



CIRCUITS I COMPONENTS ELECTRONICS



Tema 2

TEOREMES DE CIRCUITS



Índex



- **Connexions bàsiques :**
 - Circuit equivalent.
 - Connexió sèrie/paral·lel.
 - Connexió de fonts.
- **Divisor de tensió/intensitat.**
- **Teorema de superposició.**
- **Circuit equivalent thevenin i Norton.**
- **Anàlisi per tècniques de reducció de circuits.**
- **Anàlisi per corrents de branca.**
- **Teorema de màxima transferència de potència.**

- **Definició de dipol:**

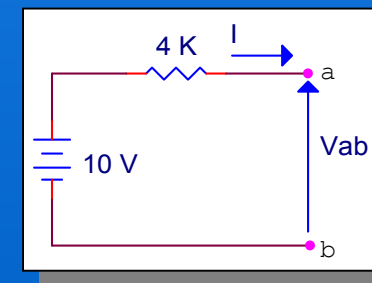
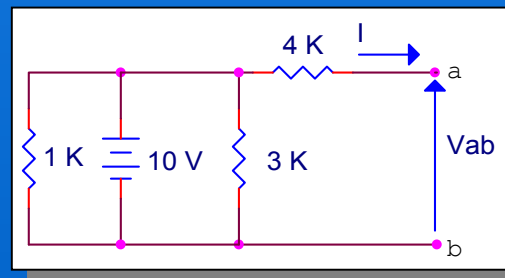
- Qualsevol element de dos terminals que té una determinada característica I-V.
- Qualsevol “caixa negra” de dos terminals que té una determinada característica I-V, i que la intensitat que entra per un és igual a la que surt per l’altre.

- **Circuit o dipol equivalent :**

- Dos circuits o dipols son equivalents si tenen la mateixa característica I-V entre els seus dos terminals.

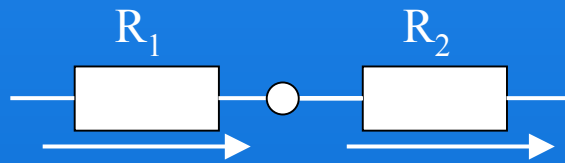
- **Exemple :**

$$V_{ab} = 10 - 4K \cdot I$$



- **Definició :**

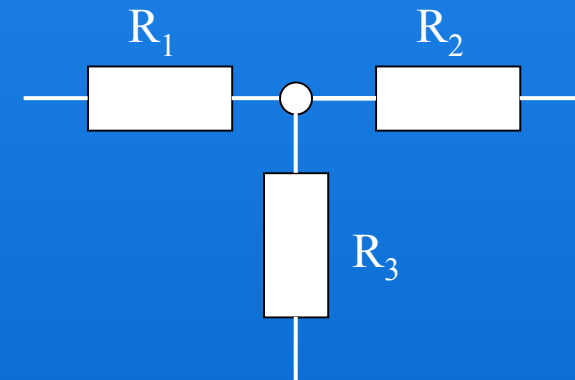
- Dos elements estan connectats en sèrie quan el node que els uneix no té cap més element connectat.
- Quan en un node sols hi ha dos elements connectats, aquests dos elements estan connectats en sèrie.



R_1 i R_2 estan connectades en sèrie



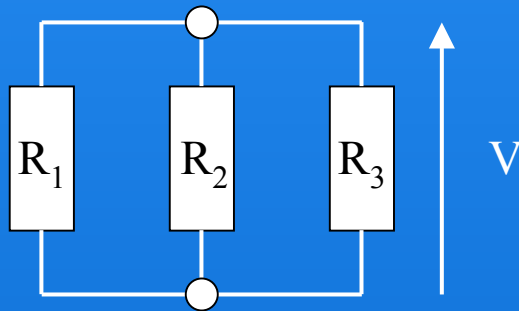
La intensitat és la mateixa



Cap resistència està connectada en sèrie

- **Definició :**

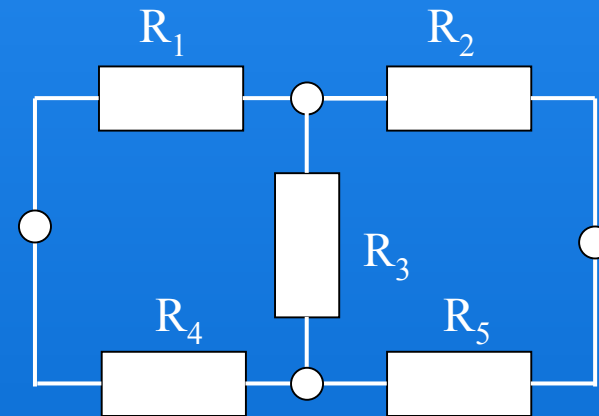
- Dos o més elements estan connectats en paral·lel quan els seus terminals estan connectats als mateixos nodes.



