



Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

Diseño de sistemas productivos y logísticos. Introducción, Costes, Localización.

Joaquín Bautista Valhondo

D-03/2010
(Rec. OP-BCC)

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Cataluña

Publica:

Universitat Politècnica de Catalunya
www.upc.edu



Edita:

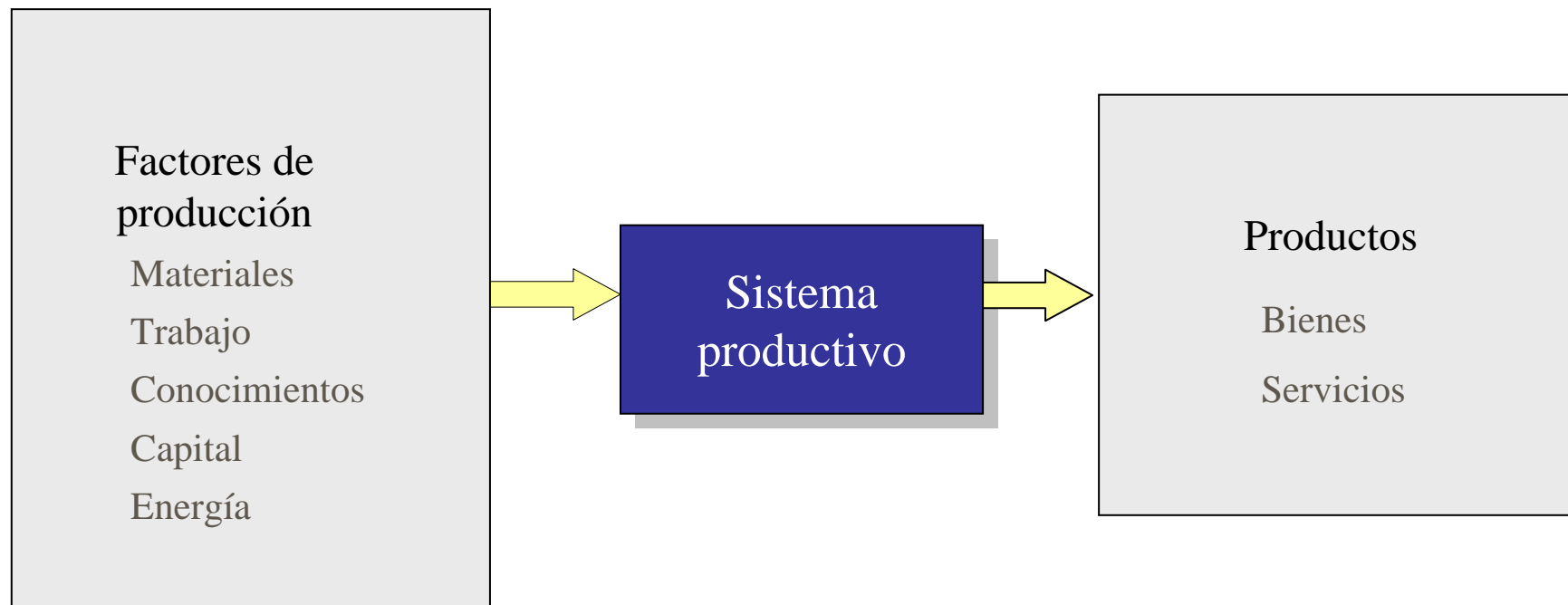
Cátedra Nissan
www.nissanchair.com
director@nissanchair.com

Introducción

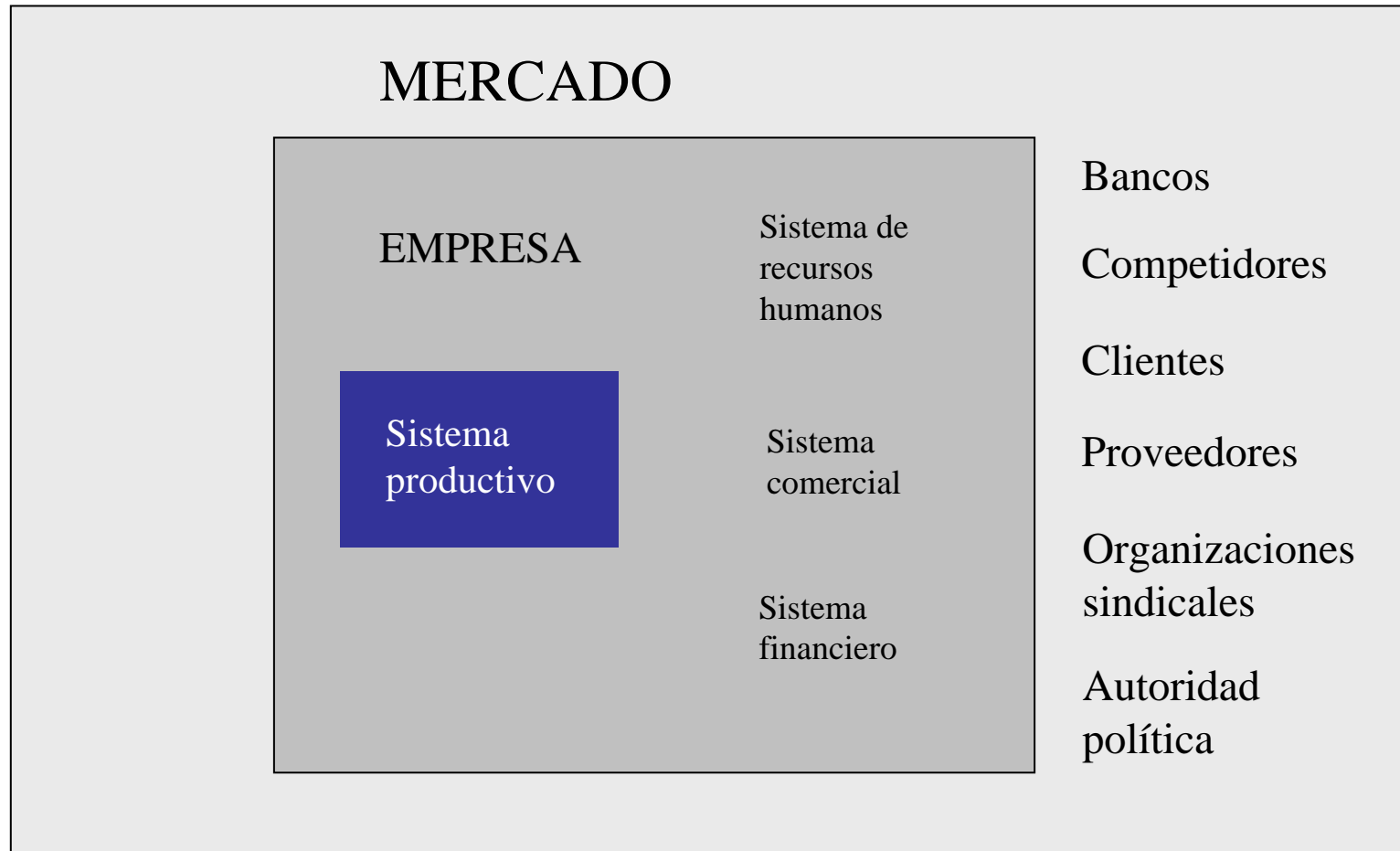


Departament
d'Organització
d'Empreses

Sistema Productivo



Producción. Empresa. Mercado



Clasificación de los sistemas productivos

Buffa:

- A. *Sistemas continuos* 

1. Sistemas de distribución de productos almacenables
2. Sistemas de producción-distribución de productos normalizados con volumen importante

Cadenas de montaje, procesos químicos continuos, paquetería, restaurantes de autoservicio,...

- B. *Sistemas intermitentes* 

1. Talleres cerrados para productos almacenados (bajo catálogo)
2. Talleres abiertos para productos bajo pedido
3. Proyectos singulares

Talleres, hospitales, procesos químicos por lotes, empresas de consultoría,...

Decisiones en los sistemas productivos según Buffa

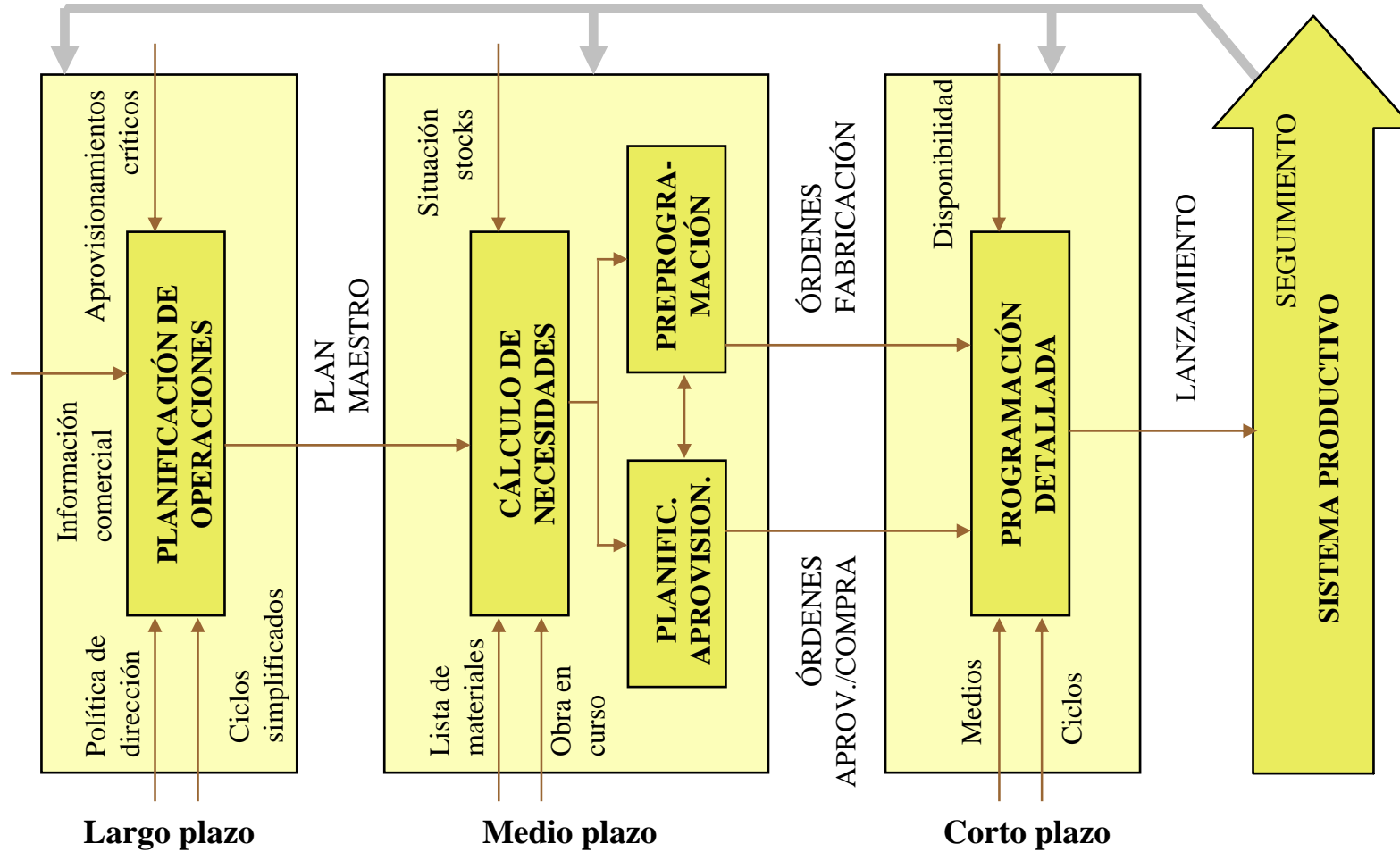
Decisiones de diseño del sistema productivo:

1. Previsión y planificación a largo plazo
2. Diseño productivo de los elementos fabricados
3. Distribución en planta
4. Selección de equipos y procesos
5. Localización del sistema productivo
6. Diseño de tareas y medida del trabajo

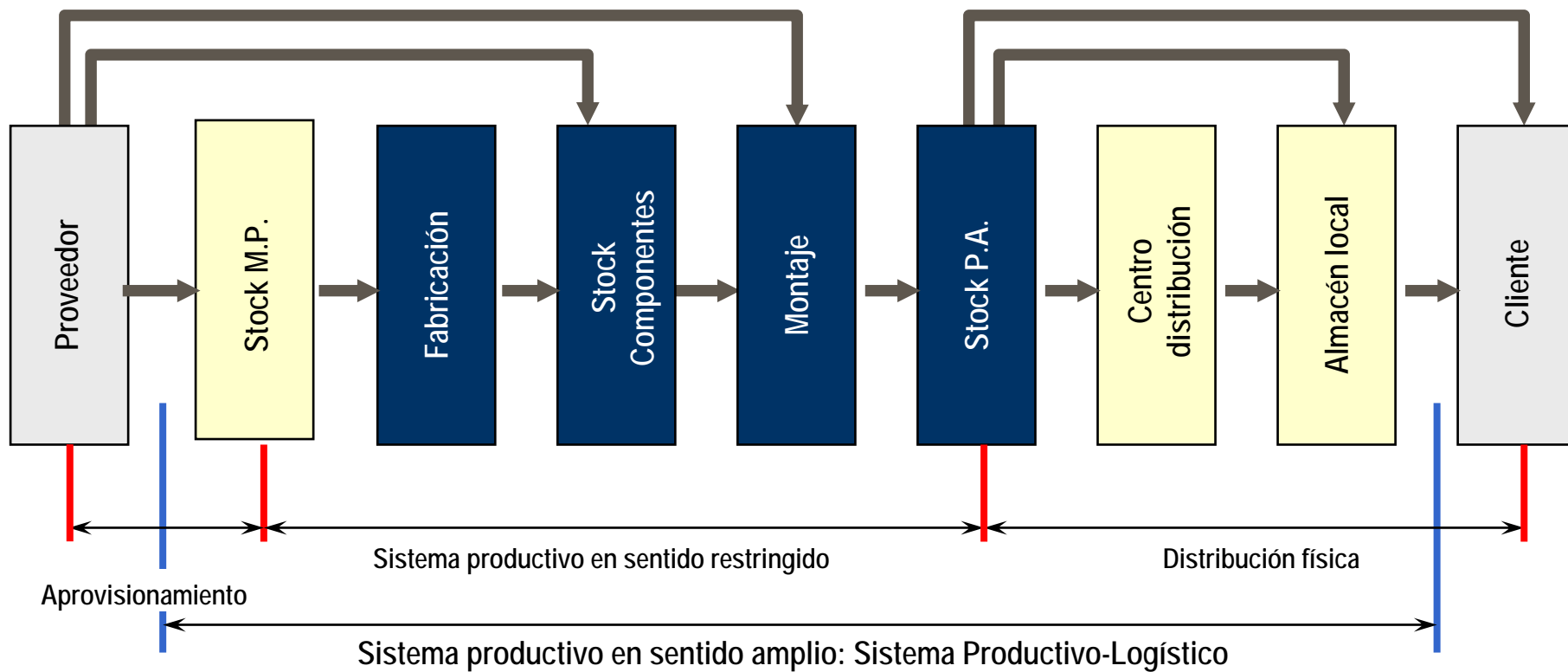
Decisiones de dirección de operaciones:

