Criteris de falla

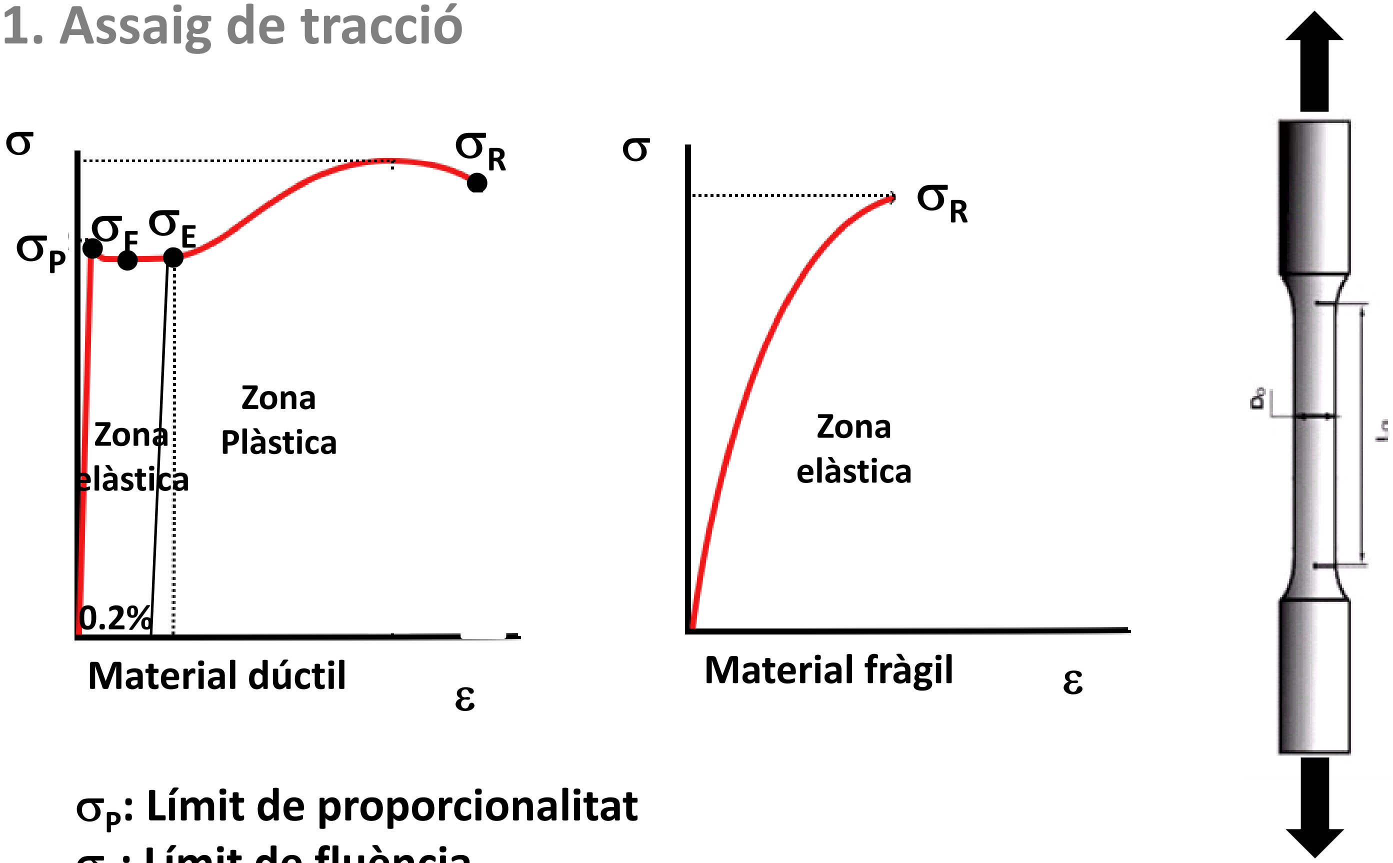
Mecànica del medi continu

jordi.marce@upc.edu

Escola Tècnica Superior d'Enginyeries Industrial i Aeronàutica de Terrassa

RESISTÈNCIA DE MATERIALS I ESTRUCTURES A L'ENGINYERIA
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

1. Assaig de tracció



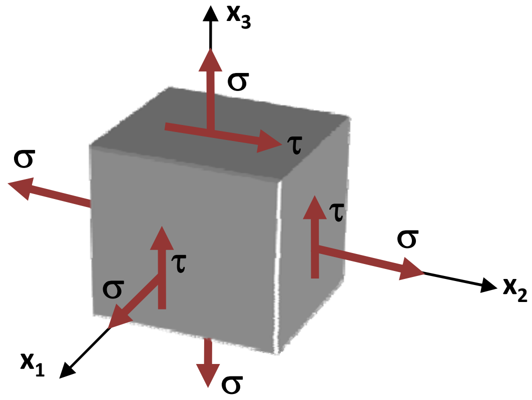
σ_P: Límit de proporcionalitat

σ_F: Límit de fluència

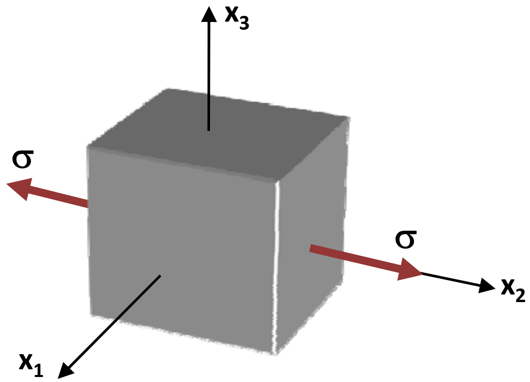
σ_E: Límit elàstic

σ_R: Límit de ruptura

2. Tensió equivalent



Estat poliaxial de tensions



Estat uniaxial de tensions

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$$

Si $\sigma_{eq} \geq \sigma_u$ → **fallarà**

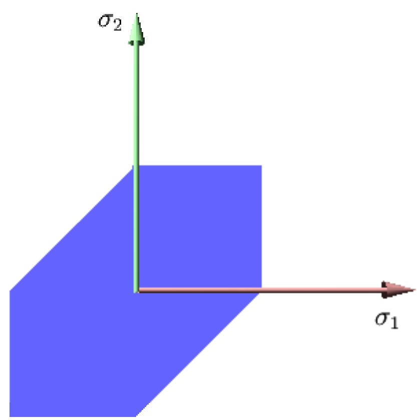
Si $\sigma_{eq} < \sigma_u$ → **no fallarà**

3. Criteris de falla per materials dúctils

Criteri de TRESCA-GUEST:

$$\sigma_{eq} = \max\left[\left|\sigma_I - \sigma_{II}\right|, \left|\sigma_{II} - \sigma_{III}\right|, \left|\sigma_{III} - \sigma_I\right|\right]$$

Cas particular tensió plana:



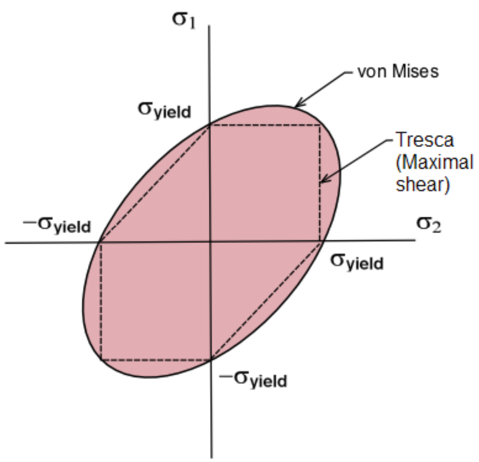
$$\left.\begin{aligned} \sigma_I &= \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{II} &= \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{III} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

3. Criteris de falla per materials dúctils

Criteri de VON MISES:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2\right]}$$

Cas particular tensió plana:

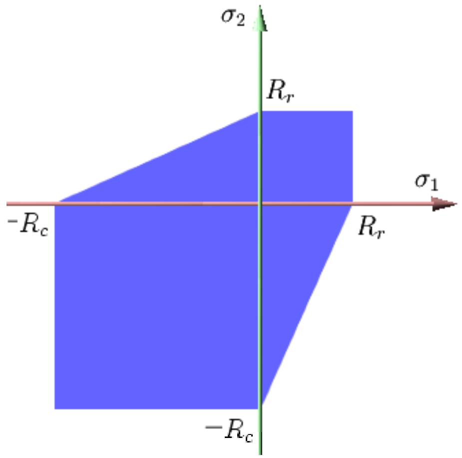


$$\left.\begin{aligned} \sigma_I &= \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{II} &= \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \sigma_{III} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

3. Criteris de falla per materials fràgils

Criteri de RANKINE

$$\sigma_{eq} = \max\left(|\sigma_I|, |\sigma_{II}|, |\sigma_{III}|\right)$$



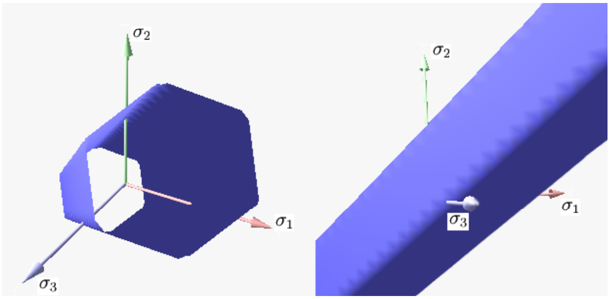
Criteri de MOHR-COULOMB

$$m = \frac{\sigma_C}{\sigma_t}; \quad K = \frac{m-1}{m+1}; \quad c = \left(\frac{1}{m+1}\right)\cdot\sigma_c = \left(\frac{m}{m+1}\right)\cdot\sigma_t$$