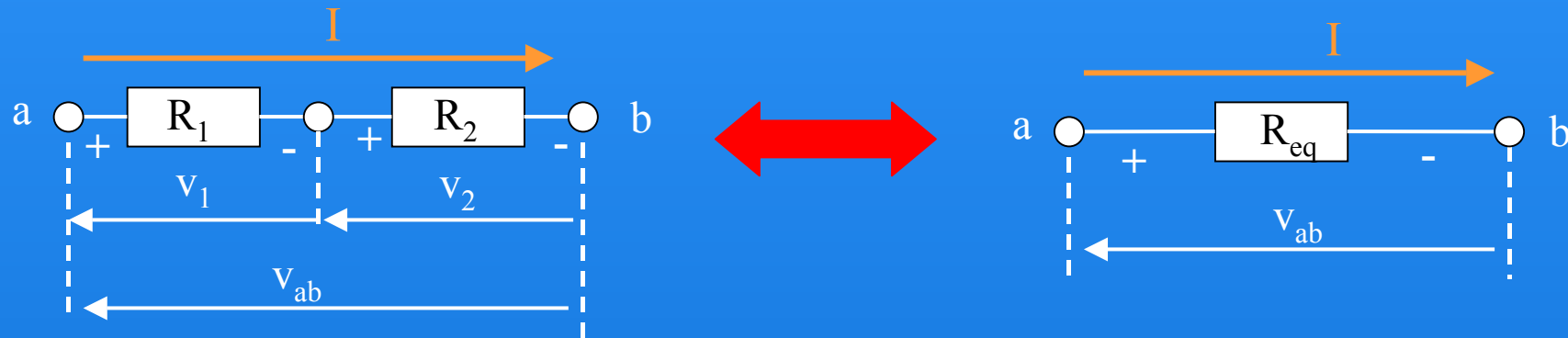
R_1 , R_2 i R_3 estan connectades en paral·lel



La tensió és la mateixa



Cap resistència està connectada en paral·lel



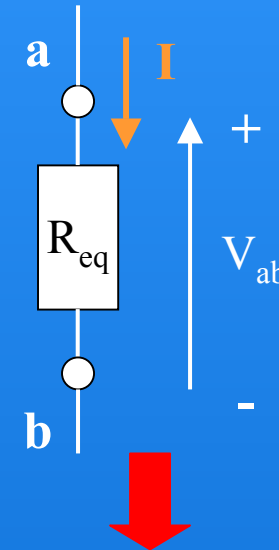
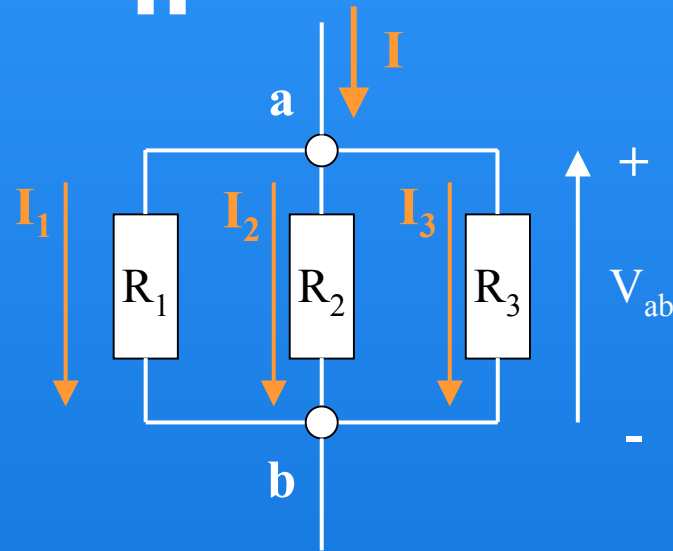
$$V_{ab} = V_1 + V_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$V_{ab} = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$V_{ab} = I \cdot R_{eq}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq.serie} = \sum R$$



$$I = \frac{V_{ab}}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_{eq}}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_{ab}$$

$$\frac{I}{V_{ab}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{1}{R_{eq}}$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

