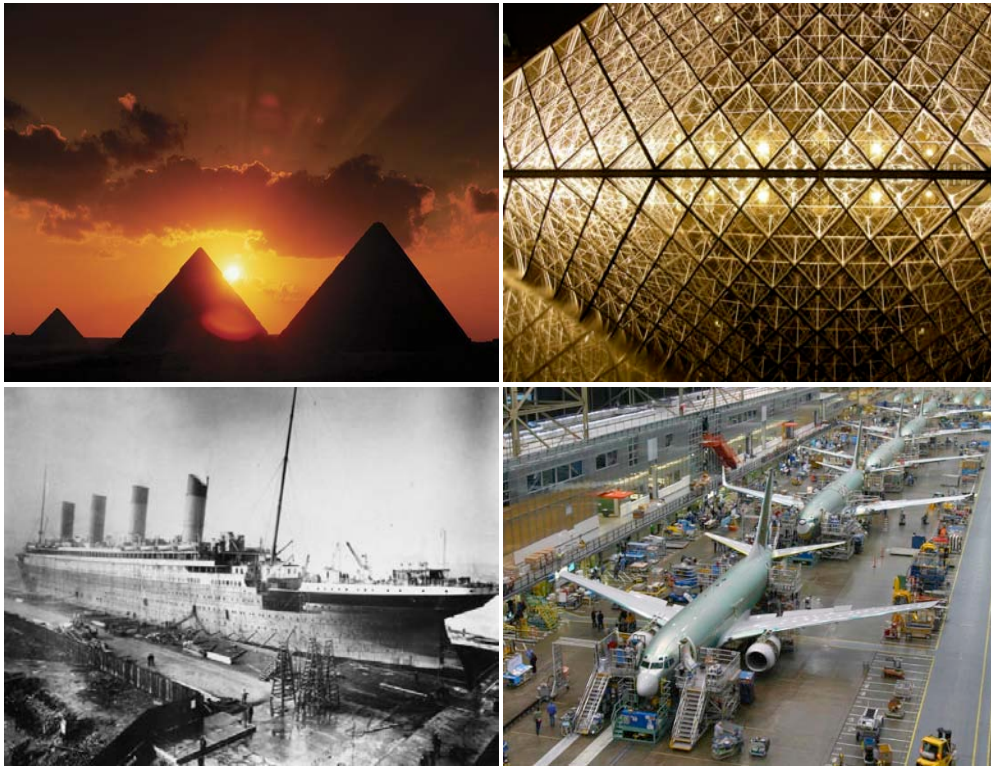
Universitat Politècnica de Catalunya  
[www.upc.edu](http://www.upc.edu)



**Edita:**

Cátedra Organización Industrial  
[www.prothius.com](http://www.prothius.com)  
director@prothius.com

# Planificació



**UPC**

Universitat Politècnica  
de Catalunya



**PROTHIUS**  
Càtedra Organització Industrial

# Contenido

- La pirámide de la planificación.
- Plan maestro.
- El proceso de planificación.
- Modelos para la planificación agregada.
- Plan maestro agregado.
- Planificación mediante tasas.
- Producción a tasa constante sin rotura.
- Producción a tasa constante con rotura.
- Producción a tasa variable sin rotura.
- Planificación de producción óptima sin roturas. Modelo de Bowman.
- Planificación de producción óptima sin roturas. Método de Bowman.