1. Previsión de la demanda
2. Planificación de operaciones
3. Cálculo de necesidades y gestión de materiales
4. Programación y control de operaciones
5. Fiabilidad y entretenimiento del sistema productivo
6. Gestión de la calidad
7. Control de costes y de la mano de obra

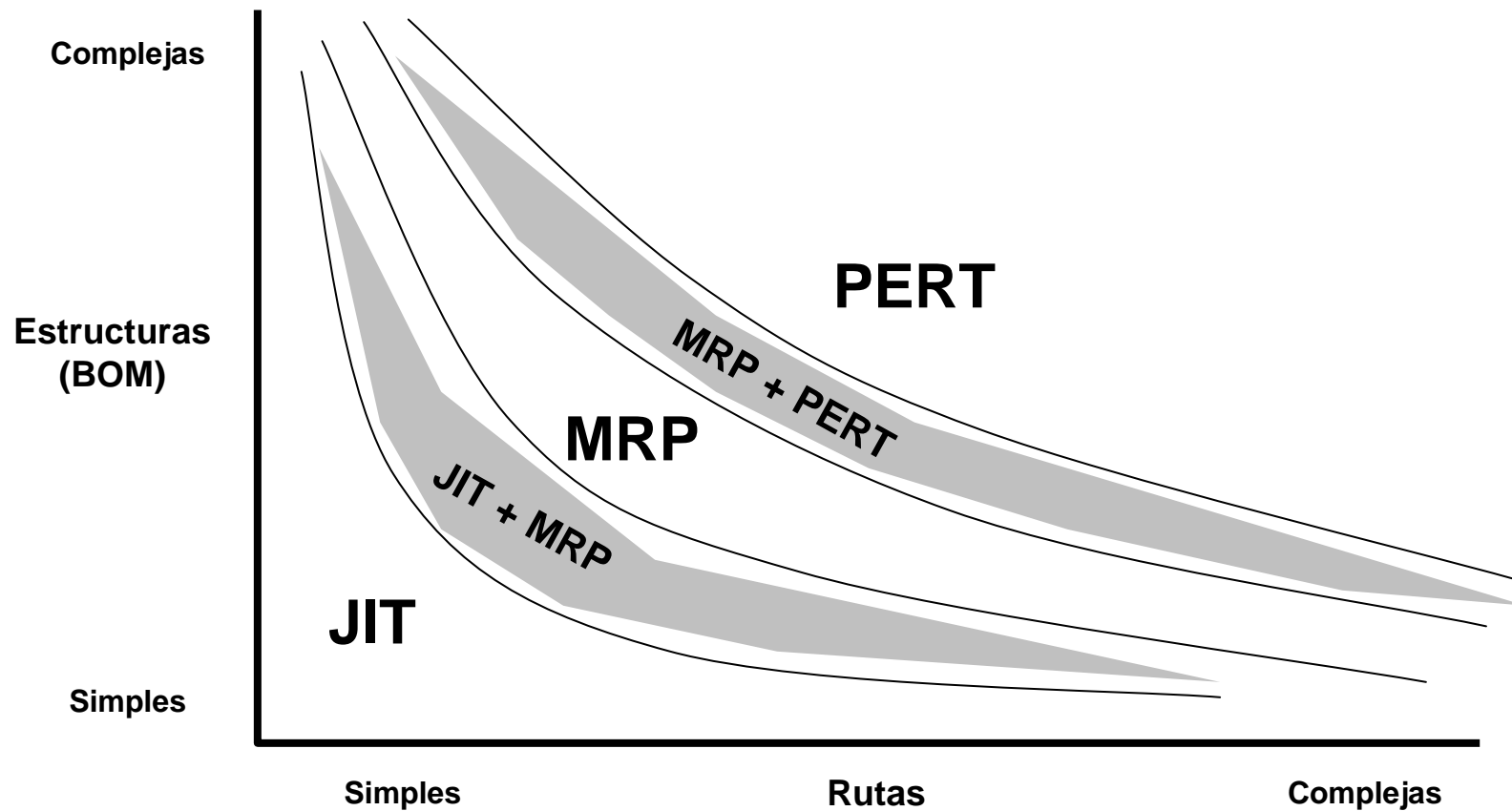
Los 3 niveles de decisión en DO



Sistema logístico o productivo en sentido amplio



Sistemas de gestión



Costes e inversiones



DOE

Departament
d'Organització
d'Empreses

Ref.: Companys, R.; Corominas, A. (1993) Organización de la producción I. Diseño de sistemas productivos 1 . Edicions UPC. BCN.

Contenido

- Preliminares (costes)
- Una clasificación
- Punto de equilibrio
- Inversión
- Movimiento de fondos
- Dimensión y período de retorno
- Comparación de inversiones.
- Capitalización y actualización
- VAN. Anualidad. TIR
- Riesgo



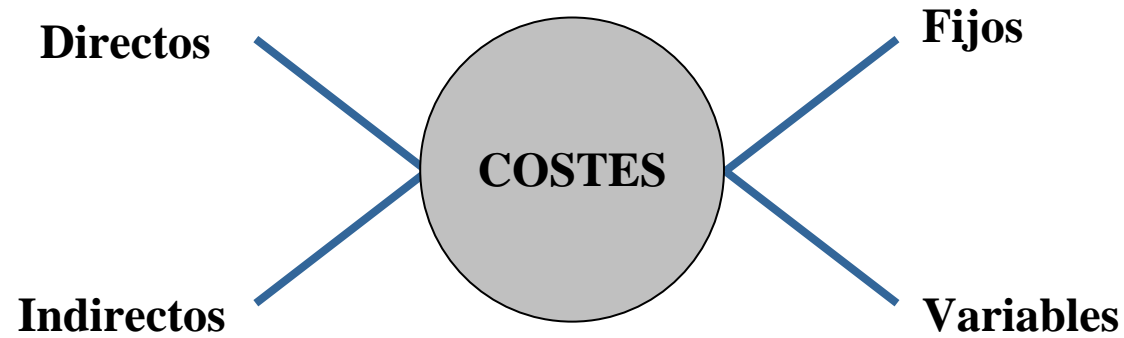
Definición de coste

Valor de los recursos necesarios para la OBTENCIÓN, REALIZACIÓN o FUNCIONAMIENTO de un ELEMENTO del Sistema Productivo.

■ *Ejemplos:*

- Unidad de producto
- Operación
- Sección del sistema productivo
- Proceso

Clasificación de los costes



	DIRECTOS	INDIRECTOS
FIJOS	<ul style="list-style-type: none">■ Sueldo de la mano de obra directa	<ul style="list-style-type: none">■ Alquiler del local■ Dirección
VARIABLES	<ul style="list-style-type: none">■ Incentivos■ Componentes	<ul style="list-style-type: none">■ Energía

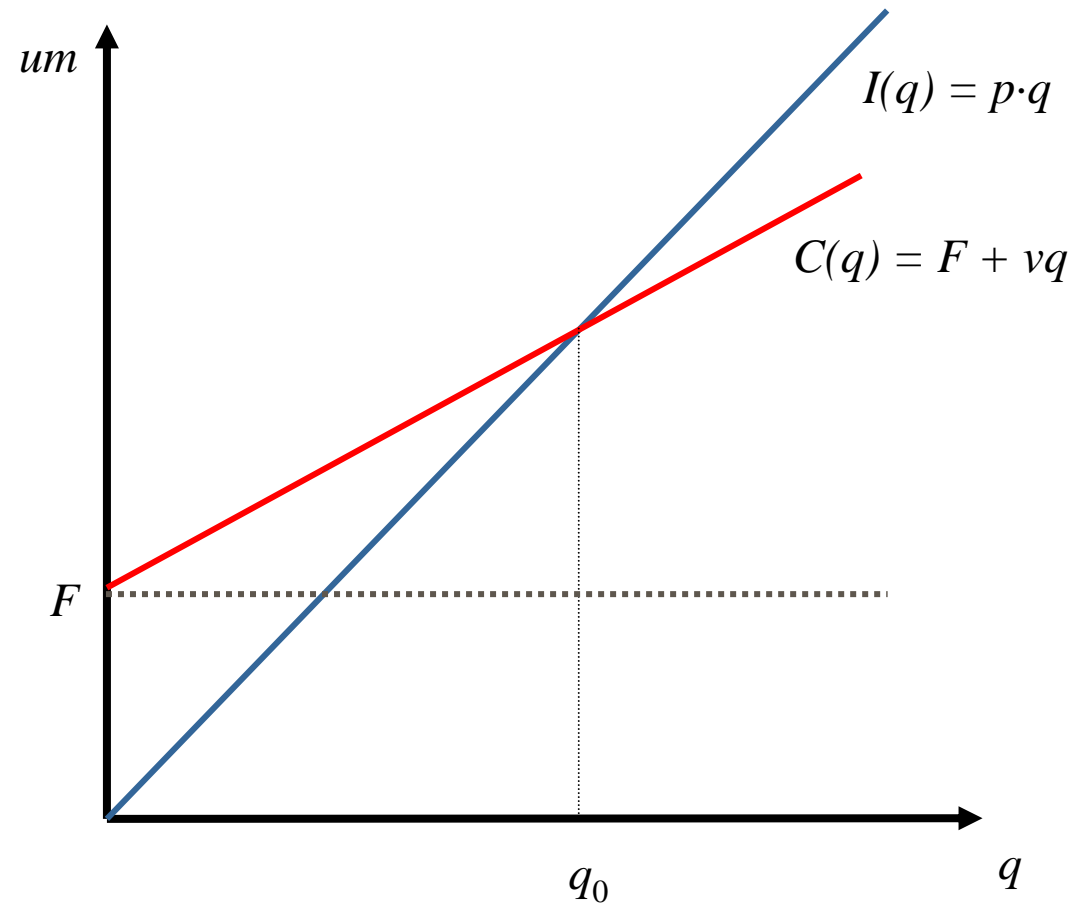
Punto de equilibrio I

$$C(q) = F + V(q) = I(q)$$

$$F + vq = pq$$

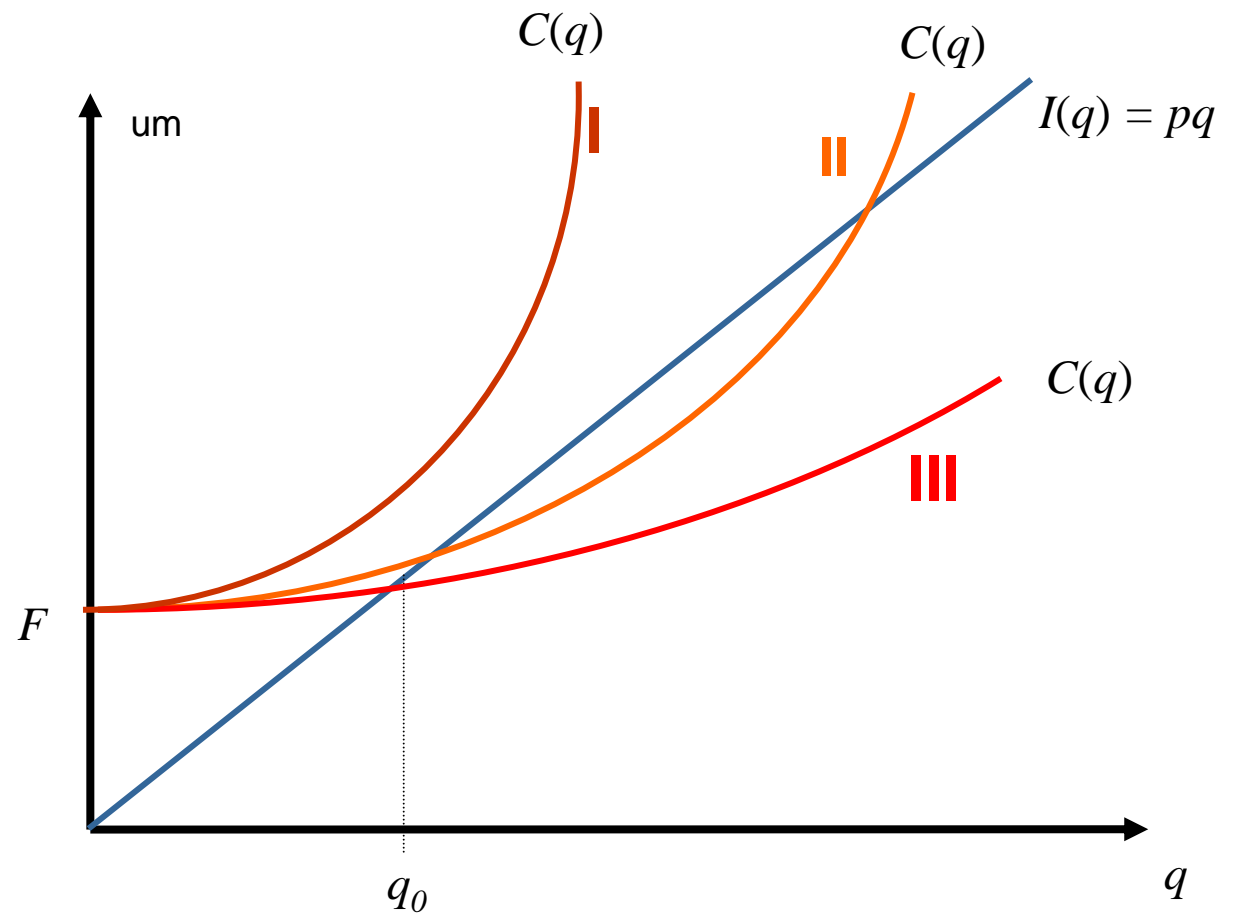
$$q_0 = \frac{F}{p - v}$$

$$p - v > 0 \text{ (Margen unitario)}$$



Punto de equilibrio II

- I→Inviabile
- II→2 puntos de equilibrio
- III→1 punto de equilibrio



Conceptos

■ *Inversión*

- CONCEPTO: Renunciar a unas satisfacciones inmediatas a cambio de unas expectativas (esperanza de beneficios futuros).
- CONTEXTO EMPRESARIAL: Proceso que implica pagos inmediatos y cobros futuros.