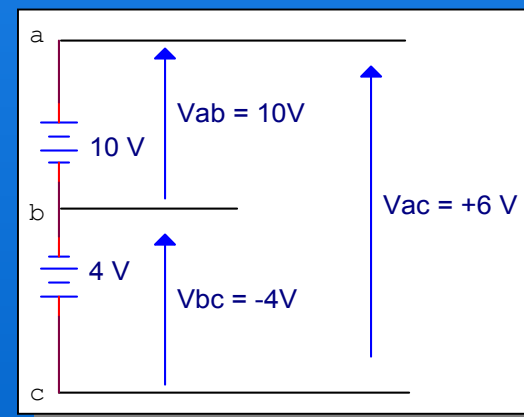
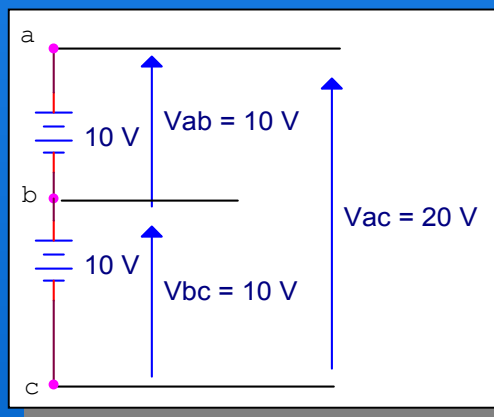
$$\frac{1}{R_{eq \cdot paral \cdot lel}} = \sum \frac{1}{R}$$

- **Connexió paral·lel :**

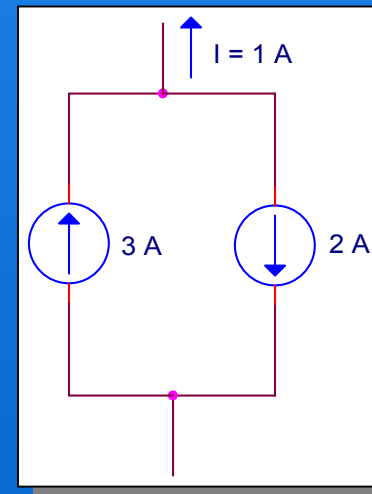
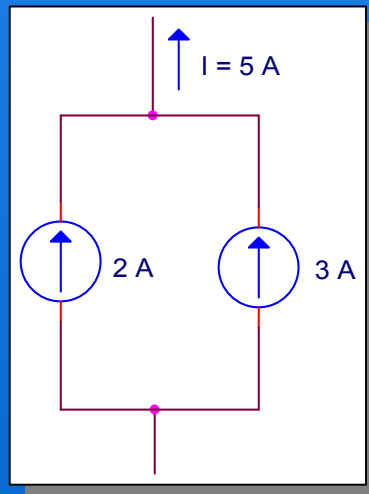
- Només es poden connectar dos fonts de tensió en paral·lel si tenen EXACTAMENT el mateix voltatge. Això a vegades es fa per augmentar el corrent total que poden subministrar.

- **Connexió sèrie :**

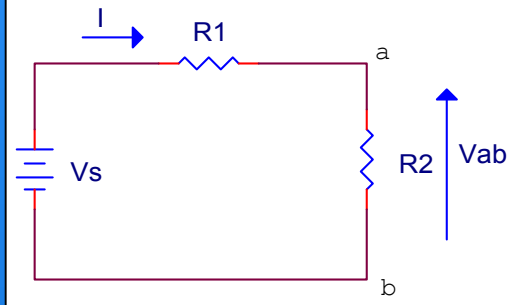
- No hi ha cap problema. Es poden connectar en sèrie tantes fonts de tensió com es vulgui.



- **Connexió sèrie :**
 - Només es poden connectar dos fonts de corrent en sèrie si tenen EXACTAMENT el mateix valor.
- **Connexió paral·lel :**
 - No hi ha cap problema. Es poden connectar en paral·lel tantes fonts de corrent com es vulgui.