# La pirámide de la planificación



**Plan.-** Camino que se traza desde un estado inicial a un estado final con el propósito de obtener una ganancia.

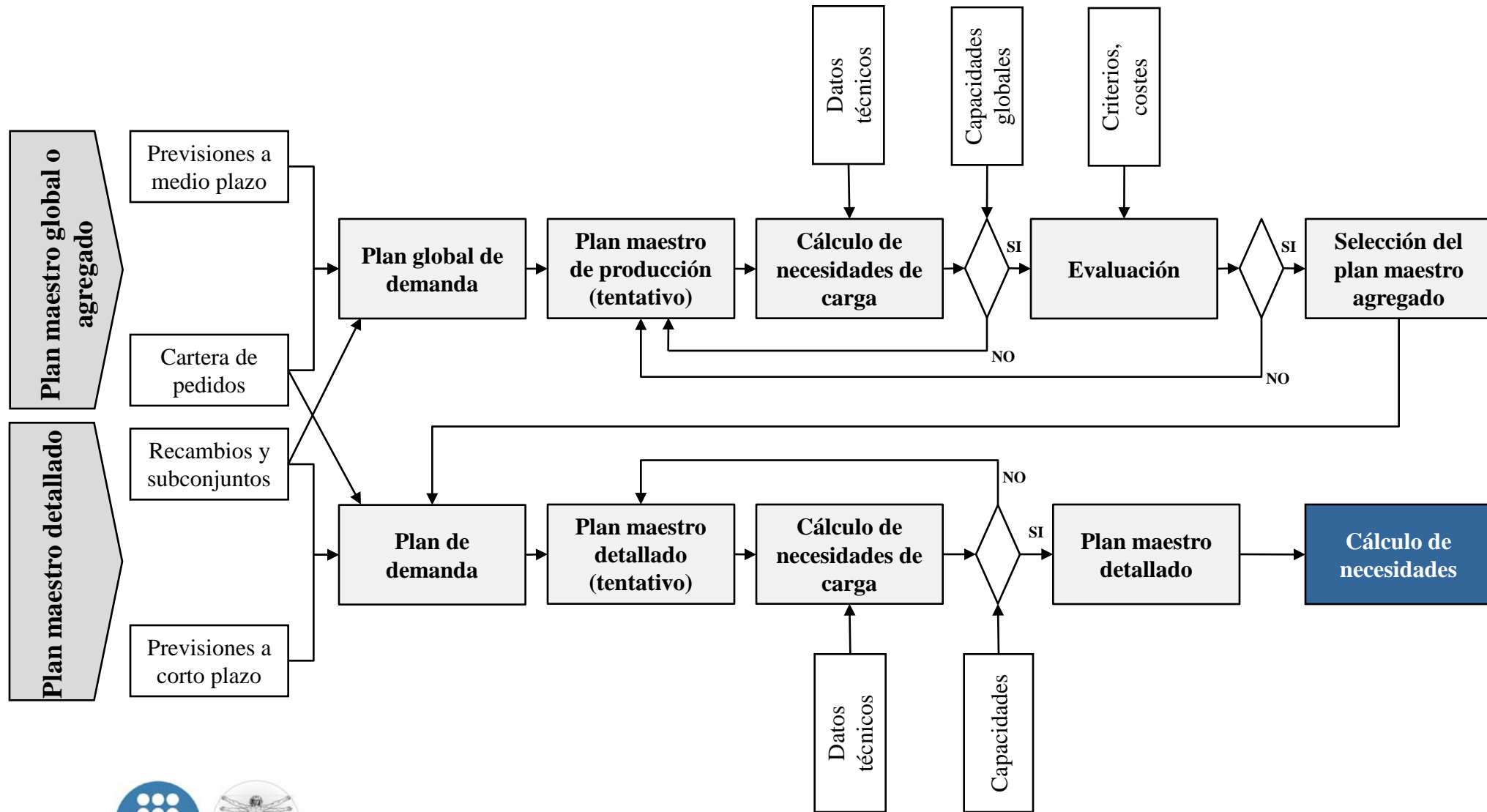
# Plan maestro. Aspectos

<i>Intervalo (mes)</i>	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero	Marzo	<i>Total</i>
<i>Días laborables</i>	21	22	21	22	5	22	21	22	20	20	18	22	236
CKT 1254 J	123	135	105	130	25	130	120	100	150	90	70	100	1278
CKT 1305 L	255	245	265	220	45	245	260	245	200	180	195	250	2605
SLK 102 H	160	135	120	95	20	142	125	120	170	150	100	110	1447
PRT 1036 IK	40	40	45	30	5	42	50	45	50	35	20	35	437
CTR 206	18	18	23	23	0	20	24	20	22	20	17	16	221
...													0
FGL 2306 F	230	225	210	190	0	255	195	200	210	170	190	215	2290
<i>Total productos</i>	1810	1650	1720	1430	650	1720	1790	1800	1850	1600	900	1650	18570

# Plan maestro. Elementos

- **Horizonte:** Tiempo durante el cual se debe producir el despliegue o ejecución del plan.
- **Periodo:** Intervalo o unidad de tiempo en la que se mide el horizonte.
- **Control:** Función organizativa que mide la discrepancia entre los estados marcados en el plan y los estados reales a lo largo del tiempo y define medidas correctivas.
- **Plazo de revisión:** Tiempo que transcurre entre dos ejecuciones consecutivas de la función control con el propósito de aplicar medidas correctivas.
- **Plazo de rigidez:** Intervalo de tiempo deslizante durante el cual no se corrige el plan.

