CIRCUITS I COMPONENTS ELECTRONICS

Tema 5

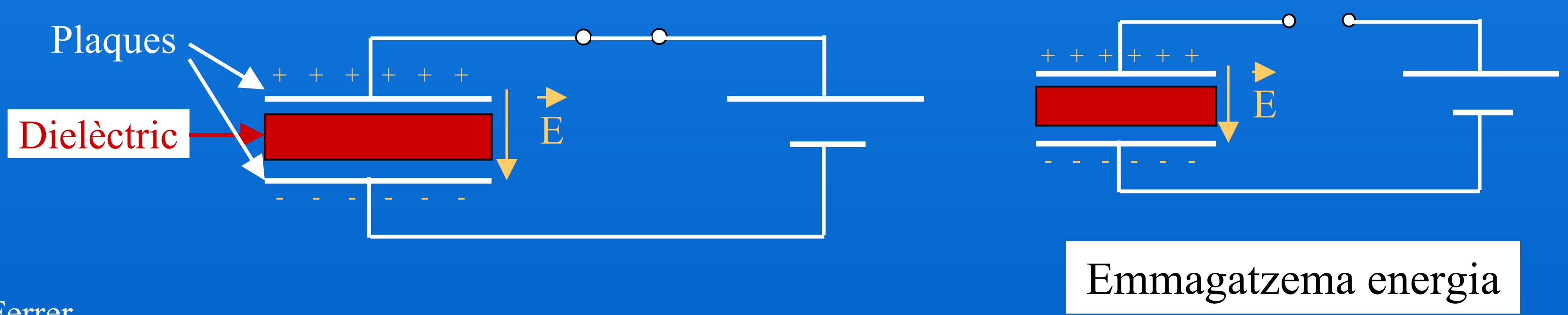
ANALISIS DE TRANSITORI

Índex

- Condensadors i bobines.
- Equivalent sèrie i paral·lel de condensadors i bobines.
- Circuits RC i RL sense fonts (descarrega).
- Aplicació d'una tensió continua a circuits RC i RL (càrrega). Definició de transitori i estacionari.
- Resposta de circuits RC i RL davant de qualsevol tipus d'excitació.

Condensador

- **Definició de condensador(1):**
  - Dispositiu format per dos plaques o làmines separades per un dielèctric, que emmagatzema energia en forma de camp elèctric produït per la càrrega desplaçada en les plaques.
- **Definició de dielèctric :**
  - Material aïllant en el interior del qual es pot establir un camp elèctric sense pèrdua d'energia.
- **Estructura :**



Condensador

- **Capacitancia :**

$$C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_o \cdot \frac{A}{d}$$

$C =$ capacitat(F) || $\varepsilon_r = Cte.$ dielèctrica del dielèctric.

$\varepsilon_o =$ Cte. dielèctrica del buit || A = area plaques enfrontades(m^2)

$d =$ distancia entre plaques (m.)

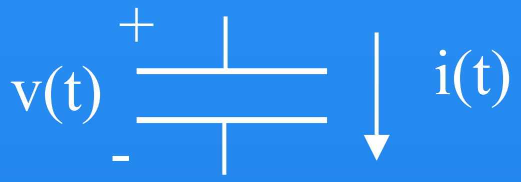
- **Definició de condensador(2):**
  - Es un element passiu de dos terminals en que la intensitat de corrent que el travessa és proporcional a la variació respecte el temps de la tensió entre els seus terminals.

$$i(t) = C \cdot \frac{\partial v(t)}{\partial t}$$

i= intensitat (A).
C = capacitat(Farads)
v = tensió (V)
t = temps(s)

Condensador

- **Símbol :**



- **Potència en el condensador :**

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) = C\cdot v(t)\cdot\frac{\partial v(t)}{dt}$$

Si $v(t) > 0$ i $\uparrow \Rightarrow p > 0$

Si $v(t) > 0$ i $\downarrow \Rightarrow p < 0$

- **Energia en el condensador :**

$$w = \int p(t)\cdot\partial t = \int C\cdot v\cdot\frac{\partial v}{\partial t}\cdot\partial t$$

$$w = C\int v\cdot\partial v = \frac{1}{2}\cdot C\cdot v^2 = w$$

No dissipa energia sols hi ha transferència

Tipus de condensadors

- **No polaritzats :**
  - Paper impregnat.
  - Plàstic.
  - Ceràmica.
  - Mica.
- **Polaritzats :**
  - Elèctrolitics.
  - De tantal.