Divisor de tensió

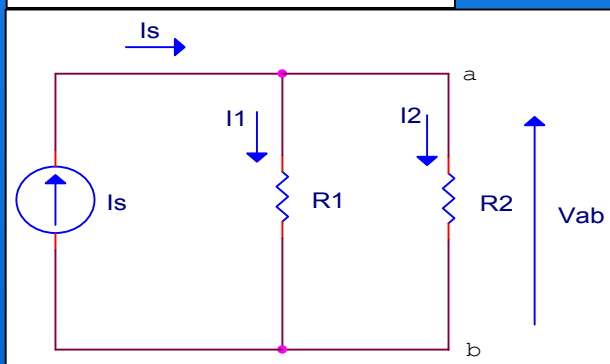


$$V_{ab} = I \cdot R_2$$

$$I = \frac{V_s}{(R_1 + R_2)} \Rightarrow V_{ab} = \frac{V_s}{(R_1 + R_2)} \cdot R_2$$

$$V_{ab} = V_s \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

Divisor de corrent



$$I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}$$

$$V_{ab} = I_s \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

$$I_2 = I_s \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot \frac{1}{R_2} = I_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Teorema de superposició



- **Definició de circuit lineal :**
 - Les sortides(tensions o intensitats) son funcions lineals de les entrades(Fontes de tensió o intensitat).
 - $F(A \cdot X) = A \cdot F(X)$.
 - $F(X_1, X_2) = F(X_1, 0) + F(0, X_2)$.
- **Enunciat del teorema de superposició :**
 - Quan un circuit lineal te dos o més fonts independents, el valor de qualsevol variable de branca és igual a la suma algebraica de les contribucions individuals de totes i cada una de les fonts per separat.
 - Sols es aplicable per trobar tensions i intensitats. No potències.

- **Pas 1 :**

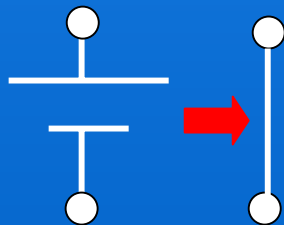
- Desconnectar totes les fonts de senyal menys una i trobar el valor de la sortida (guardar-lo).

- **Pas 2 :**

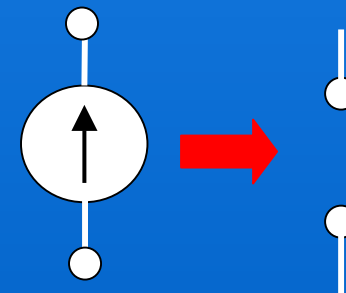
- Repetir el pas 1 successivament per totes les demás fonts que hi hagi al circuit.

- **Pas 3 :**

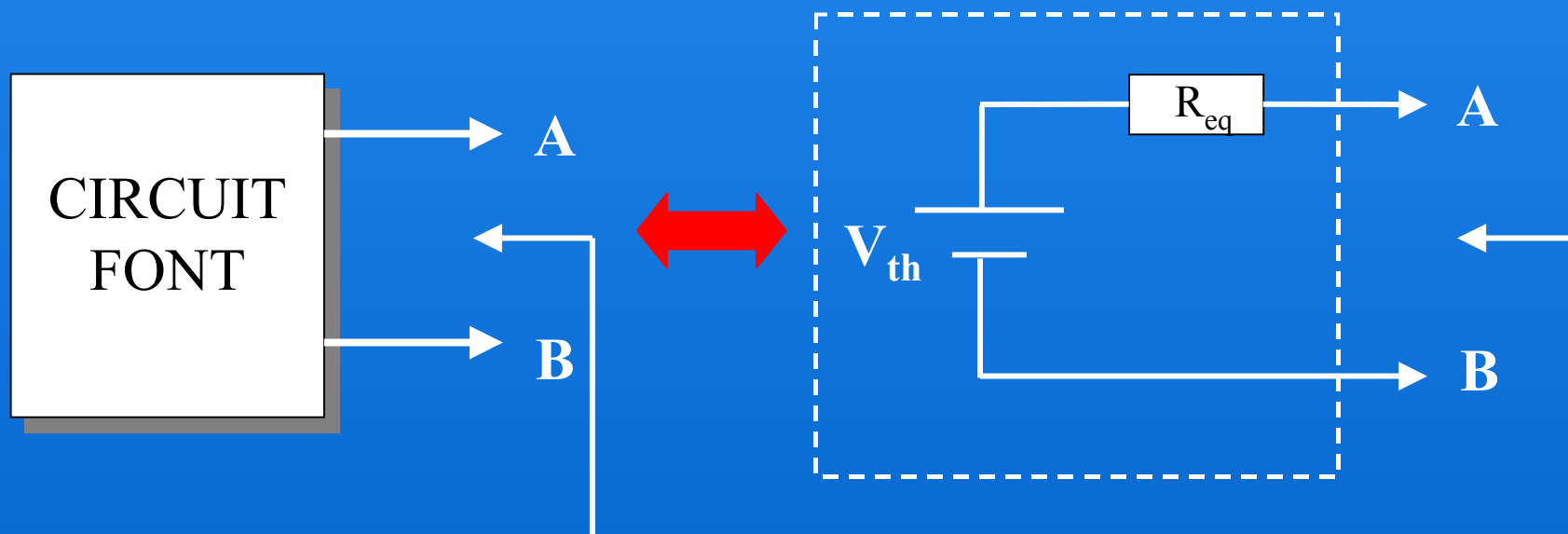
- La sortida total és la suma amb signe de les sortides individuals.