■ *Cobros, pagos, ingresos y gastos*

- COBRO: Entrada o recepción de dinero.
- PAGO: Salida o emisión de dinero.
- INGRESO: Intención de COBRO (ESPERANZA).
- GASTO: Intención de PAGO (ESPERANZA).

■ *Horizonte y periodo*

- HORIZONTE: Tiempo durante el cual se producirán cobros y pagos.
- PERIODO: Porción de tiempo (PATRÓN) en que se divide, equitativamente, el horizonte.

Movimiento de fondos

Conceptos	Horizonte								
	0	1	2	T
P_1									
P_2									
...									
P_m									
Total pagos (a)									
C_1									
C_2									
...									
C_n									
Total cobros(b)									
Movimiento de fondos (b)-(a)	S_0	S_1	S_2	S_t	S_T

Movimiento de Fondos: Lista de valores, por período, resultado de la diferencia entre el total de cobros y el total de pagos.

Ejemplo de aplicación

	M (Proceso manual)	A1 (Proceso automático, pequeña capacidad)	A2 (Proceso automático, media capacidad)
Capacidad (un/año)	120	100	120
Coste fijo (um/año)	50	150	250
Coste variable (um/un)	9	7	6
Inversión inicial (um)	130	400	450

Año	1	2	3	4	5
Demanda	60	90	100	110	120

Sea : $p = 10u.m.$

Movimiento de fondos del proyecto A1

Concepto	Horizonte					
	0	1	2	3	4	5
Inversión		--	--	--	--	--
Coste fijo	--	150	150	150	150	150
Coste variable	--	420	630	700	700	700
Total pagos	400	570	780	850	850	850
Total cobros (ventas)	--	600	900	1000	1000	1000
Movimiento de fondos	- 400	30	120	150	150	150

$$S_t = C_t - P_t \quad \forall t = 0, \dots, T$$

Movimiento de fondos para los tres proyectos

Proyecto	Horizonte					
	0	1	2	3	4	5
M	- 130	10	40	50	60	70
A1	- 400	30	120	150	150	150
A2	- 450	-10	110	150	190	230

$$S_t = C_t - P_t \quad \forall t = 0, \dots, T$$

Dimensión y período de retorno

Proyecto	Movimiento de fondos acumulado						Dimensión	Período retorno
	0	1	2	3	4	5		
M	- 130	- 120	- 80	- 30	30	100	130	3.50 años
A1	- 400	- 370	- 250	- 100	50	200	400	3.67 años
A2	- 450	- 460	- 350	- 200	-10	220	460	4.04 años

$$\hat{S}_t = \sum_{\tau=0}^t S_{\tau} \quad \forall t = 0, \dots, T$$

$$\Delta = -\min_{\hat{S}_t \leq 0}(\hat{S}_t) ; t^* = \arg \min_{\hat{S}_t \geq 0}(\hat{S}_t)$$

Comparación de inversiones

- *Rentabilidad*: Un proyecto es rentable si el valor de los rendimientos que proporciona es superior al de los recursos que utiliza.
- *Seguridad*: Predilección por resultados más ciertos o con menor riesgo.
- *Liquidez*: Facilidad con que se puede cambiar por dinero el objeto de la inversión.

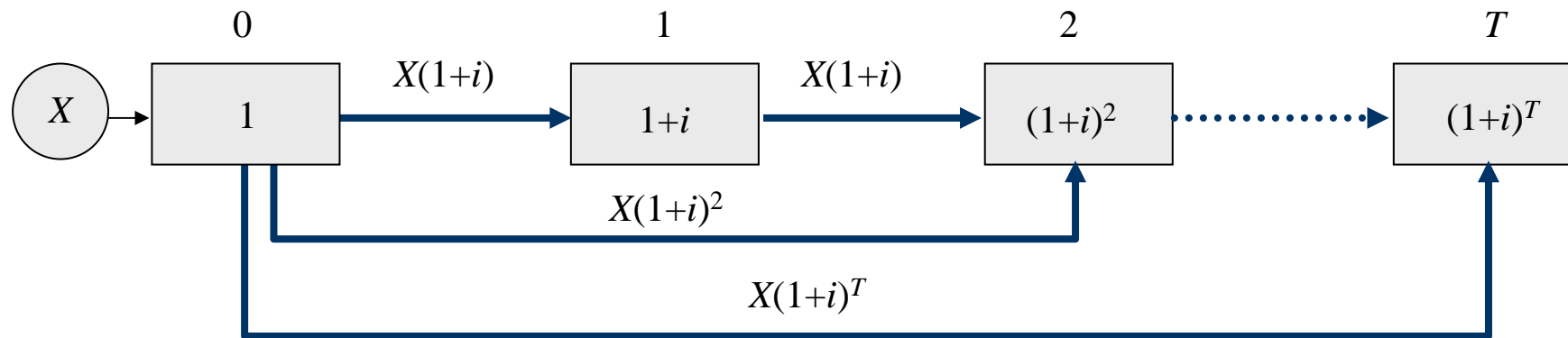
Comparación inter-temporal de unidades monetarias

- *Tasa de interés nominal*: Coste del alquiler del dinero referido a unidades monetarias corrientes (i_n).
- *Tasa de inflación*: Tasa de variación del nivel de precios (i_f).
- *Tasa de interés real*: Coste del alquiler del dinero en unidades monetarias constantes (i).

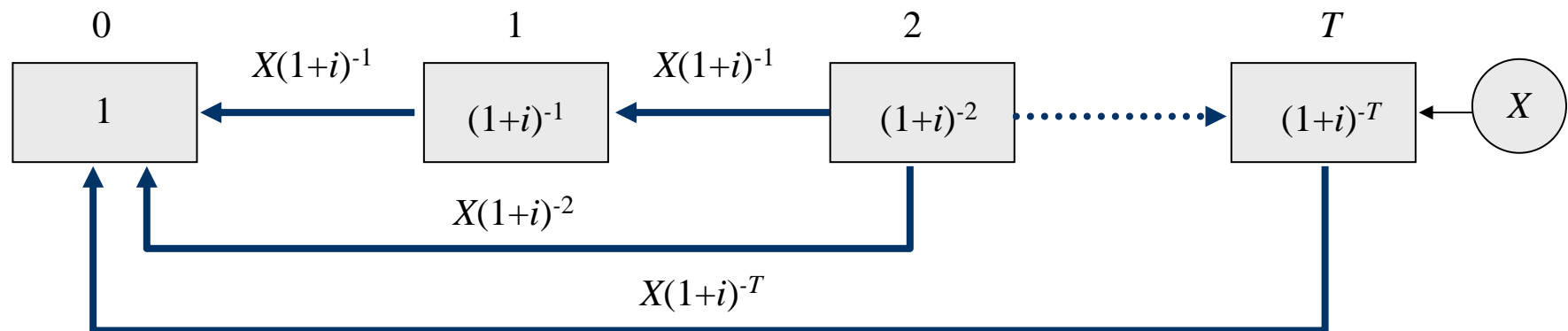
$$X \frac{1+i_n}{1+i_f} = X(1+i) \Rightarrow i = \frac{1+i_n}{1+i_f} - 1$$

Capitalización y actualización o descuento

Capitalizar



Actualizar



VAN: Valor actualizado neto

Definición:

$$VAN \equiv V(i) = \sum_{t=0}^T \frac{S_t}{(1+i)^t}$$

Cálculo del VAN para los 3 proyectos:

$$VAN_M(i = 0.1) = -130 + \frac{10}{1.1} + \frac{40}{1.1^2} + \frac{50}{1.1^3} + \frac{60}{1.1^4} + \frac{70}{1.1^5} = 34.16$$

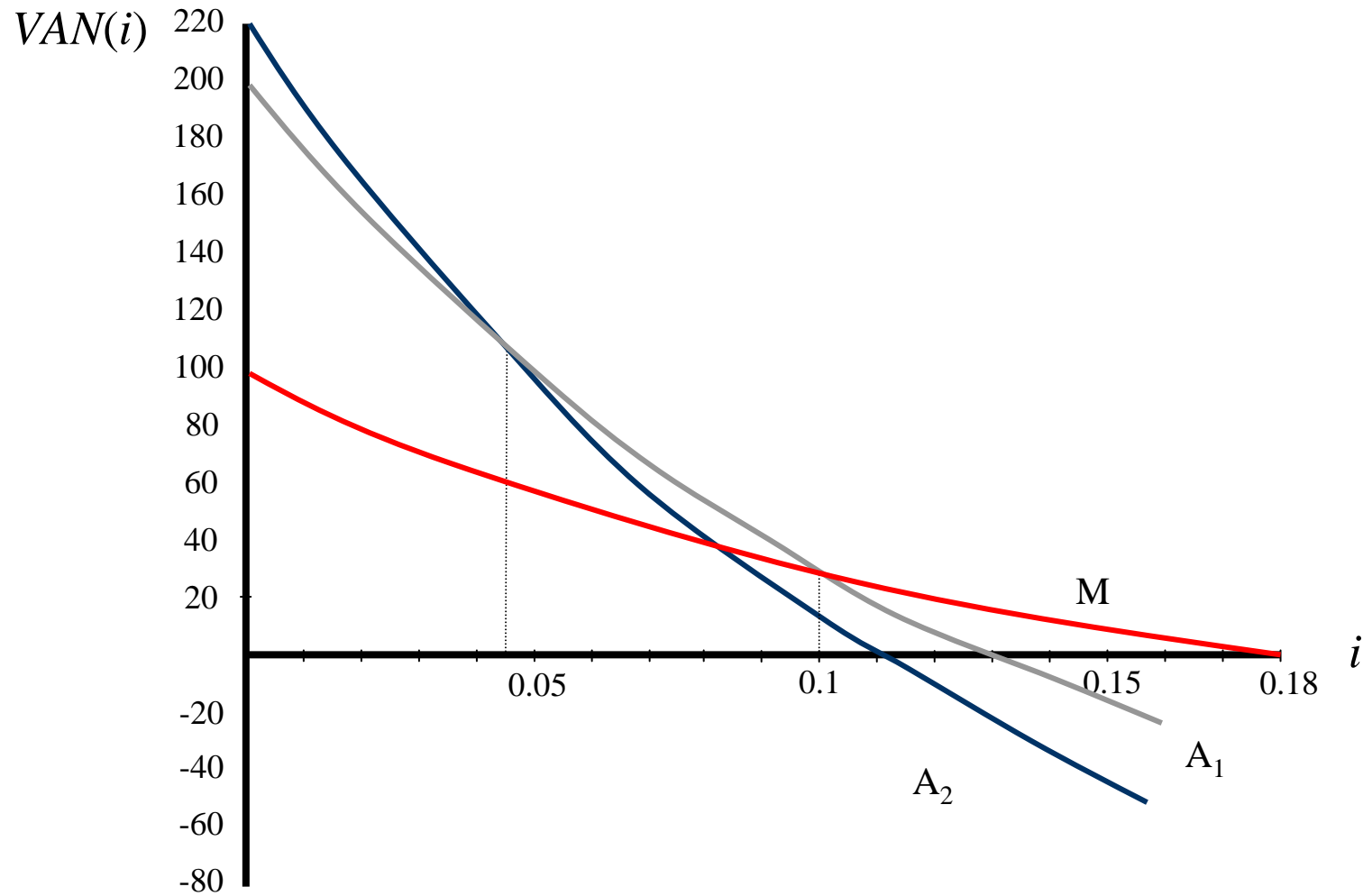
$$VAN_{A1}(i = 0.1) = 34.73$$

$$VAN_{A2}(i = 0.1) = 17.10$$

Criterio de selección:

Seleccionar el proyecto con máximo VAN: $P^* = \arg \max_{\forall P} \{VAN_P()\}$

VAN función de i para M, A1 y A2



Anualidad y Tasa interna de rentabilidad (TIR)

Anualidad:

$$\text{Se define: } X = a \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+i)^t}$$

$$X = a \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-T} (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}} = a \frac{(1+i)^{-1} (1 - (1+i)^{-T})}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$\text{Resulta: } a = \frac{i}{1 - (1+i)^{-T}} X$$

Tasa interna de rentabilidad (TIR):

$$\text{Se define: } i^* = \arg \min_{VAN(i) \geq 0} \{VAN(i)\}$$

Comparación resultados ejemplo de aplicación

<i>Crterios</i>	<i>Orden de preferencia</i>		
TIR	M	A1	A2
VAN ($i = 0$)	A2	A1	M
VAN ($i = 0.07$)	A1	A2	M
VAN ($i = 0.09$)	A1	M	A2
VAN ($i = 0.11$)	M	A1	A2

Riesgo. Fluctuación de la demanda. Ejemplo

H_m realista

<i>Hipótesis</i>	<i>Año</i>				
	1	2	3	4	5
H_0 optimista (+20%)	72	108	120	132	144
	60	90	100	110	120
H_p pesimista (-20%)	48	72	80	88	96

Las fluctuaciones pueden afectar a la demanda y/o a la capacidad

<i>Capacidad</i>	M	120
	A1	100
	A2	120

Riesgo. Fluctuación de la demanda. Resultado.