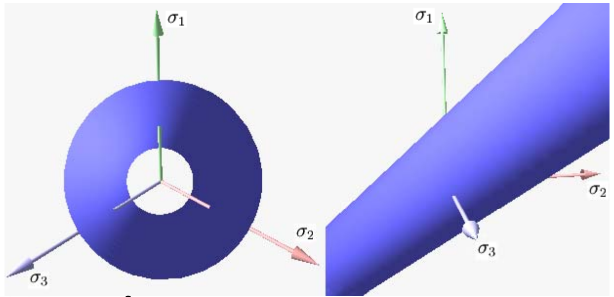
$$\max\left[\frac{|\sigma_I - \sigma_{II}|}{2} - c + K\frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2}; \frac{|\sigma_{II} - \sigma_{III}|}{2} - c + K\frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2}; \frac{|\sigma_{III} - \sigma_I|}{2} - c + K\frac{\sigma_{III} + \sigma_I}{2}\right] < 0$$

Jordi.marce@upc.edu

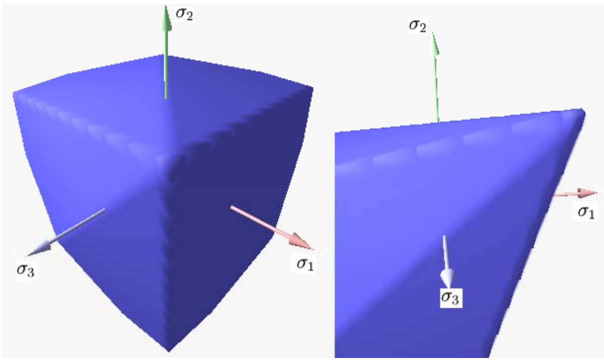
4. Superfícies de fluència



Tresca-Guest



Von Mises



Mohr-Coulomb

Frontera de la regió de tensions admissibles dibuixada en l'espai de les tensions principals **$f(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$**

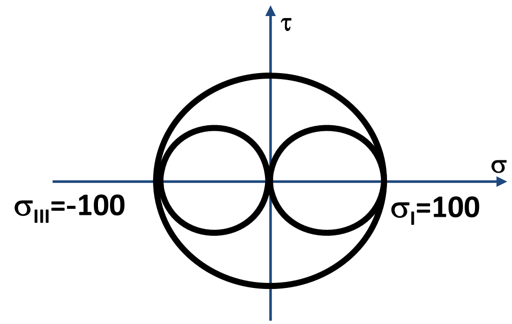
5. Exemples

Material	Límit elàstic σ_E	Límit de rotura σ_R
Structural steel ASTM A36 steel	250	400
Steel, high strength alloy ASTM A514	690	760
Polypropylene	12-43	19.7-80
Titanium alloy (6% Al, 4% V)	830	900
Concrete	-	3
Carbon Fiber	-	5650
Aluminium alloy 2014-T6	400	455

Jordi.marce@upc.edu

5. Exemples

Donat el següent estats de tensió, comproveu si es compleixen els criteris de Von Mises, Tresca i Mohr-Coulomb. Les tensions estan en MPa. Considerar pel cas dúctil σ_E = 360 MPa i γ = **2** i pel cas rígid σ_C = 450 MPa, σ_T = 300 MPa i γ = **1**.



VON MISES

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_I-\sigma_{II})^2+(\sigma_{II}-\sigma_{III})^2+(\sigma_{III}-\sigma_I)^2\right]} \qquad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(100^2+200^2+100^2)^2\right]} = 173\ MPa < \frac{360}{2}\ MPa$$

TRESCA

$$\sigma_{eq} = \max\left[|\sigma_I-\sigma_{II}|,|\sigma_{II}-\sigma_{III}|,|\sigma_{III}-\sigma_I|\right] \qquad \sigma_{eq} = 100-(-100) = 200\ MPa > \frac{360}{2}\ MPa$$

MOHR-COULOMB

$$m = \frac{\sigma_C}{\sigma_t} = 1.5; \quad K = \frac{m-1}{m+1} = 1.1; \quad c = \left(\frac{1}{m+1}\right)\cdot\sigma_c = 180$$

$$\max\left[\frac{|\sigma_I-\sigma_{II}|}{2}-c+K\frac{\sigma_I+\sigma_{II}}{2};\frac{|\sigma_{II}-\sigma_{III}|}{2}-c+K\frac{\sigma_{II}+\sigma_{III}}{2};\frac{|\sigma_{III}-\sigma_I|}{2}-c+K\frac{\sigma_{III}+\sigma_I}{2}\right]<0 \quad \max[-75,-80,-185]<0$$

Jordi.marce@upc.edu