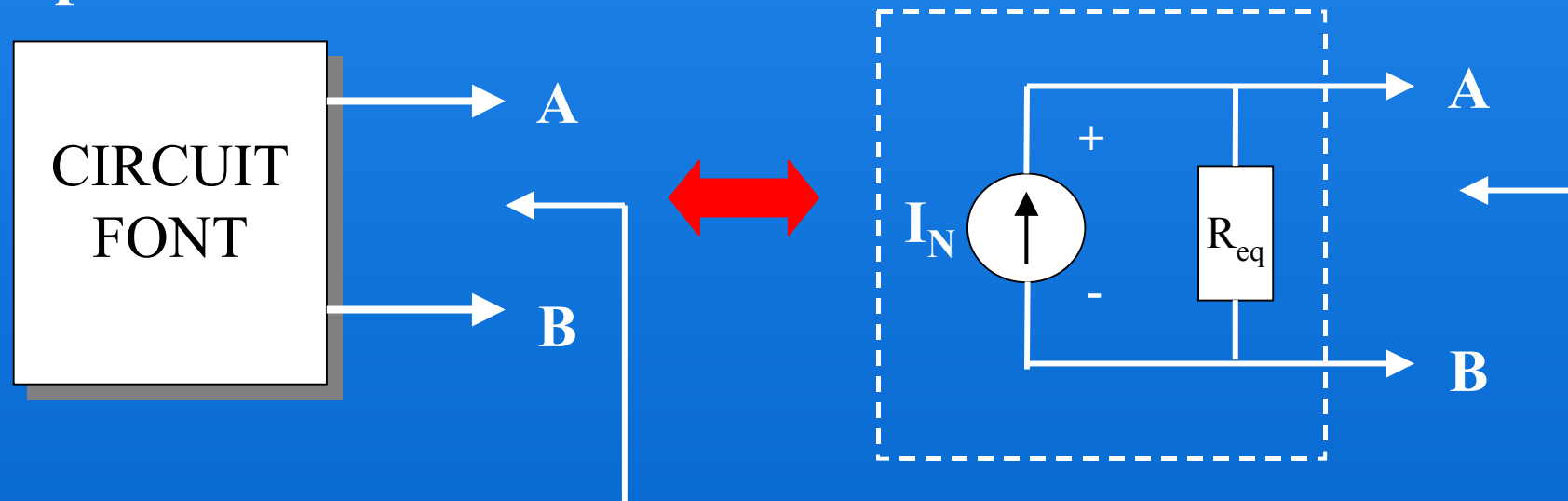
DESCONNECTAR LES FONTS :
 FONT DE TENSIO $\Rightarrow V = 0 \Rightarrow$ CURT CIRCUIT
 FONT DE CORRENT $\Rightarrow I = 0 \Rightarrow$ CIRCUIT OBERT