	<i>Movimiento de fondos</i>						
<i>Hipótesis</i>	0	1	2	3	4	5	VAN
H ₀	- 400	66	150	150	150	150	92.25
H _m	- 400	30	120	150	150	150	34.73
H _p	- 400	- 6	66	90	114	138	-119.74

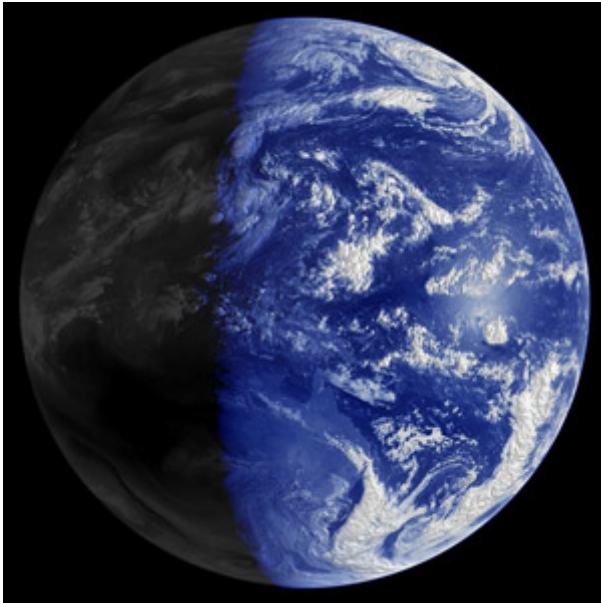
Probabilidades atribuidas a H₀, H_m, H_p son, respectivamente: 0.3 ; 0.5 ; 0.2

Esperanza matemática del VAN (para A1): $0.3 \cdot 92.25 + 0.5 \cdot 34.73 + 0.2 \cdot (-119.74) = 21.09$

Referencias:

Companys, R.; Corominas, A. (1993) Organización de la producción I. Diseño de sistemas productivos 1 (1ª edición). Edicions UPC. BCN.

Localización



DOE

Departament
d'Organització
d'Empreses

Ref.: Companys, R.; Corominas, A. (1993) Organización de la producción I. Diseño de sistemas productivos 1 . Edicions UPC. BCN.

Contenido

- Preliminares (localización)
- Ejemplos
- Criterios de selección
- Distancias y costes
- Localización unidimensional
- Localización bidimensional
- Líneas isocoste
- Localización de diversas instalaciones
 - Asignación de productos
 - Cubrimiento



Localización de sistemas productivos

- *Concepto:* La localización es una decisión clave en el diseño del sistema productivo. Significa responder a la pregunta ¿cuál es el mejor emplazamiento para el sistema?

- *Tipo de decisión*
 - Multicriterio
 - Jerarquizada

- *Clasificaciones*
 - Manufactura - servicios
 - Según el tipo de instalación
 - Espacio continuo - discreto
 - Una instalación - múltiples instalaciones (con o sin interacción)
 - Según la estructura de la red de comunicaciones (distancia rectangular, euclídea, definida por un grafo,...)

Ejemplos de problemas de localización

- Central térmica
- Planta incineradora de residuos urbanos
- Zona de actividades logísticas (ZAL)
- Parque de atracciones
- Almacén de distribución
- Tercera pista de un aeropuerto
- Estación del TAV
- Biblioteca en un campus universitario
- Comisaría de policía
- Columna de destilación en una instalación química
- Mercado municipal
- Grúa fija en una obra de construcción
- Parada de autobús a lo largo de la línea
- Salida de emergencia en un edificio
- Fotocopiadora en un departamento administrativo
- Indicador de alarma en un panel de control
- Máquina expendedora de bebidas en un bar
- Tecla de escape en un ordenador

Criterios para elegir el país o área geográfica

- Estructura de las comunicaciones
- Medios de transporte
- Convertibilidad de la moneda
- Impuestos, tasas y aranceles
- Disponibilidad y coste de la mano de obra
- Estabilidad política, económica, monetaria,..
- Posibilidad de conflictos bélicos
- Posibilidad de repatriación de beneficios y capital
- Disponibilidad y coste de los recursos naturales
- Discriminación hacia empresas extranjeras
- Incentivos a la inversión o a la implantación industrial
- Sindicatos



Criterios para elegir la región geográfica

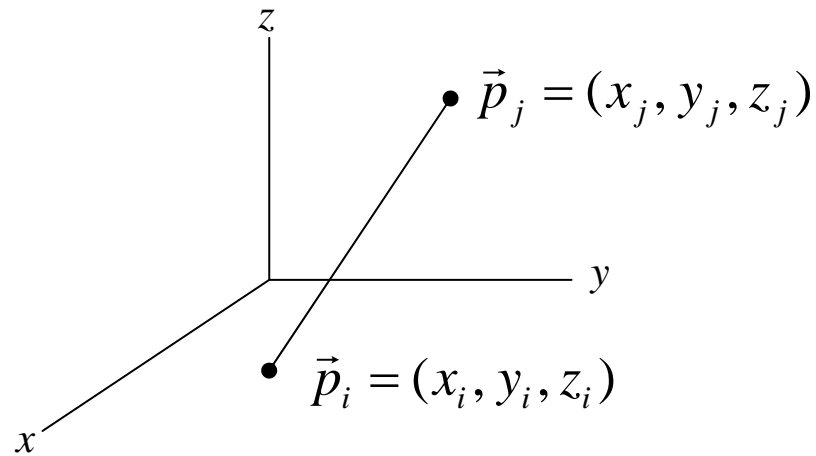
- Accesibilidad a las fuentes de materias primas
- Disponibilidad de mano de obra y salarios
- Clima
- Presencia de núcleos con alta densidad de población
- Transporte y comunicaciones
- Proximidad de un puerto marítimo o un aeropuerto
- Fiscalidad
- Disponibilidad y coste de la energía
- Servicios, estructura del sector terciario
- Presencia en la región de industrias afines



Criterios para elegir emplazamiento

- Actitud de la comunidad
- Posibilidad de deshacerse de desechos
- Espacio (disponibilidad y coste) para expansión
- Proximidad de determinados servicios (centros escolares, universidades, mercados..)
- Nivel salarial
- Políticas locales, tasas, impuestos, etc.
- Topografía de la zona
- Medios de transporte y coste de estos
- Disponibilidad de viviendas y coste de las mismas
- Suministro de servicios (energía, agua, combustible,...)
- Posibilidad de conservar mano de obra actual
- Disponibilidad de mano de obra cualificada
- Proximidad a instalaciones preexistentes
- Experiencias favorables en instalaciones semejantes

Distancias



Rectangular: $d_R(\vec{p}_i, \vec{p}_j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j| + |z_i - z_j|$

Euclídea: $d_E(\vec{p}_i, \vec{p}_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$

Cuadrática: $d_Q(\vec{p}_i, \vec{p}_j) = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$

Función de Coste (Energía)

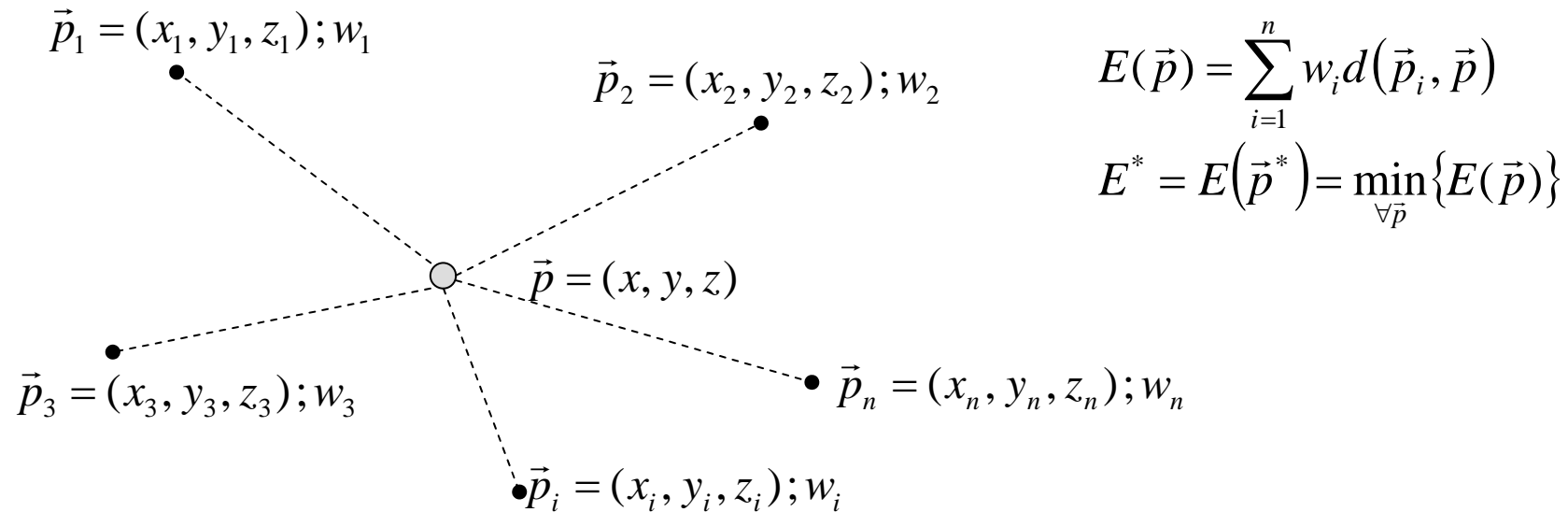
- *Nomenclatura básica:*

I : conjunto de puntos con demanda de servicio ($i = 1, \dots, |I|$) ($n = |I|$)

w_i, \vec{p}_i : peso y posición del punto $i \in I$

$d(\vec{p}_i, \vec{p})$: distancia entre la posición de $i \in I$ y la posición \vec{p} del espacio.

$E(\vec{p})$: Función de coste (energía) para la posición \vec{p} .



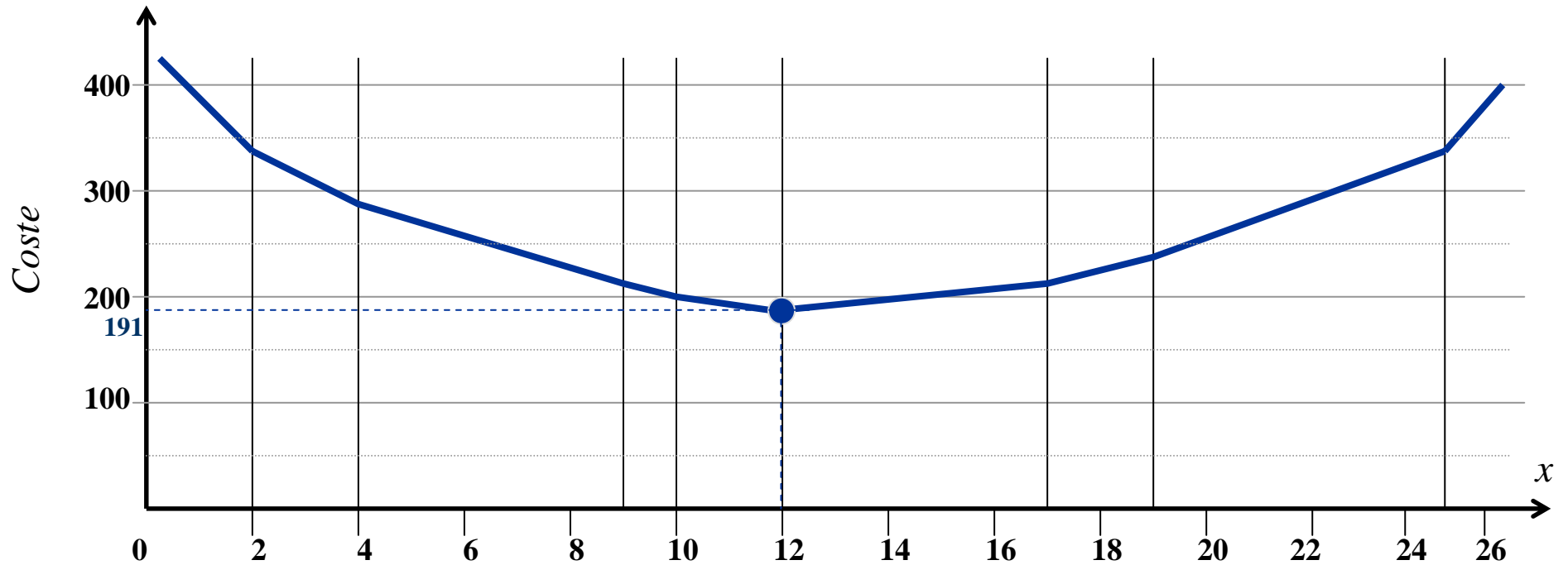
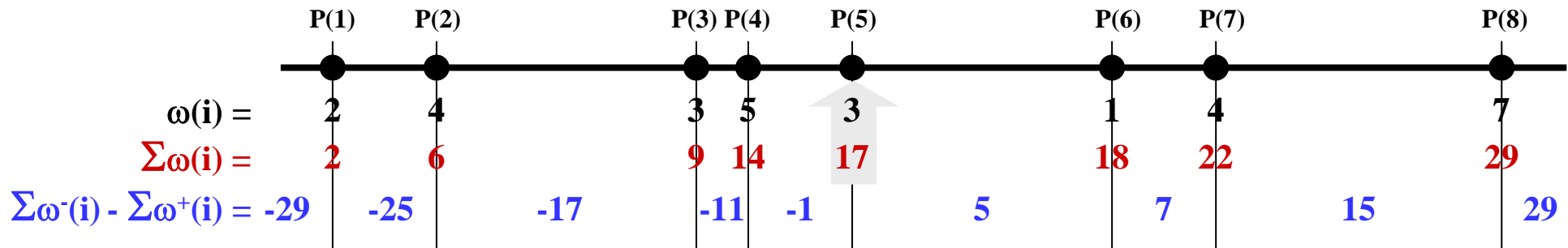
Localización unidimensional. Costes (energía)