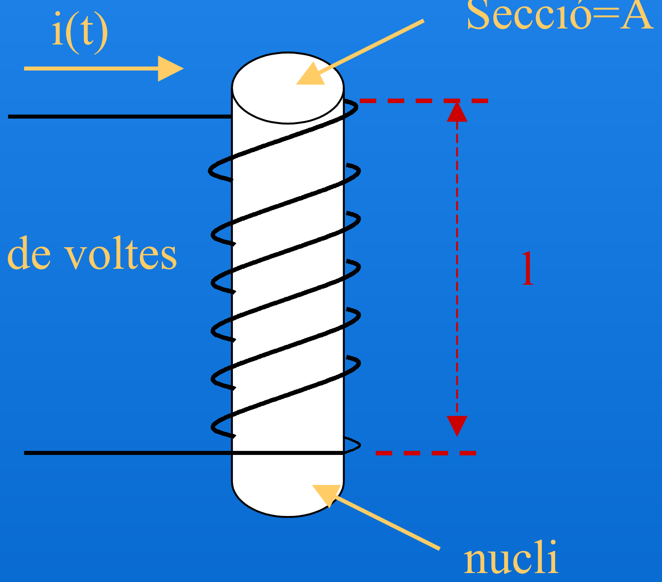
Característiques tècniques

- Valor nominal.
- Tensió màxima de funcionament.
- Tensió de pic.
- Tolerància (sol ser gran).
- Coeficient de temperatura :

$$CT = \frac{\Delta C}{C \cdot \Delta T} \cdot 10^6 \text{ en unitats PPM/}^{\text{o}}\text{C.}$$

Bobina

- **Definició de Bobina(1):**
  - Dispositiu que emmagatzema energia en un camp magnètic produït per el corrent que circula per ella.
- **Estructura :**



$$L = \mu_r \cdot \mu_o \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$$

L = inductancia (Henris)

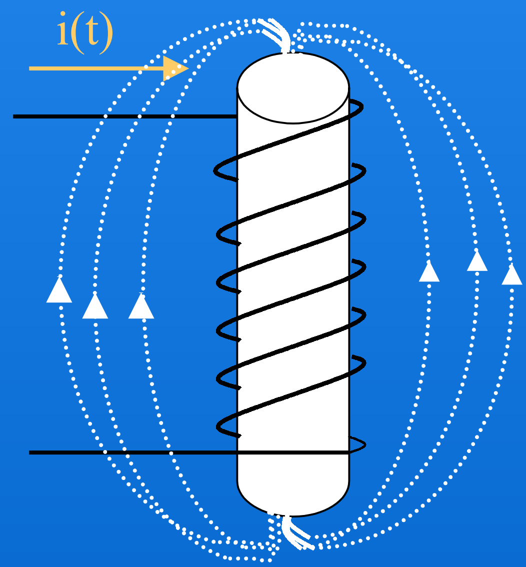
μ_r = perm. del nucli.

μ_o = perm. del aire.

N = nº d'espires.

A = secció bobina (m^2)

l = longitud bobina (m.)



Inductancia

Bobina

- **Definició de Bobina(2):**
  – Es un element en que la tensió instantània entre els seus terminals es directament proporcional a la variació de la intensitat que la travessa respecte el temps.
- **Llei de Faraday :**
  – Un flux magnètic variable en el temps indueix una tensió en una bobina.

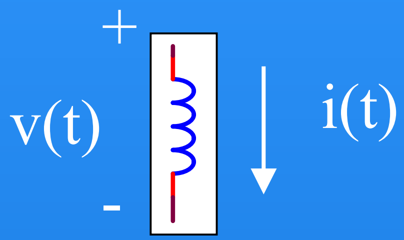
$$v(t) = N \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\Phi = \frac{L}{N} \cdot i(t)$$

$$v(t) = N \cdot \frac{\partial \left(\frac{L}{N} \cdot i(t) \right)}{\partial t} = L \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t}$$