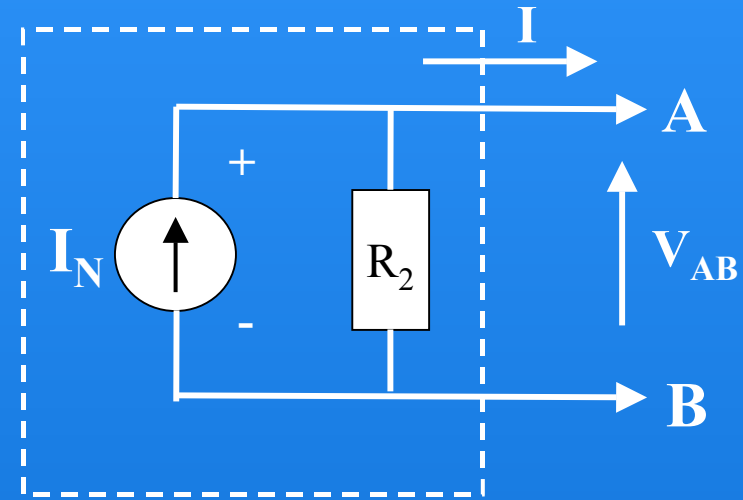
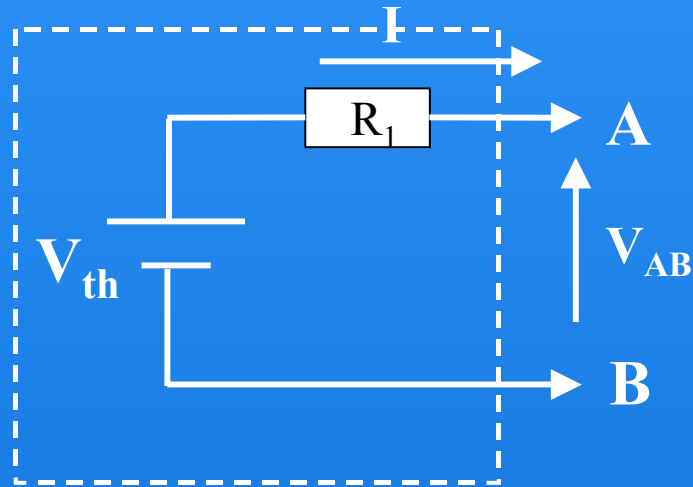
- Qualsevol dipol (circuit amb només dos terminals de sortida) té un circuit equivalent entre aquests dos terminals format només per una font de tensió amb una resistència en sèrie.



- Qualsevol dipol (circuit amb només dos terminals de sortida) té un circuit equivalent entre aquests dos terminals format només per una font de corrent amb una resistència en paral·lel.



Equivalència font de tensió/font de corrent



$$V_{AB} = V_{th} - I \cdot R_1$$

$$I = \frac{V_{th}}{R_1} - \frac{1}{R_1} \cdot V_{AB}$$

$$V_{AB} = (I_N - I) \cdot R_2 = I_N \cdot R_2 - I \cdot R_2$$

$$I = I_N - \frac{1}{R_2} \cdot V_{AB}$$

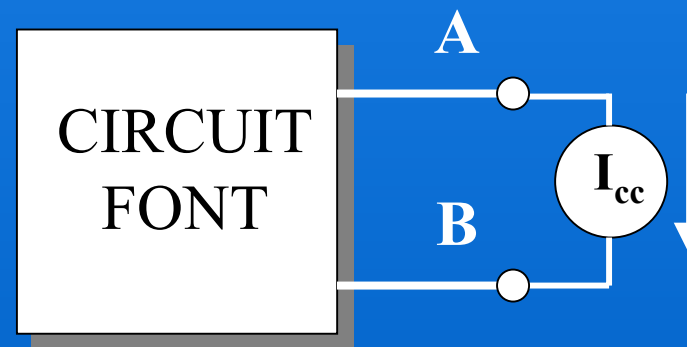
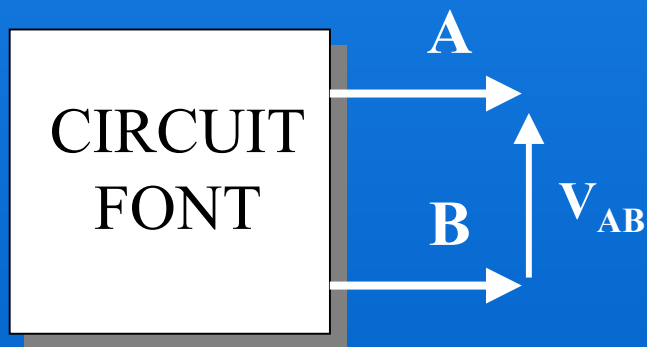
$$R_1 = R_2 = R_{eq}$$