- *Posición óptima:*

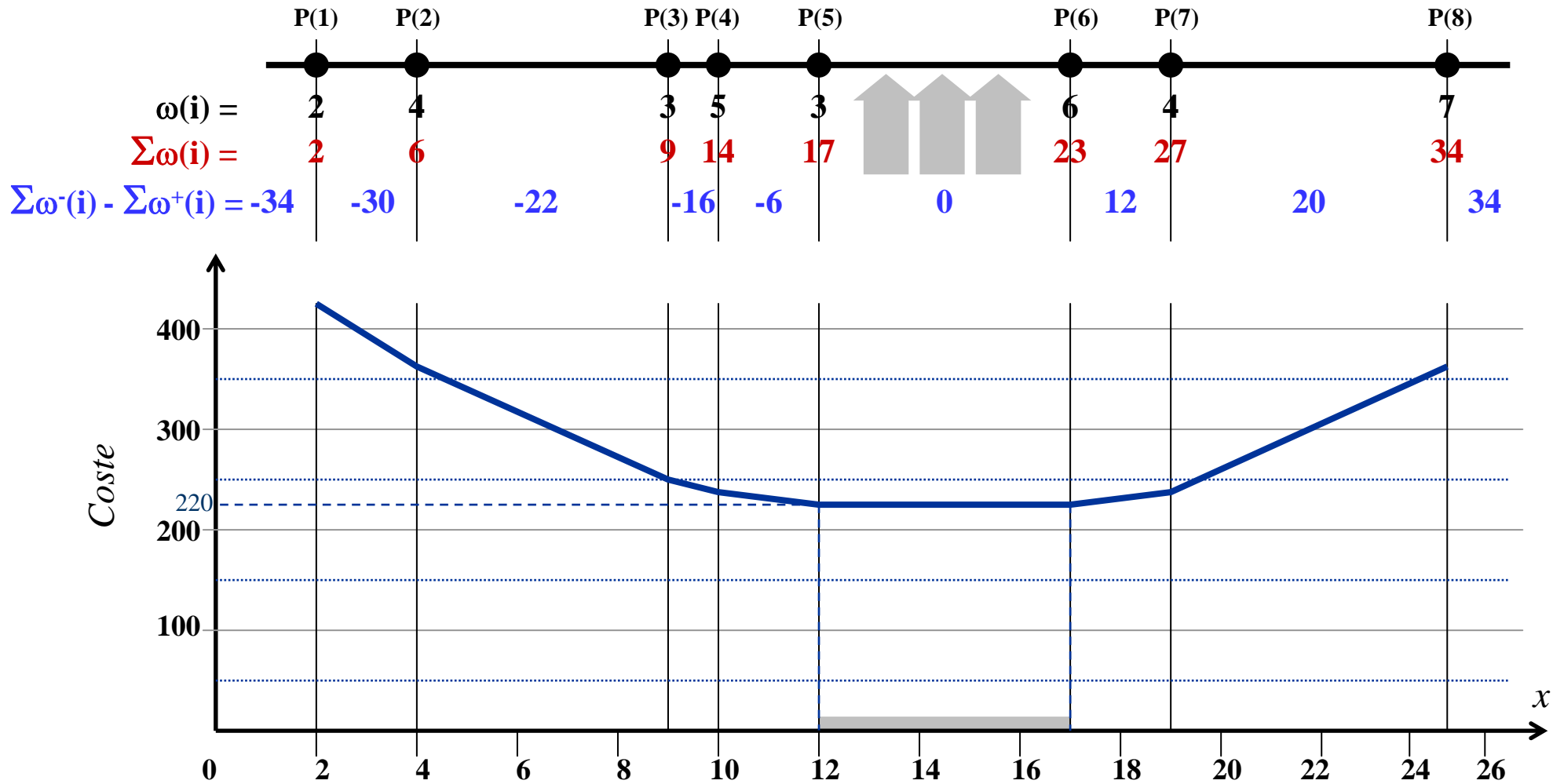
$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i d(\vec{p}_i, \vec{p}) = \left\{ \begin{array}{l} (R) : \sum_{i \in I} w_i |x_i - x| \\ (E) : \sum_{i \in I} w_i \sqrt{(x_i - x)^2} \\ (Q) : \sum_{i \in I} w_i (x_i - x)^2 \end{array} \right\}$$

$$E^* = E(\vec{p}^*) = \min_{\forall \vec{p}} \{E(\vec{p})\} = \left\{ \begin{array}{l} (R, E) : x_{i^*} (i^* \in I) : \left(\sum_{i \in I: (x_i < x_{i^*})} w_i \leq \frac{1}{2} \sum_{i \in I} w_i \right) \wedge \left(\sum_{i \in I: (x_i > x_{i^*})} w_i \leq \frac{1}{2} \sum_{i \in I} w_i \right) \\ (Q) : x^* = \frac{\sum_{i \in I} w_i x_i}{W} \text{ con } W = \sum_{i \in I} w_i \end{array} \right\}$$

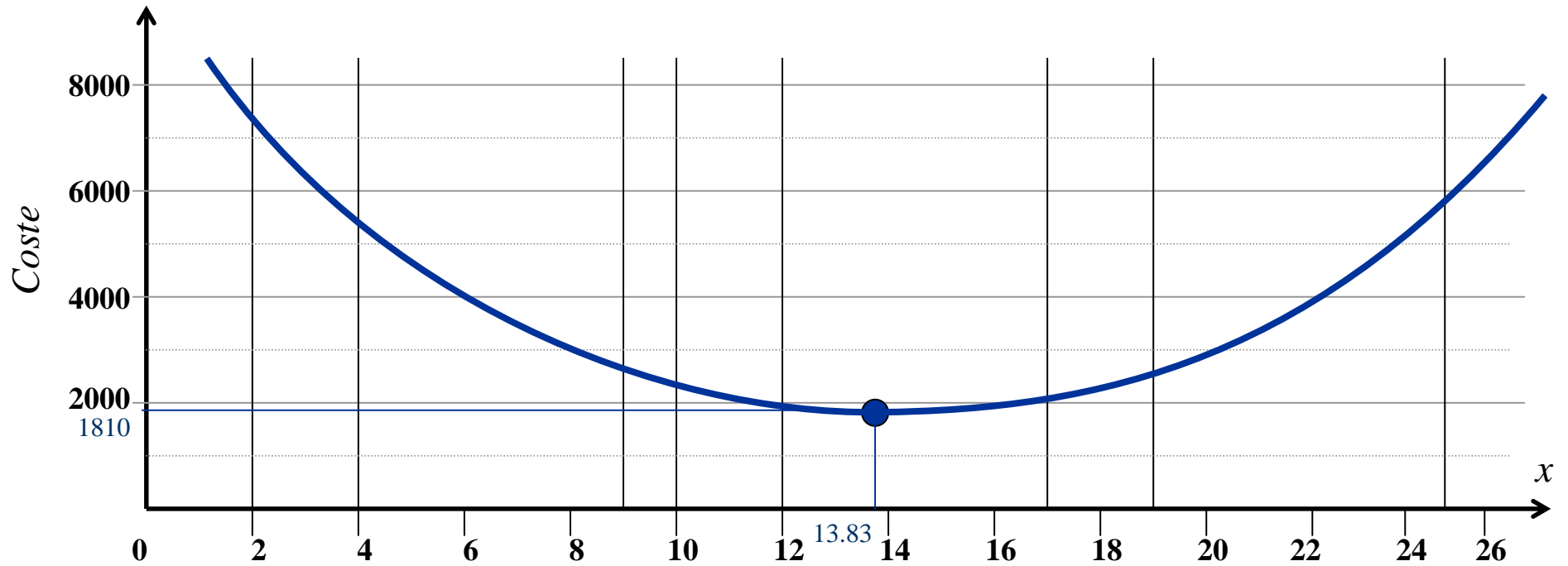
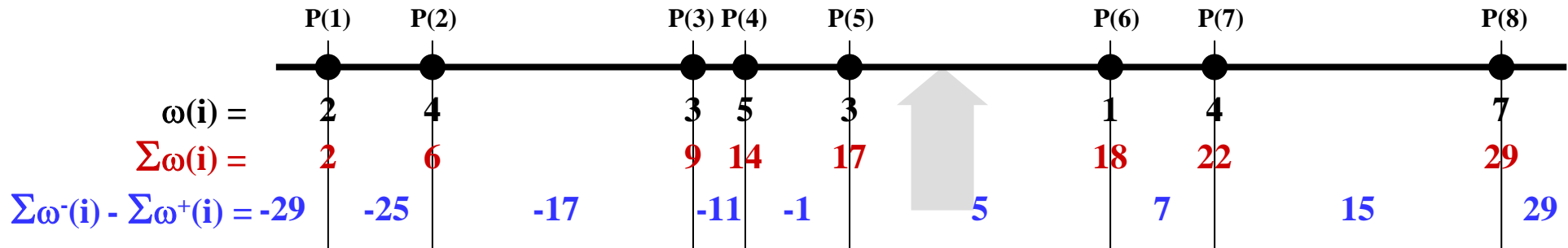
Localización unidimensional (distancias rectangular y euclídea)



Localización unidimensional (d_R, d_E). Óptimo múltiple



Localización unidimensional (distancia cuadrática)

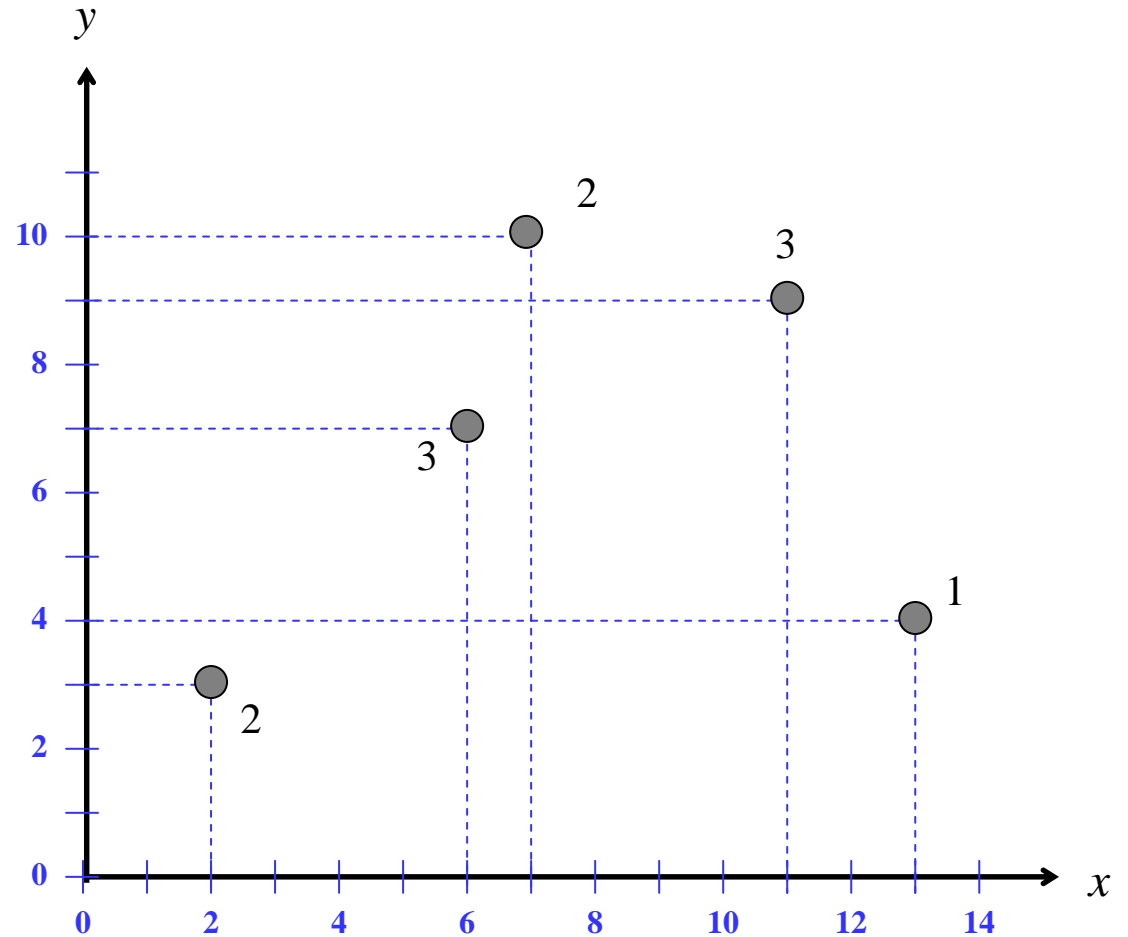


Localización bidimensional

Problemática:

- Distancia rectangular
- Distancia cuadrática
- Distancia euclídea

- Sin restricciones
- Con restricciones



Localización bidimensional (distancia rectangular)

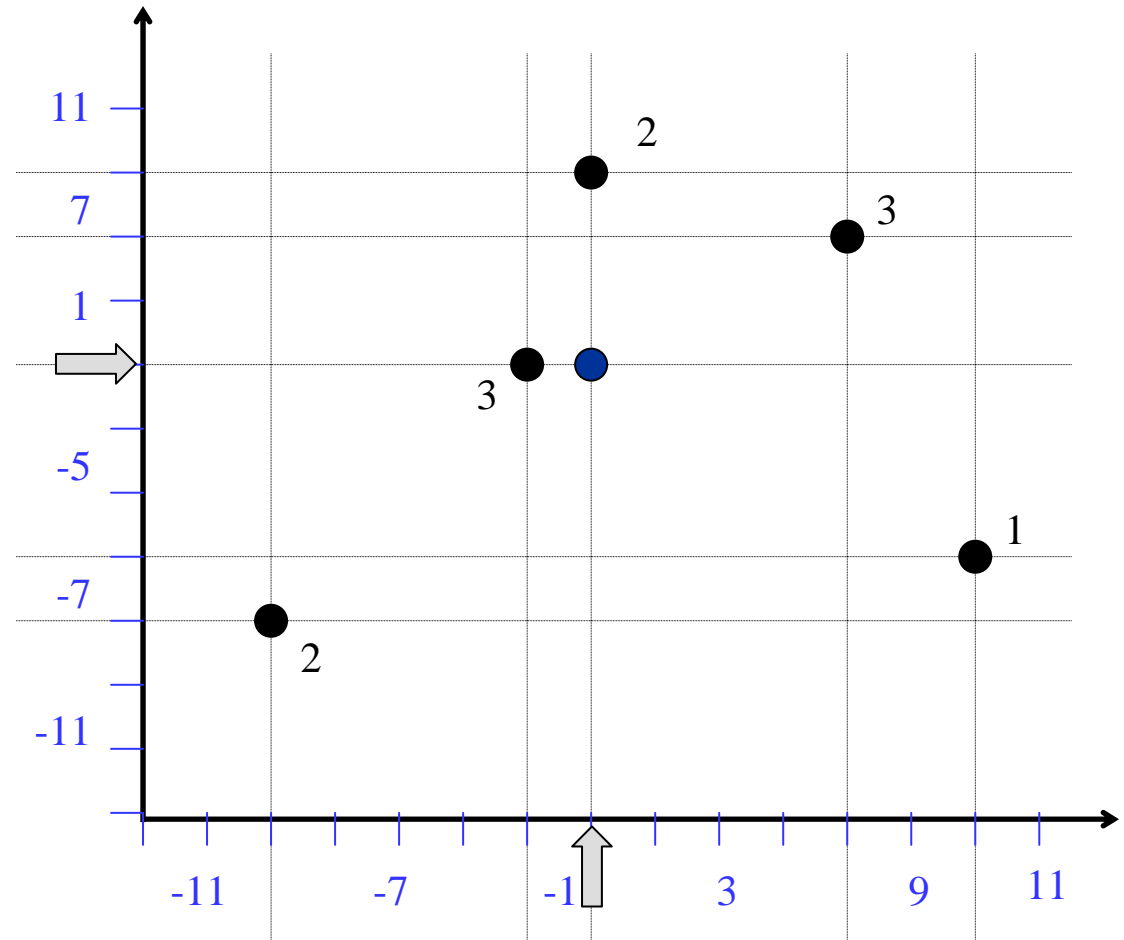
$$d_R(\vec{p}_i, \vec{p}) = |x_i - x| + |y_i - y|$$

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i d_R(\vec{p}_i, \vec{p})$$

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i (|x_i - x| + |y_i - y|)$$

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i |x_i - x| + \sum_{i=1}^n w_i |y_i - y|$$

$$E^* = E(\vec{p}^*) = \min_{\forall \vec{p}} \{E(\vec{p})\}$$



Localización bidimensional (d_R). Óptimo múltiple

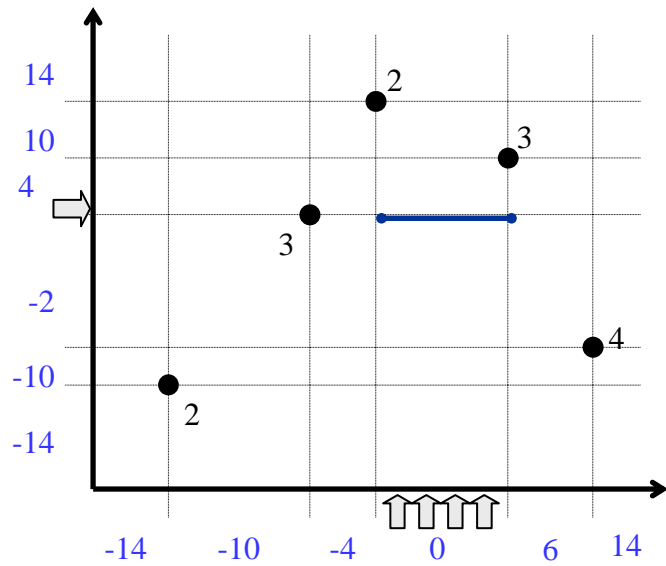


Figura 1: Óptimo múltiple en el eje x .

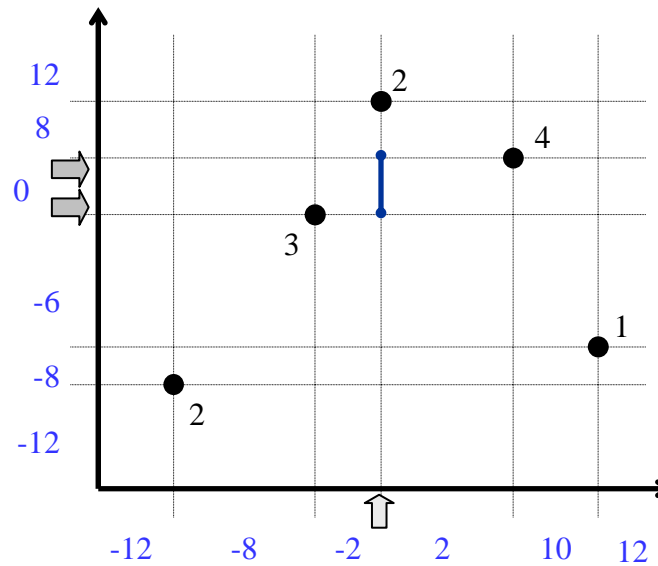


Figura 2: Óptimo múltiple en el eje y .

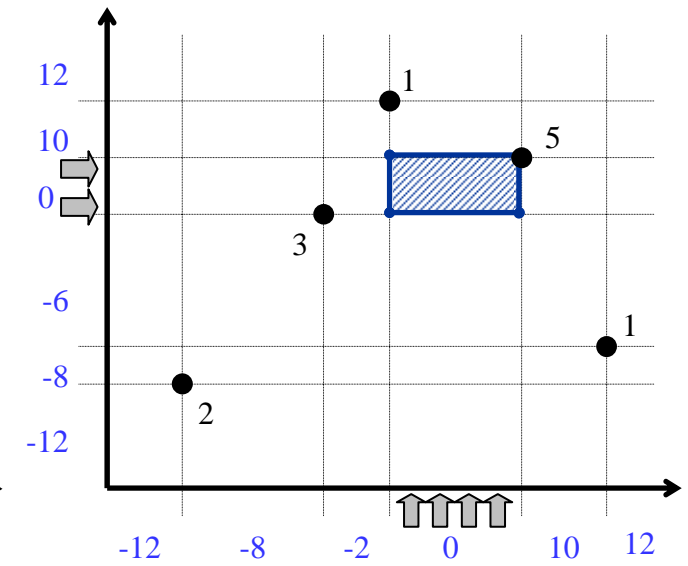


Figura 3: Óptimo múltiple en los ejes x e y .

Localización bidimensional (distancia cuadrática)

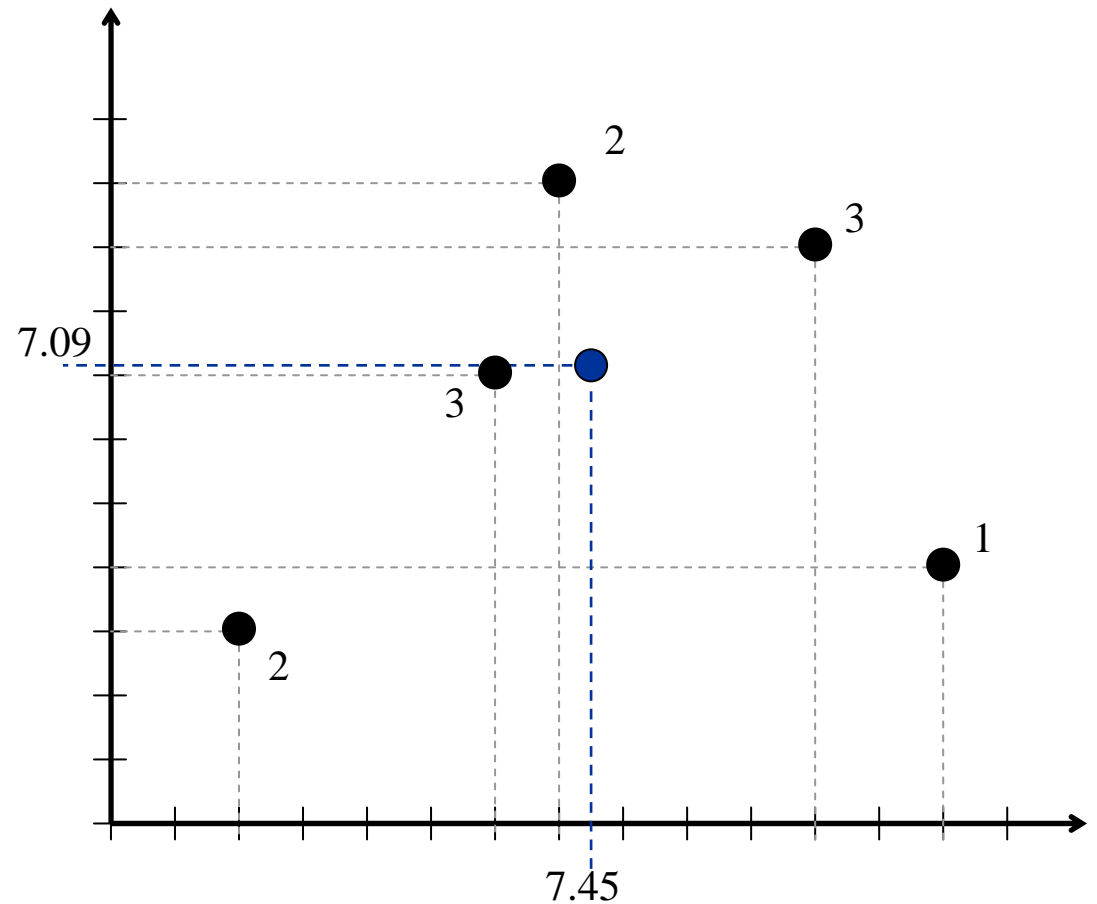
$$d_Q(\vec{p}_i, \vec{p}) = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2$$

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i d_Q(\vec{p}_i, \vec{p})$$

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i (x_i - x)^2 + \sum_{i=1}^n w_i (y_i - y)^2$$

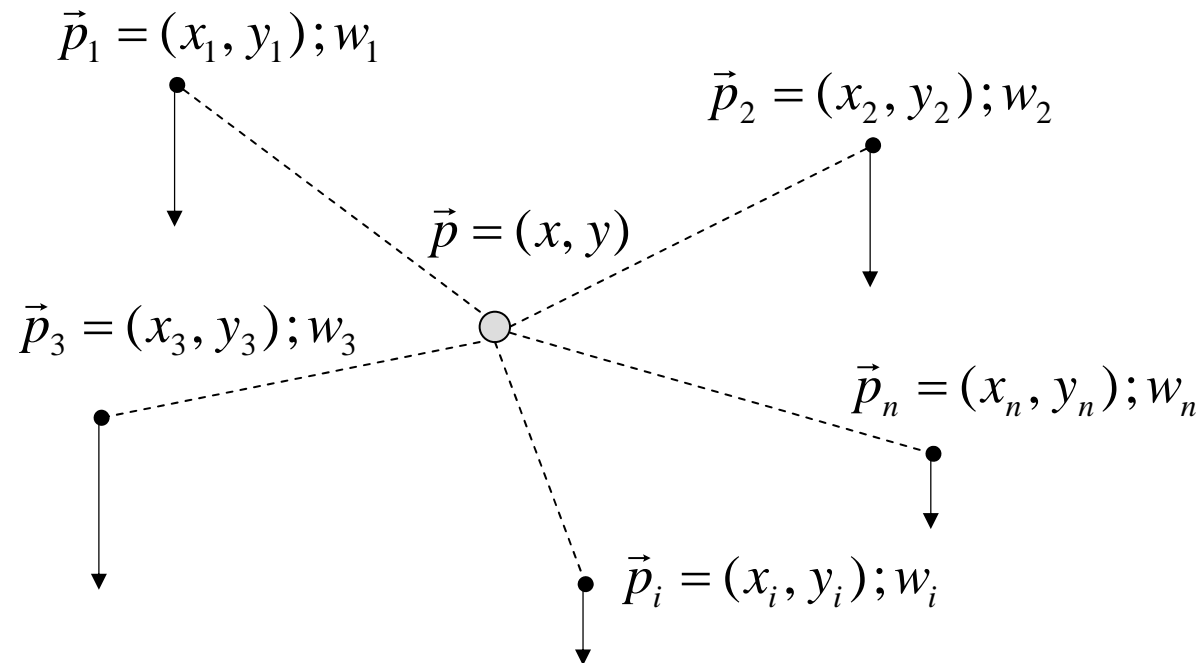
$$E^* = E(\vec{p}^*) = \min_{\forall \vec{p}} \{E(\vec{p})\}$$