Bobina

- **Símbol :**



- **Potència en la bobina :**

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{\partial i(t)}{dt}$$

Si i(t) >0 i ↑⇒p>0

Si i(t) >0 i ↓⇒p<0

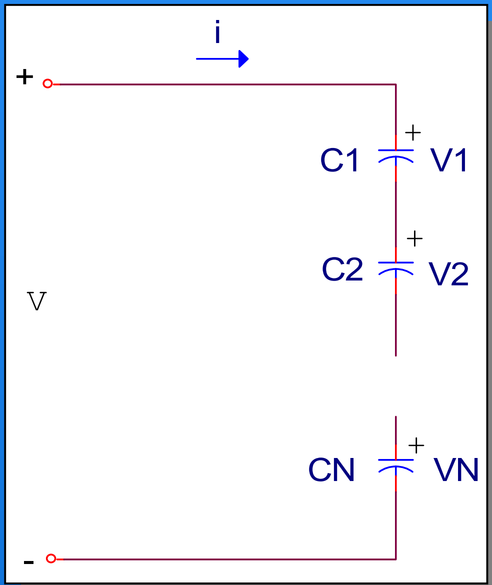
- **Energia en la bobina :**

$$w = \int p(t) \cdot \partial t = \int L \cdot i \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \cdot \partial t$$

$$w = L \int i \cdot \partial i = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 = w$$

No dissipa energia sols hi ha transferència

Condensadors en sèrie



$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$

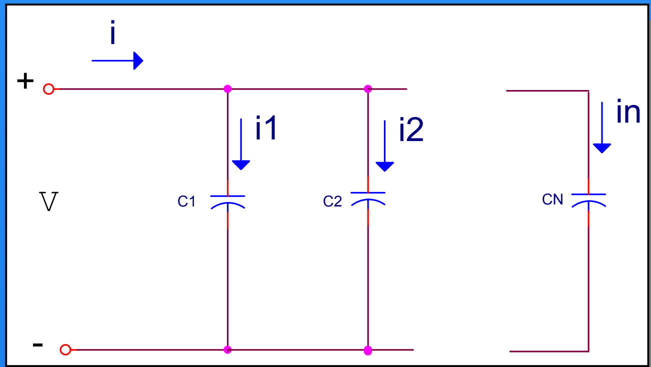
$$i = C_{eq.} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = C_1 \cdot \frac{\partial v_1}{\partial t} = C_2 \cdot \frac{\partial v_2}{\partial t} = \dots \Rightarrow \frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\mathrm{i}}{\mathrm{C}_1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_2}{\partial t} + \dots + \frac{\partial \mathrm{v}_\mathrm{N}}{\partial \mathrm{t}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \cdot i$$

$$i = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = C_{eq.} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\frac{1}{C_{eq.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

Condensadors en paral·lel



$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

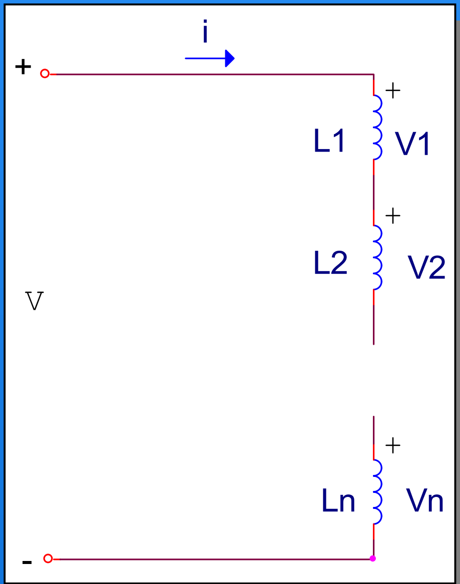
$$i = C_{eq.} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$i_1 = C_1 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad \| \quad i_2 = C_2 \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$i = C_{eq.} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = C_1 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + C_2 \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \cdots + C_n \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = \left(C_1 + C_2 + \cdots + C_n\right) \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$C_{eq.} = \left(C_1 + C_2 + \cdots + C_n\right)$$

Bobines en sèrie



$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$

$$v = L_{eq} \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

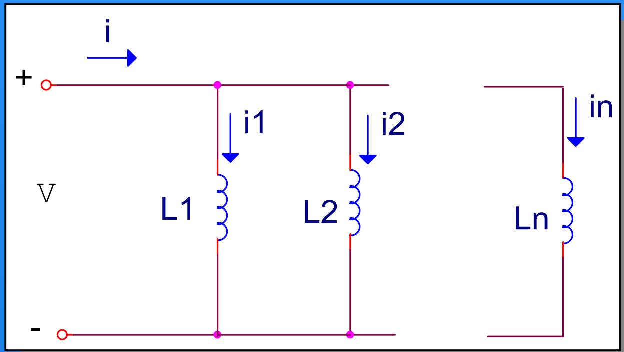
$$v_1 = L_1 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad \| \quad v_2 = L_2 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$v = L_{eq.} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} = L_1 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + L_2 \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + \cdots + L_n \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$v = \left(L_1 + L_2 + \cdots + L_n\right) \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$L_{eq.} = \left(L_1 + L_2 + \cdots + L_n\right)$$