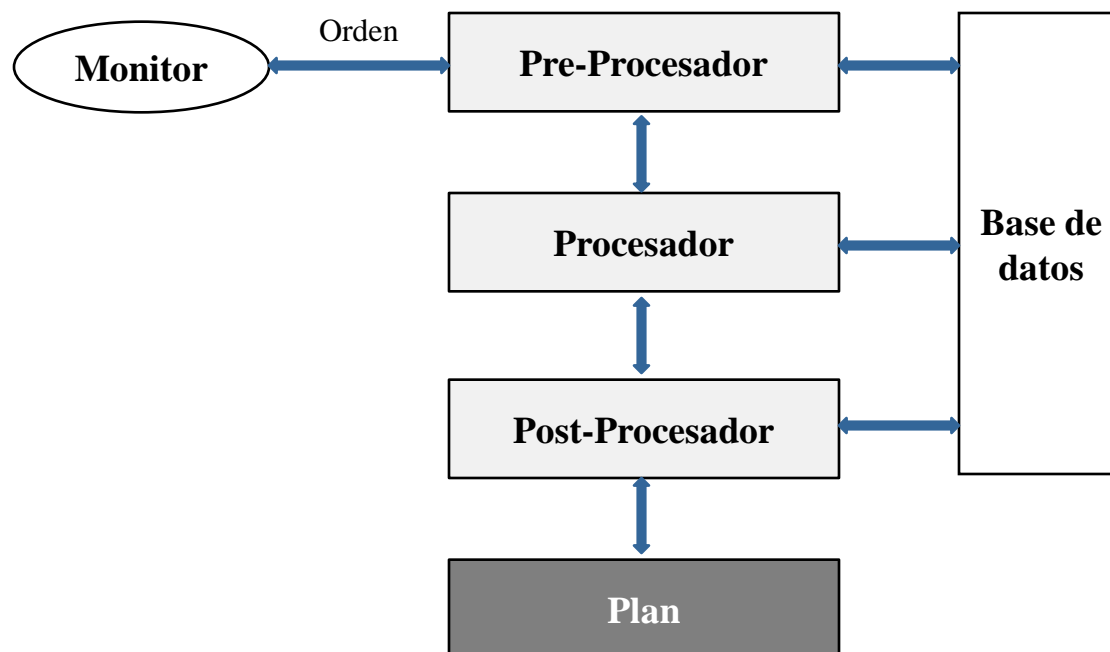
# El proceso de planificación



# Modelos para la planificación agregada

## *Procesador: algunas técnicas*

- Reglas lineales HMMS.
- Jones.
- Reglas de decisión por búsqueda.
- Programación dinámica.
- Flujos en grafos.
- Programas lineales.
- Metaheurísticas.





# Plan maestro agregado: posibilidades de actuación

- Actuaciones proactivas (demanda)
  - Promociones.
  - Disminuciones de precios.
  - Nuevos productos con ciclos de demanda complementarios.
  - No servir en la fecha comprometida.
  
- Actuaciones reactivas (capacidad)
  - Ajuste de la capacidad disponible a la necesaria.
  - Regulación mediante inventarios.

# Planificación mediante tasas (1/2)

## *Nomenclatura básica:*

- $T$  Horizonte del plan
- $t$  Índice de periodo ( $t = 1, \dots, T$ )
- $d(t)$  Demanda solicitada para el periodo (mes)  $t$  (comercial, previsiones, bajo pedido)
- $\lambda(t)$  Días laborables en el periodo (mes)  $t$  (personal)
- $I^*(t)$  Stock ideal al final del periodo(mes)  $t$  (producción). Coef. seguridad :  $\alpha$
- $\rho_1$  Tasa de producción máxima en modalidad de producción normal u/día
- $\rho_2$  Tasa de producción máxima en modalidad de producción extra u/día
- $I(0)$  Stock inicial ( $I^*(0)$ )
- $c_{u_1}$  Coste de producción en modalidad normal (um/unidad)
- $c_{u_2}$  Coste de producción en modalidad extra (um/unidad)
- $c_h$  Coste de exceso de stock (um/unidad-mes)
- $c_b$  Coste de defecto de stock (um/unidad-mes) por demanda insatisfecha diferida