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} ; y^* = \frac{\sum_{i=1}^n y_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$



Localización bidimensional (distancia euclídea). Fermat

$$d_E(\vec{p}_i, \vec{p}) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}; \quad E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}$$



Localización bidimensional (distancia euclídea). Óptimo de Kuhn

$$E(\vec{p}) = \sum_{i=1}^n w_i \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} ; E^* = E(\vec{p}^*) = \min_{\forall \vec{p}} \{E(\vec{p})\}$$

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i g_i(x, y)}{\sum_{i=1}^n g_i(x, y)} ; y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i g_i(x, y)}{\sum_{i=1}^n g_i(x, y)} ; g_i(x, y) = \frac{w_i}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + \varepsilon}}$$

Iteraciones :

$$x^{(k+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i g_i(x^{(k)}, y^{(k)})}{\sum_{i=1}^n g_i(x^{(k)}, y^{(k)})} ; y^{(k+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i g_i(x^{(k)}, y^{(k)})}{\sum_{i=1}^n g_i(x^{(k)}, y^{(k)})}$$

Líneas isocoste (distancia rectangular)

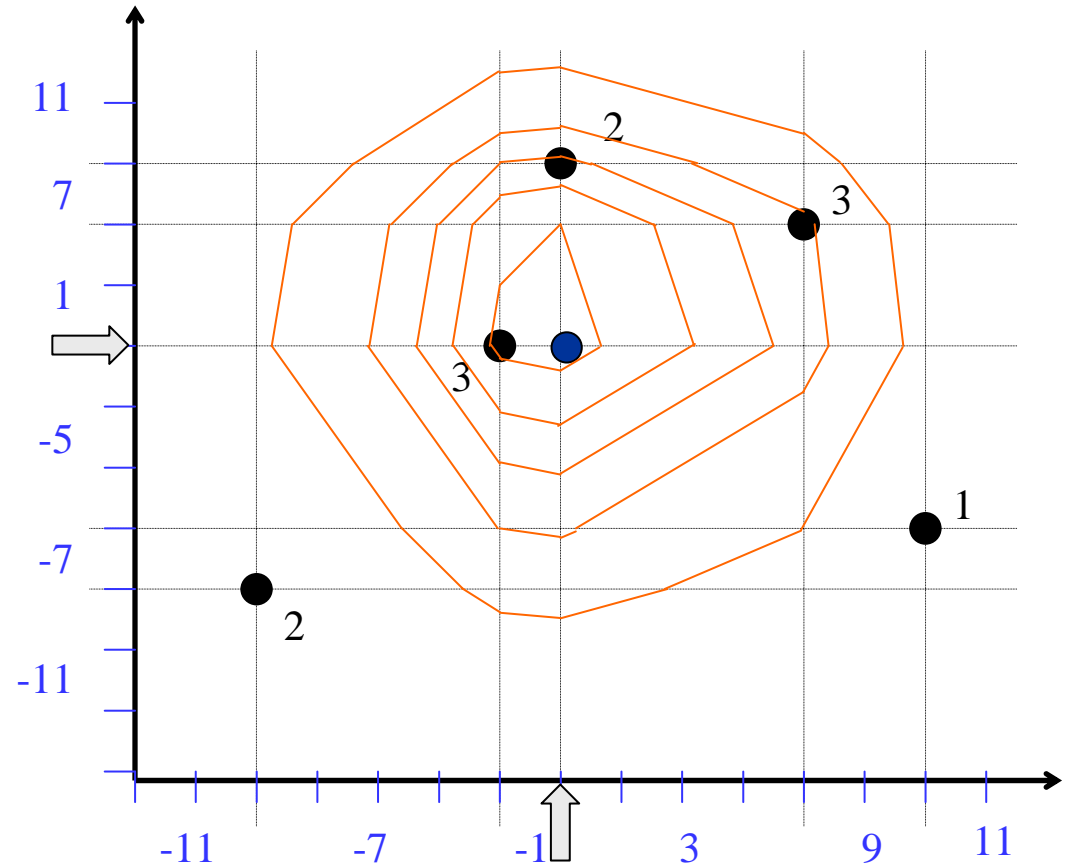
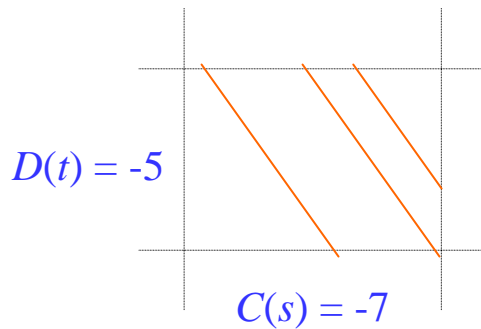
$$L_R(E_0) = \left\{ (x, y) \in R^2 : \sum_{i=1}^n w_i (|x_i - x| + |y_i - y|) = E_0 \right\}$$

Sean :

$C(s)$: valor asociado al tramo s del eje x

$D(t)$: valor asociado al tramo t del eje y

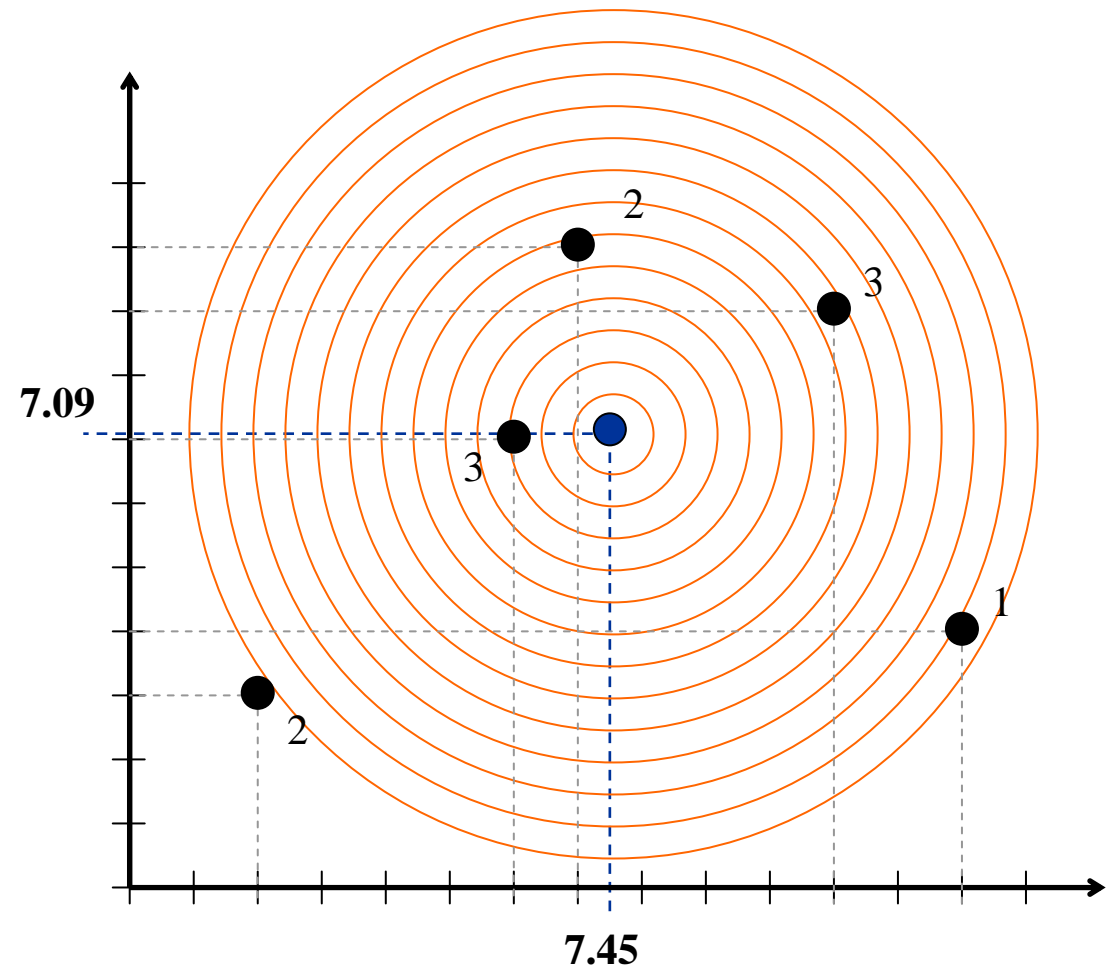
Pendiente reticular : $r(s, t) = -\frac{C(s)}{D(t)}$



Líneas isocoste (distancia cuadrática)

$$L_Q(E_0) = \left\{ \begin{array}{l} (x, y) \in R^2 : \\ \sum_{i=1}^n w_i (x_i - x)^2 + \\ + \sum_{i=1}^n w_i (y_i - y)^2 = E_0 \end{array} \right\}$$

Circunferencias



Líneas isocoste (distancia euclídea)

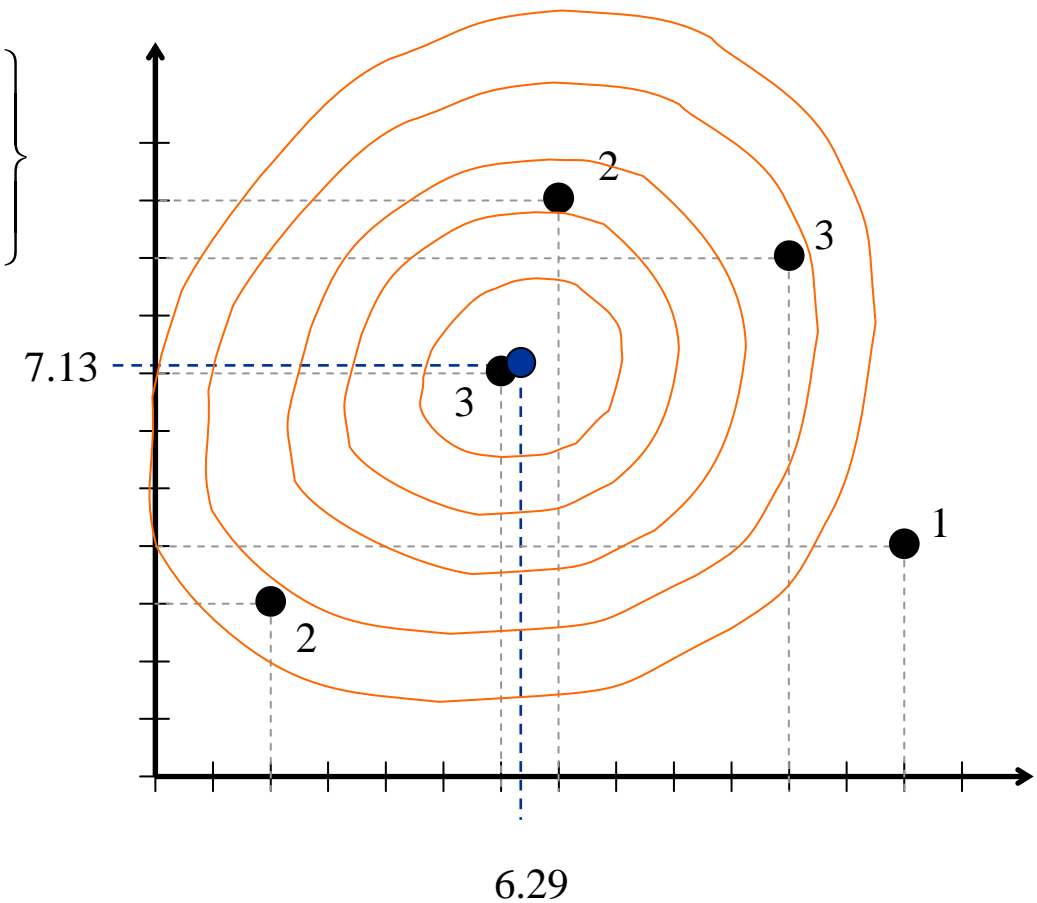
$$L_R(E_0) = \left\{ (x, y) \in R^2 : \sum_{i=1}^n w_i \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} = E_0 \right\}$$

Procedimiento:

0. Fijar $(x, y) \rightarrow$ Obtener E_0

1. Iterar:

- Fijar E_0, x
- Obtener y



Localización de diversas instalaciones

La localización de una sola instalación es un caso particular del problema de localización. En general el problema es más amplio e incluye las preguntas:

- ¿Cuántas instalaciones?
- ¿Dónde deben localizarse?
- ¿Con qué capacidad?
- ¿Con qué instalaciones o clientes debe relacionarse cada instalación?
- ¿Qué actividades debe desarrollar cada instalación?

Asignación de productos a parcelas

Notación:

- m : artículos o productos ($i=1,\dots,m$)
- n : parcelas ($j=1,\dots,n$)
- p : muelles de carga/descarga ($k=1,\dots,p$)

- A_i = número de parcelas necesarias para el artículo i
- c_{ij} = coste de colocar una unidad de producto i en la parcela j
- d_{kj} = distancia entre el muelle k y la parcela j

Asignación de un tipo de producto

Datos:

A = número de parcelas necesarias para el artículo

w_k = proporción de movimiento del artículo por el muelle k

c_j = coste de asignación del artículo a la parcela j (calcular)

$$c_j = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^p w_k d_{kj}$$

Procedimiento:

1. Ordenar las parcelas en sentido no decreciente de los costes c_j
2. Asignar las unidades de producto, de una en una, hasta completar A parcelas, según el orden establecido en 1.