$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{eq}}$$

Circuits equivalents

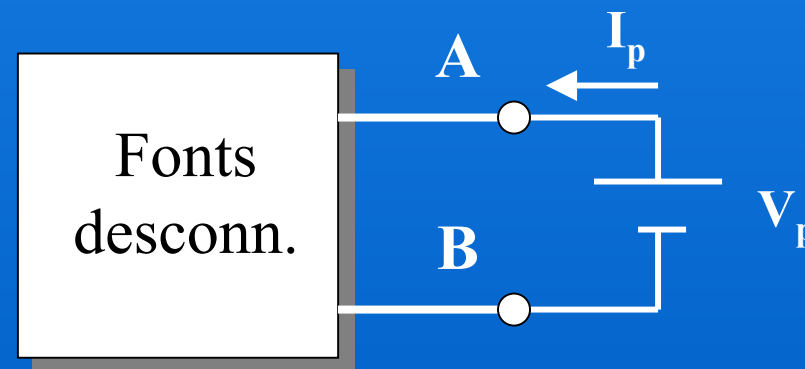
Procediment per trobar l'equivalent thevenin/norton (entre A i B)

- **Desconnectar la càrrega de la font :**
 - Tallar el circuit pels terminals A i B.
- **Trobar la tensió en circuit obert(V_{co}) :**
 - Trobar la tensió que hi ha entre els terminals A i B.
- **Trobar la intensitat de curt circuit(I_{cc}):**
 - Fer un curt circuit entre els terminals A i B i determinar el valor d'aquesta intensitat.



Procediment per trobar la resistència equivalent o de thevenin

- Per la llei de Ohm :
 - $R_{eq} = V_{co} / I_{cc}$.
- Per xarxa morta :
 - Desconnectar les fonts i trobar la resistència equivalent entre A i B.
- Pel mètode general :
 - Desconnectar les fonts.
 - Posar una tensió de prova (V_{proba}) coneguda entre els terminals A i B.
 - Trobar el valor de la intensitat (I_{proba}) de la font V_{proba} .
 - $R_{eq} = V_{proba} / I_{proba}$.





Anàlisi per tècniques de reducció de circuits



- **Definició :**

- Es un mètode d'anàlisi de circuits que consisteix en l'aplicació seqüencial de les tècniques i teoremes bàsics que hem vist anteriorment:

- Equivalència sèrie/paral·lel.
- Divisor de tensió/intensitat.
- Conversió de fonts de tensió/intensitat.
- Teorema de superposició.
- Aplicació del teorema de thevenin de forma parcial.
- Compressió/descompressió del circuit.