## Planificación mediante tasas (2/2)

- Cálculos: (demanda corregida -t- )

$$\hat{d}(t) = d(t) + I^*(t) - I^*(t-1) \quad \forall t = 1, \dots, T$$

- Variables: (Valores a determinar)

- $P_1(t)$  Producción en modalidad normal para el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $P_2(t)$  Producción en modalidad extra para el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I(t)$  Stock al final del mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I^+(t)$  Exceso de stock al final del mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I^-(t)$  Defecto de stock al final del mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )

- Valoración económica de un Plan:

$$\dot{C}_{tot} = c_{u_1} \cdot \sum_{t=1}^T P_1(t) + c_{u_2} \cdot \sum_{t=1}^T P_2(t) + c_h \cdot \sum_{t=1}^T I^+(t) + c_b \cdot \sum_{t=1}^T I^-(t)$$

## Producción a tasa constante sin rotura (1/2)

- Sea  $R(t)$  la tasa a la que hay que producir hasta el mes  $t$  para que no haya rupturas

$$R(t) = \frac{\text{Demanda corregida acumulada hasta } t}{\text{días laborables acumulados hasta } t}$$

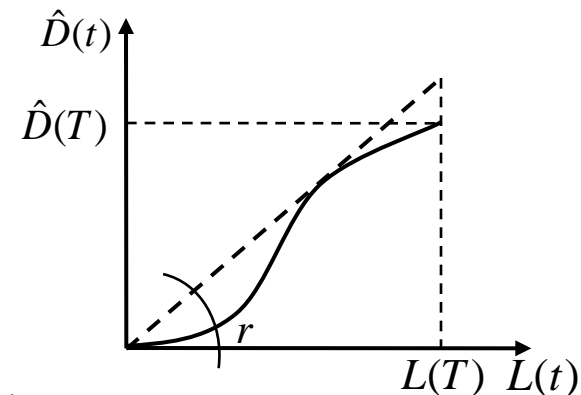
$$R(t) = \frac{\hat{D}(t)}{L(t)} = \frac{\sum_{\tau=1}^t \hat{d}(\tau)}{\sum_{\tau=1}^t \lambda(\tau)}$$

- Tasa ideal:  $r = \max_t \{R(t)\}$
- Tasas condicionadas:

Si  $r > \rho_1 + \rho_2 \rightarrow$  Plan no realizable sin roturas

Si\_no  $r_1 = \min\{r, \rho_1\}$  Tasa para la modalidad normal

$r_2 = r - r_1$  Tasa para la modalidad extra



## Producción a tasa constante sin rotura (2/2)

- Producción:

$$\left. \begin{array}{l} P_1(t) = r_1 \cdot \lambda(t) \\ P_2(t) = r_2 \cdot \lambda(t) \end{array} \right\} P(t) = P_1(t) + P_2(t); P(0) = I(0) = I^*(0)$$

- Stock:

$$I(t) = I(t-1) + P(t) - d(t) \quad \forall t; I(0) = I^*(0)$$

$$\text{Exceso} \quad I^+(t) = [I(t) - I^*(t)]^+$$

$$\text{Defecto} \quad I^-(t) = [I^*(t) - I(t)]^+$$

- Valoración de Plan:

$$\dot{C}_{tot} = c_{u_1} \cdot \sum_{t=1}^T P_1(t) + c_{u_2} \cdot \sum_{t=1}^T P_2(t) + c_h \cdot \sum_{t=1}^T I^+(t) + c_b \cdot \sum_{t=1}^T I^-(t)$$

## Producción a tasa constante con rotura (1/2)

- Sea  $\bar{r}$  la tasa promedio asociada al horizonte de planificación

$$\bar{r} = \frac{\text{Demanda corregida total}}{\text{días laborables totales}} \qquad \bar{r} = \frac{\hat{D}(T)}{L(T)}$$