Bobines en paral·lel



$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

$$v = L_{1.} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} = L_{2.} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} = L_{n.} \cdot \frac{\partial i_n}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial t} = \frac{v}{L_1} \; \| \; \frac{\partial i_2}{\partial t} = \frac{v}{L_2} \; \| \; \frac{\partial i_n}{\partial t} = \frac{v}{L_n}$$

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial i_1}{\partial t} + \frac{\partial i_2}{\partial t} + \ldots.. + \frac{\partial \mathrm{i_n}}{\partial \mathrm{t}} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots. + \frac{1}{L_n} \right) \cdot v$$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots\ldots.. + \frac{1}{L_n}} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} = L_{eq.} \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{1}{L_{eq.}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots.. + \frac{1}{L_n}$$

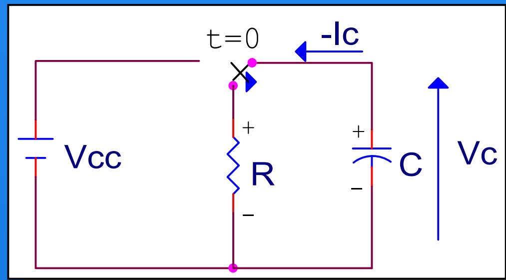
Descàrrega d'un condensador

- **En el instant t=0 tanquem el interruptor i el condensador es descarrega a traves de la resistència**

Apliquem kirchoff $\Rightarrow$

$$V_C = -I_C \cdot R$$

$$V_C = -R \cdot C \cdot \frac{dV_C}{dt}$$



Separem variables i integrem

$$-\frac{1}{R \cdot C} dt = \frac{dV_C}{V_C}$$

$$\int \frac{dV_C}{V_C} = -\int \frac{1}{R \cdot C} dt + K$$

$$\ln V_C = -\frac{t}{R \cdot C} + K$$

De les condicions inicials treïem el valor de K

$$t = 0 \Rightarrow \ln V_c(0) = \ln V_0 = K$$

$$\ln V_C = -\frac{t}{R \cdot C} + \ln V_0$$

$$V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$\boxed{V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}}$$

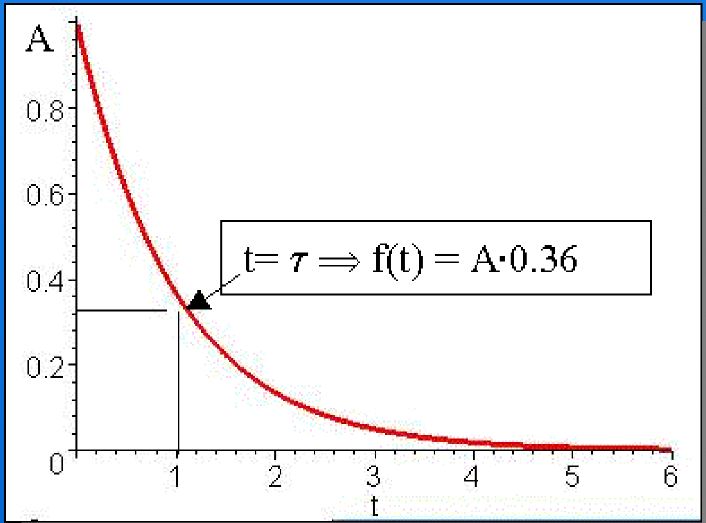
Descàrrega d'un condensador

- **La intensitat la trobem derivant la tensió del condensador respecte el temps.**

$$I_C = C \cdot \frac{dV_C}{dt} = -C \cdot \frac{V_0}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad || \quad \mathrm{I}_0 = -\frac{V_0}{R}$$

$$I_C = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

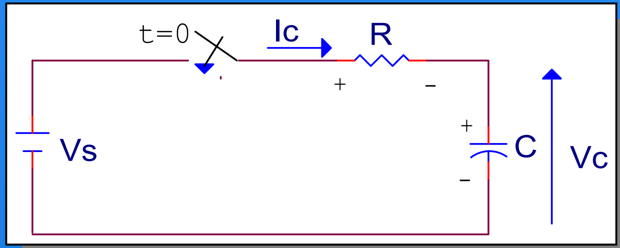
Es defineix **Tau = R·C** i te unitats de temps



Forma de la tensió i la intensitat de descarrega d'un condensador

Càrrega d'un condensador a una tensió constant

- **En el instant t=0 tanquem el interruptor i el condensador es carrega a traves de la resistència**