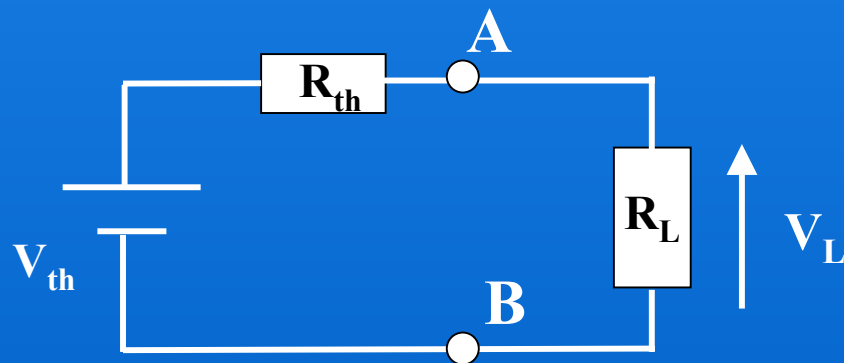
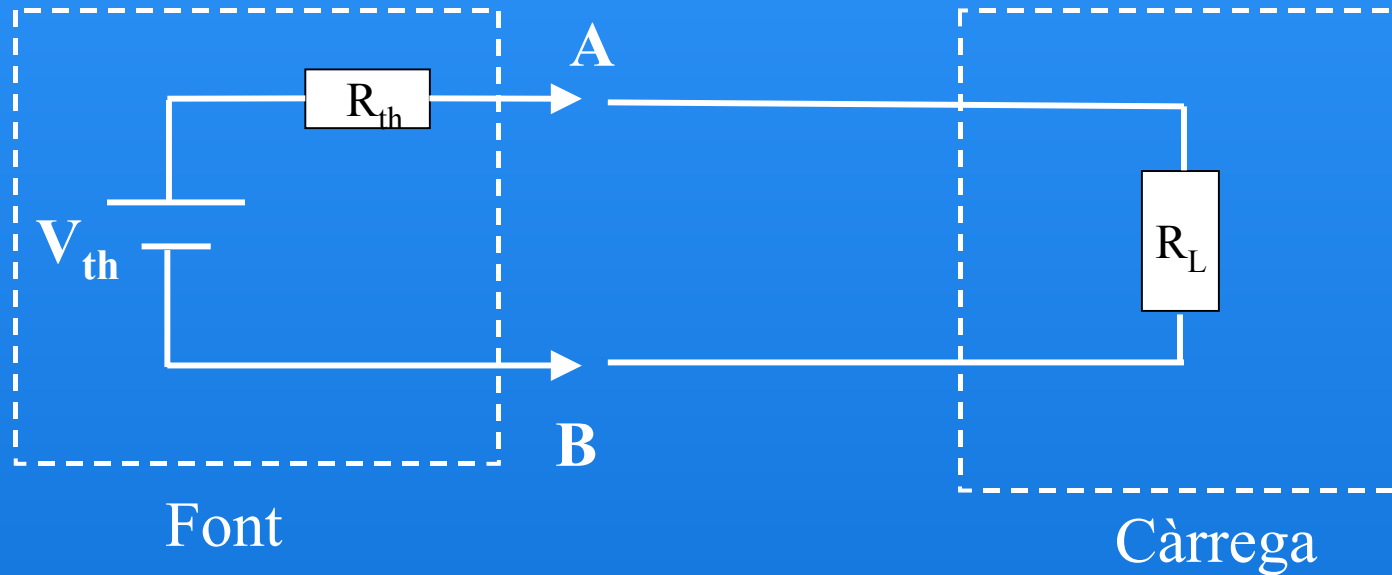
- **La seqüència aplicar no és única i depèn de les variables a determinar.**



Resolució de circuits per corrents de branca



- **Branca :**
 - Es un dipol que només té elements connectats en sèrie i està connectat entre dos terminals.
- **Procediment :**
 - Per cada branca tenim una intensitat incògnita. Per tant n° de branques = n° de incògnites.
 - Plantegem $N-1$ equacions de node que connecten branques i les demés equacions que faltin es trauran d'equacions de malla que no tinguin fons de corrent.



$$V_L = V_{AB} = V_{th} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{th}}$$

Potència en la càrrega

$$P = \frac{V_L^2}{R_L}$$

$$P = \frac{\left(V_{th} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{th}} \right)^2}{R_L} = \frac{R_L \cdot V_{th}^2}{(R_L + R_{th})^2}$$

Potència màxima disponible

$$P_{\max} = \frac{R_L \cdot V_{th}}{(R_L + R_{th})^2} \Big|_{R_L=R_{th}} = \frac{R_{th} \cdot V_{th}^2}{2^2 \cdot R_{th}^2} = \frac{V_{th}^2}{4 \cdot R_{th}}$$

$$P_{\max} = \frac{I_N^2 \cdot R_{th}}{4} = \frac{V_{th} \cdot I_N}{4} = \frac{V_{co}}{2} \cdot \frac{I_N}{2}$$

Màxima Potència en funció de R_L

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{\partial \left(V_{th}^2 \cdot \frac{R_L}{(R_L + R_{th})^2} \right)}{\partial R_L}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{\left[(R_L + R_{th})^2 - 2 \cdot R_L \cdot (R_L + R_{th}) \right] \cdot V_{th}^2}{(R_L + R_{th})^4}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{R_{th}^2 - R_L^2}{(R_L + R_{th})^4} \cdot V_{th}^2 \quad ; \text{MAXIM} \Rightarrow R_{th} = R_L$$



$$R_L = R_{th}$$