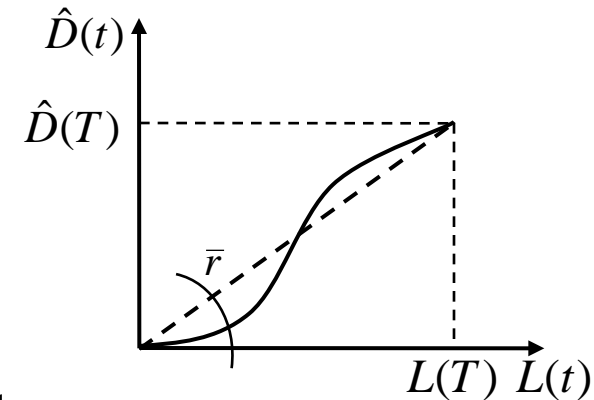
- Tasa ideal:  $r = \bar{r}$

- Tasas condicionadas:

Si  $r > \rho_1 + \rho_2 \rightarrow$  No posible sin roturas

Si\_no  $r_1 = \min\{r, \rho_1\}$  Tasa para modalidad normal

$r_2 = r - r_1$  Tasa para modalidad extra



## Producción a tasa constante con rotura (2/2)

- Producción:

$$\left. \begin{array}{l} P_1(t) = r_1 \cdot \lambda(t) \\ P_2(t) = r_2 \cdot \lambda(t) \end{array} \right\} P(t) = P_1(t) + P_2(t); \forall t; P(0) = I(0) = I^*(0)$$

- Stock:

$$I(t) = I(t-1) + P(t) - d(t) \quad \forall t; I(0) = I^*(0)$$

$$\text{Exceso} \quad I^+(t) = [I(t) - I^*(t)]^+$$

$$\text{Defecto} \quad I^-(t) = [I^*(t) - I(t)]^+$$

- Valoración de Plan:

$$\dot{C}_{tot} = c_{u_1} \cdot \sum_{t=1}^T P_1(t) + c_{u_2} \cdot \sum_{t=1}^T P_2(t) + c_h \cdot \sum_{t=1}^T I^+(t) + c_b \cdot \sum_{t=1}^T I^-(t)$$

## Producción a tasa variable sin rotura, *JIT* (1/2)

- Caso extremo *JIT*: Sea  $r(t)$  la tasa asociada al periodo  $t$  para producir sin roturas

$$r(t) = \frac{\text{Demanda corregida para } t}{\text{días laborables para } t} \qquad r(t) = \frac{\hat{d}(t)}{\lambda(t)}$$

- Tasa ideal:  $r(t)$ ; para  $1 \leq t \leq T$

- Tasas condicionadas:

Si  $r(t) > \rho_1 + \rho_2 \rightarrow$  No posible JIT

Si\_no  $r_1(t) = \min\{r(t), \rho_1\}$  Tasa para modalidad normal

$r_2(t) = r(t) - r_1(t)$  Tasa para modalidad extra



## Producción a tasa variable sin rotura, *JIT* (2/2)

- Producción:

$$\left. \begin{array}{l} P_1(t) = r_1(t) \cdot \lambda(t) \\ P_2(t) = r_2(t) \cdot \lambda(t) \end{array} \right\} P(t) = P_1(t) + P_2(t); P(0) = I(0) = I^*(0)$$

- Stock:

$$I(t) = I(t-1) + P(t) - d(t) \quad \forall t; I(0) = I^*(0)$$

$$\text{Exceso} \quad I^+(t) = [I(t) - I^*(t)]^+$$

$$\text{Defecto} \quad I^-(t) = [I^*(t) - I(t)]^+$$

- Valoración de Plan:

$$\dot{C}_{tot} = c_{u_1} \cdot \sum_{t=1}^T P_1(t) + c_{u_2} \cdot \sum_{t=1}^T P_2(t) + c_h \cdot \sum_{t=1}^T I^+(t) + c_b \cdot \sum_{t=1}^T I^-(t)$$

# Planificación mediante tasas. Ejemplo (I)

<i>Mes</i>	<i>Días labor.</i>	<i>Demanda</i>
ENE	20	500
FEB	20	1.000
MAR	22	1.500
ABR	21	2.100
MAY	21	1.800
JUN	20	600

- Tasa producción máxima en horas normales: 50 u/día.
- Tasa producción máxima en horas extra: 20 u/día.
- Coste producción en modo normal: 200 um/u.
- Coste producción en modo extra: 300 um/u.
- Coste exceso de stock: 30 um/u-mes.
- Coste defecto de stock: 90 um/u-mes.
- Stock inicial: 120 u.
- Stock ideal, coeficiente de seguridad:  $\alpha=10\%$  de demanda mensual prevista.