Apliquem kirchoff $\Rightarrow R \cdot C \cdot \dfrac{dV_C}{dt} + V_C = V_S \cdot u(t)$

Separem variables i integrem

$$\int \frac{dV_C}{V_s - V_C} = \int \frac{1}{R \cdot C} \cdot dt + K$$

$$-\ln(V_S - V_C) = \frac{1}{R \cdot C} \cdot t + K$$

De les condicions inicials trobem el valor de K

$$t = 0 \Rightarrow V_C = 0 \Rightarrow K = -\ln(V_S)$$

$$\ln(V_S - V_C) = -\frac{t}{R \cdot C} + \ln(V_S)$$

$$V_S - V_C = V_S \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$V_C = V_S - V_S \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

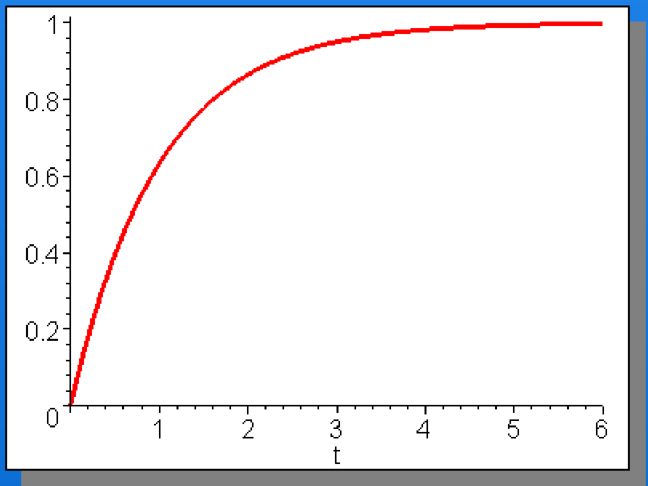
$$V_C = V_S \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

Càrrega d'un condensador a una tensió constant

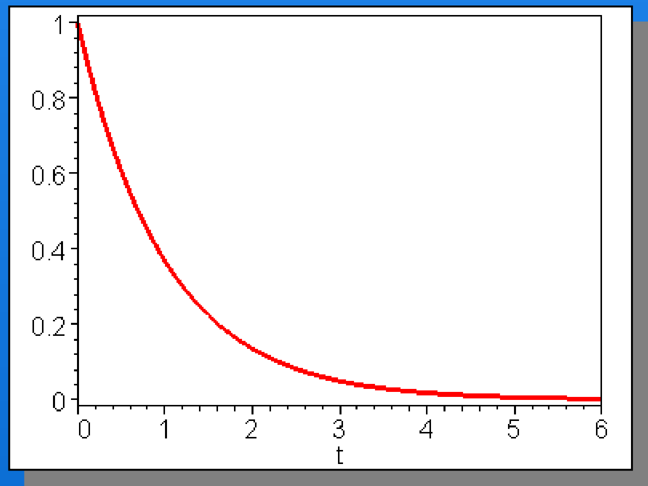
- La intensitat la trobem derivant la tensió del condensador respecte el temps.

$$I_C = C \cdot \frac{dV_C}{dt} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad \| \quad I_0 = \frac{V_S}{R}$$

$$\Rightarrow \quad I_C = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$



Forma de la tensió en el condensador



Forma del corrent de càrrega

Definició de transitori i estacionari

- **Definició de transitori :**
  - Part de la resposta que tendeix a zero quan el temps tendeix a infinit. Està determinat pel circuit.
- **Definició de estacionari o regim permanent :**
  - Part de la resposta que no tendeix a zero quan el temps tendeix a infinit. Està determinat per l'excitació.

$$\boxed{V_C = V_S\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)} = \boxed{-V_S \cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}} + \boxed{V_S}$$

Resposta **Transitori** **Permanent**

Resposta de circuits RC davant de qualsevol tipus d'excitació

- **Forma general de resoldre E.D.L. de primer ordre amb coeficients constants :**

$$\boxed{\frac{dV(t)}{dt} + b \cdot V(t) = a \cdot f(t)}$$

E.D.L.

$$\boxed{V(t) = e^{-bt} \cdot \left[\int e^{bt} \cdot a \cdot f(t) \cdot \partial t + K \right]}$$

Solució general

- **Per qualsevol entrada f(t) sempre hi haurà un transitori : $e^{-bt} \cdot K$. Donat que b sempre és positiu.**
- **K és determinat per les condicions inicials del circuit.**