## Planificación mediante tasas. Ejemplo (II). Demanda corregida

- Determinación de la demanda corregida y de posibles tasas para construir planes de producción:

<i>Mes</i>	<i>Días lab.</i>	<i>D.Lab. acum.</i>	<i>Demanda</i>	<i>Stock ideal</i>	<i>Demanda corregida</i>	<i>Demanda cor. acum.</i>	<i>R(t)</i>	<i>r(t)</i>
		0		120		0		
ENE	20	20	500	50	430	430	21,5	21,5
FEB	20	40	1000	100	1050	1480	37	52,5
MAR	22	62	1500	150	1550	3030	48,87	70,45
ABR	21	83	2100	210	2160	5190	62,53	102,85
MAY	21	104	1800	180	1770	6960	66,92	84,29
JUN	20	124	600	60	480	7440	60	24
	124		7500		7440			

# Planificación mediante tasas. Ejemplo (III)

## Producción a tasa constante sin roturas ( $r = 66,92$ u/día)

<i>Mes</i>	<i>Días lab.</i>	<i>Demanda</i>	<i>Stock ideal</i>	$P_1(t)$	$P_2(t)$	<i>Stock final</i>	<i>Exceso</i>	<i>Defecto</i>
			120			120		
ENE	20	500	50	1000	338	958	908	0
FEB	20	1000	100	1000	338	1296	1196	0
MAR	22	1500	150	1100	373	1269	1119	0
ABR	21	2100	210	1050	356	575	365	0
MAY	21	1800	180	1050	356	181	1	0
JUN	20	600	60	1000	338	919	859	0
	124	7500		6200	2099		4448	0

- Valoración económica del plan:

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	6200	1.240.000
Coste producción en modo extra	300	2099	629.700
Coste por exceso de stock	30	4448	133.440
Coste por defecto de stock	90	0	0
<b>Total</b>			<b>2.003.140</b>

# Planificación mediante tasas. Ejemplo (IV)

## Producción a tasa constante con roturas ( $r = 60$ u/día)

<i>Mes</i>	<i>Días lab.</i>	<i>Demanda</i>	<i>Stock ideal</i>	$P_1(t)$	$P_2(t)$	<i>Stock final</i>	<i>Exceso</i>	<i>Defecto</i>
			120			120		
ENE	20	500	50	1000	200	820	770	0
FEB	20	1000	100	1000	200	1020	920	0
MAR	22	1500	150	1100	220	840	690	0
ABR	21	2100	210	1050	210	0	0	210
MAY	21	1800	180	1050	210	-540	0	720
JUN	20	600	60	1000	200	60	0	0
	124	7500		6200	1240		2380	930

- Valoración económica del plan:

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	6200	1.240.000
Coste producción en modo extra	300	1240	372.000
Coste por exceso de stock	30	2380	71.400
Coste por defecto de stock	90	930	83700
<b>Total</b>			<b>1.767.100</b>

# Planificación de producción óptima sin roturas: Modelo básico de Bowman (1/3)

## Hipótesis:

- Una sola familia de productos y una sola etapa global productiva.
- Hay  $S$  formas (fuentes) de obtener el producto, con coste variable de producción diferente.
- No hay coste fijo de producción, ni coste de cambio de nivel de producción (en las fuentes).
- El producto puede almacenarse, no se admiten rupturas.
- Las unidades producidas durante un periodo pueden utilizarse para atender la demanda de dicho periodo.

# Planificación de producción óptima sin roturas: Modelo básico de Bowman (2/3)

## Variables:

- $X_i(t)$  Cantidad planificada de producción en la fuente  $i$  durante el periodo  $t$ .
- $I(t)$  Stock al final del periodo  $t$ .

## Parámetros:

- $t$  Índice de tiempo ( $t=1,2\dots T$ )
- $i$  Índice de fuente de producción (turno, planta, línea..;  $i=1,2\dots S$ ).
- $d(t)$  Demanda o consumo, previsto o acordado, durante el periodo  $t$ .
- $\hat{d}(t)$  Demanda corregida para el periodo  $t$ .
- $\rho_i(t)$  Capacidad (en unidades) de la fuente  $i$  durante el periodo  $t$ .
- $c_{u_i}(t)$  Coste (variable) unitario de producción de la fuente  $i$  durante  $t$ .
- $c_h(t)$  Coste de almacenar una unidad del producto de  $t$  a  $t+1$ .

# Planificación de producción óptima sin roturas: Modelo básico de Bowman (3/3)

Datos iniciales:  $I(0) = \text{Stock inicial}$

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^S \sum_{t=1}^T c_{u_i}(t) \cdot X_i(t) + \sum_{t=1}^T c_h(t) \cdot I(t) \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{i=1}^S X_i(t) - I(t) + I(t-1) = \hat{d}(t) \quad (1 \leq t \leq T) \quad (1)$$

$$X_i(t) \leq \rho_i(t) \quad (1 \leq t \leq T) \wedge (1 \leq i \leq S) \quad (2)$$

$$X_i(t) \geq 0 \quad (1 \leq t \leq T) \wedge (1 \leq i \leq S) \quad (3)$$

$$I(t) \geq 0 \quad (1 \leq t \leq T) \quad (4)$$



# Planificación de producción óptima sin roturas: método de Bowman

	ENE		FEB		MAR		ABR		MAY		JUN	
	1000	400	1000	400	1100	440	1050	420	1050	420	1000	400
ENE	1000	400										
	200	300										
430	430											
FEB	570	400	1000	400								
	230	330	200	300								
1050	50		1000									
MAR	520	400	0	400	1100	440						
	260	360		330	200	300						
1550	450				1100							
ABR	70	400	0	400	0	440	1050	420				
	290	390		360		330	200	300				
2160	70			180		440	1050	420				
MAY	0	400	0	220	0	0	0	0	1050	420		
		420		390					200	300		
1770		80		220					1050	420		
JUN	0	320	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	400
											200	300
480											480	
Prod	0	320	0	0	0	0	0	0	0	0	520	400
	1000	80	1000	400	1100	440	1050	420	1050	420	480	0

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	5680	1.136.000
Coste producción en modo extra	300	1760	528.000
Coste por exceso de stock	30	2940	88.200
<b>Total</b>			<b>1.752.200</b>



## Ejemplo. Valoraciones de los planes de producción

Método de Bowman:

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	5680	1.136.000
Coste producción en modo extra	300	1760	528.000
Coste por exceso de stock	30	2940	88.200
<b>Total</b>			<b>1.752.200</b>

Tasa constante con roturas:

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	6200	1.240.000
Coste producción en modo extra	300	1240	372.000
Coste por exceso de stock	30	2380	71.400
Coste por defecto de stock	90	930	83700
<b>Total</b>			<b>1.767.100</b>

Tasa constante sin roturas:

<i>Costes</i>	<i>um/unidad</i>	<i>unidades</i>	<i>um</i>
Coste producción en modo normal	200	6200	1.240.000
Coste producción en modo extra	300	2099	629.700
Coste por exceso de stock	30	4448	133.440
Coste por defecto de stock	90	0	0
<b>Total</b>			<b>2.003.140</b>

# Los planes y el control

*De tres hermanos el más grande se fue  
por la vereda a descubrir y a fundar  
y para nunca equivocarse o errar  
iba despierto y bien atento a cuanto iba a pisar*

*De tanto en esta posición caminar  
ya nunca el cuello se le enderezó  
y anduvo esclavo ya de la precaución  
y se hizo viejo, queriendo ir lejos, con su corta visión*

*Ojo que no mira más allá no ayuda el pie  
óyeme esto y dime, dime lo que piensas tú*

*De tres hermanos el de en medio se fue  
por la vereda a descubrir y a fundar  
y para nunca equivocarse o errar  
iba despierto y bien atento al horizonte igual*

*Pero este chico listo no podía ver  
la piedra, el hoyo que vencía a su pie*

*y revolcado siempre se la pasó  
y se hizo viejo, queriendo ir lejos, a donde no llegó*

*Ojo que no mira más acá tampoco fue  
óyeme esto y dime, dime lo que piensas tú*

*De tres hermanos el pequeño partió  
por la vereda a descubrir y a fundar  
y para nunca equivocarse o errar  
una pupila llevaba arriba y la otra en el andar*

*Y caminó, vereda adentro, el que más  
ojo en camino y ojo en lo por venir  
y cuando vino el tiempo de resumir  
ya su mirada estaba extraviada entre el estar y el ir*

*Ojo puesto en todo ya ni sabe lo que ve  
óyeme esto y dime, dime lo que piensas tú*

[Silvio Rodríguez]

*Fábula de los tres hermanos (1977)*