Asignación de un producto. Ejemplo

	(4,12) 16	(6,10) 16	(8,8) 16	(10,8) 18	(12,10) 22
S ←	(2,10) 12	(4,8) 12	(6,6) 12	(8,6) 14	(10,8) 18
	(2,8) 10	(4,6) 10	(6,4) 10	(8,4) 12	(10,6) 16
	(4,6) 10	(6,4) 10	(8,2) 10	(10,2) 12	(12,4) 16

Celdas de 2x2 m² ↑ E

Asignación de varios tipos de producto

Planteos:

u_i : Volumen total de artículo i .

v_k : Proporción del total que atraviesa el muelle k .

u_i : Proporción del producto i en el total de artículos.

v_k : Volumen total que atraviesa el muelle k .

Volumen por celda del artículo i : $u_i' = \frac{u_i}{A_i}$

Distancia media a la parcela j : $f_j = \sum_{k=1}^p v_k d_{kj}$

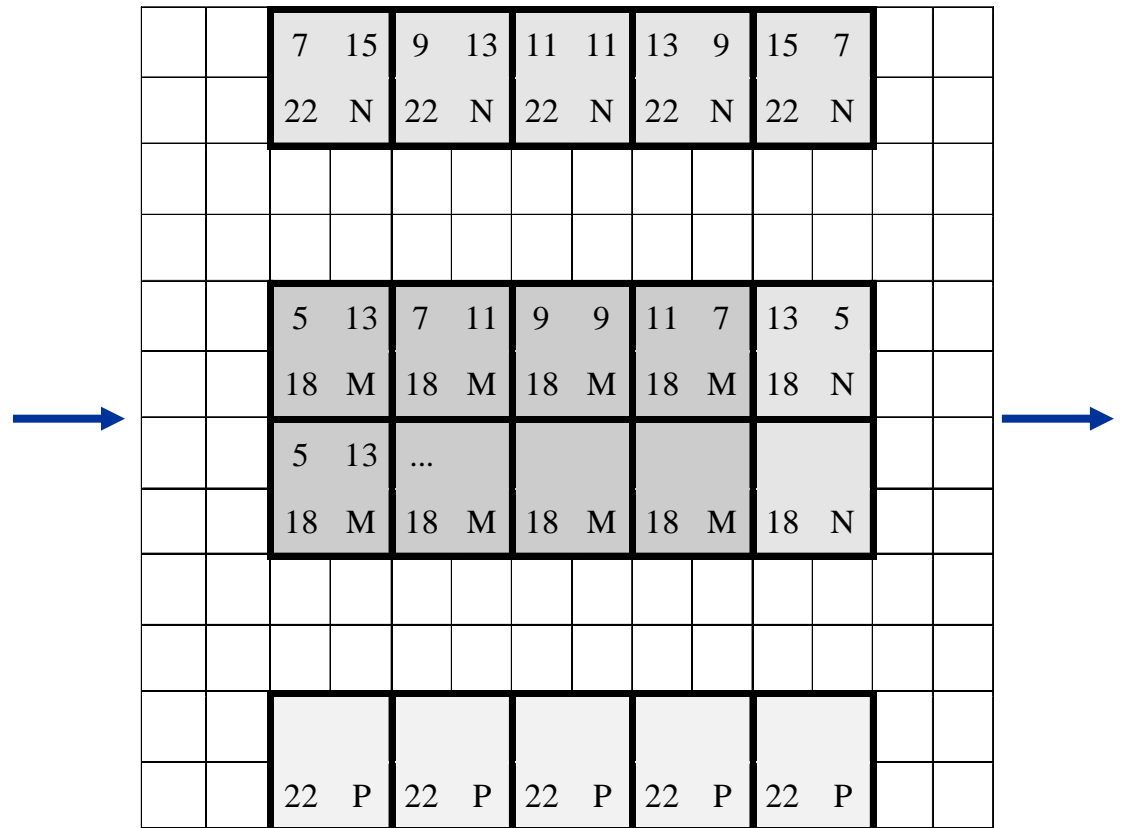
Coste de asignación del artículo i a la parcela j : $c_{ij} = u_i' f_j$

Varios tipos de producto. Ejemplo

<i>Prod</i>	A_i	u_i	u_i'
M	8	320	40
N	7	245	35
P	5	125	25

u_i = número de movimientos/día.

A_i = Celdas requeridas.



Cubrimiento. Preliminares

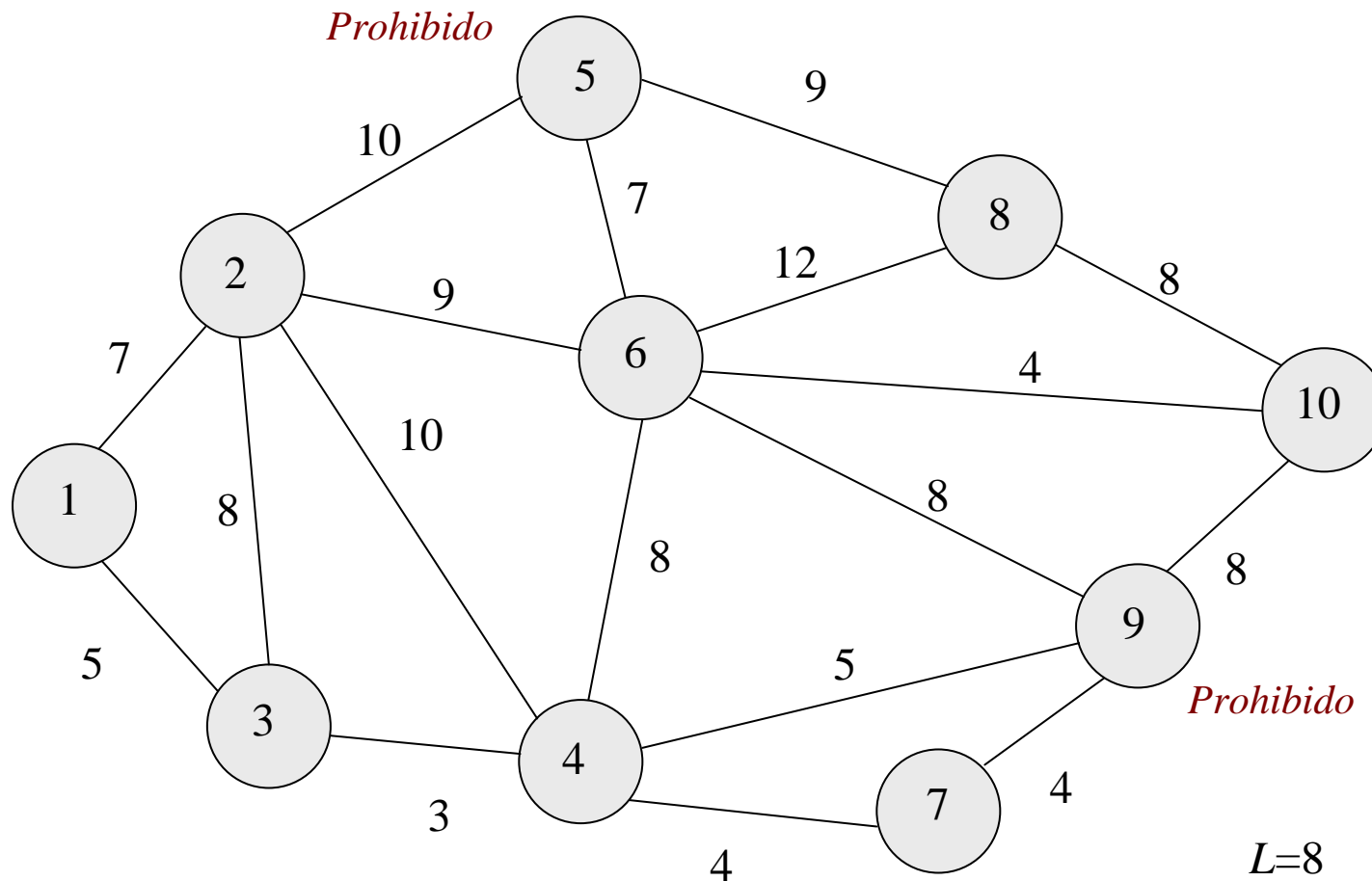
Condiciones:

- Se dispone de un conjunto de emplazamientos a cubrir
- Sea L la distancia máxima permitida para cubrir una instalación
- Sea d_i el peso (demanda) asociado al emplazamiento i .
- Se dispone de un grafo G de estructura de comunicaciones
- Se dispone de un conjunto de emplazamientos que no admiten una instalación

Objetivos:

- *Minimizar el número de instalaciones* de forma que todos los emplazamientos queden cubiertos (todo emplazamiento está a una distancia menor o igual a L de la instalación más próxima)
- *Maximizar la suma de pesos (Cobertura)* de los emplazamientos cubiertos con un número de instalaciones prefijado.

Cubrimiento. Ejemplo prototipo



- $d_1 = 2$
- $d_2 = 6$
- $d_3 = 3$
- $d_4 = 8$
- $d_5 = 5$
- $d_6 = 4$
- $d_7 = 7$
- $d_8 = 10$
- $d_9 = 9$
- $d_{10} = 6$

Cubrimiento. Mínimo número de instalaciones (1/2)

- *Nomenclatura básica:*

J : conjunto de emplazamientos ($j = 1, \dots, |J|$)

$I(\subseteq J)$: conjunto de instalaciones potenciales ($i = 1, \dots, |I|$)

L : distancia máxima de cobertura entre una instalación y un emplazamiento

l_{ij} : distancia mínima entre la instalación $i \in I$ y el emplazamiento $j \in J$

$I_j(L) = \{i \in I : l_{ij} \leq L\}$: conjunto de instalaciones que cubren el emplazamiento $j \in J$

x_i : variable binaria que vale 1 si en $i \in I$ se fija una instalación y vale 0 en caso contrario.

- *Modelo:*
$$\text{Min } z_1 = \sum_{i \in I} x_i \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{i \in I_j(L)} x_i \geq 1 \quad \forall j \in J \quad (1)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (2)$$

Cubrimiento. Mínimo número de instalaciones (2/2)

$$\text{Min } z_1 = \sum_{i=1}^{10} x_i \quad (0)$$

s.a.:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq 1 \quad (3)$$

$$x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 \geq 1 \quad (4)$$

$$x_6 \geq 1 \quad (5)$$

$$x_4 + x_6 + x_{10} \geq 1 \quad (6)$$

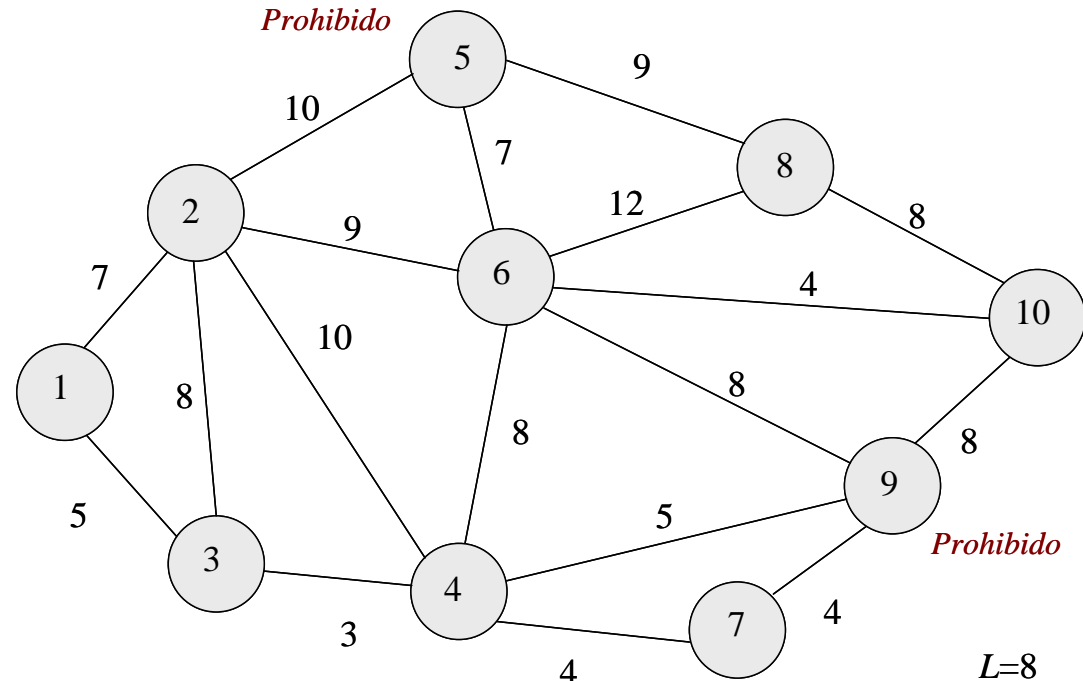
$$x_3 + x_4 + x_7 \geq 1 \quad (7)$$

$$x_8 + x_{10} \geq 1 \quad (8)$$

$$x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_{10} \geq 1 \quad (9)$$

$$x_6 + x_8 + x_{10} \geq 1 \quad (10)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, 10 \quad (11)$$



$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \quad (2)$$

$$x_6 = 1 \quad (5')$$

$$x_3 + x_4 + x_7 \geq 1 \quad (7)$$

$$x_8 + x_{10} \geq 1 \quad (8)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, 10 \quad (11)$$

$$x_3 = x_6 = x_8 = 1$$

$$x_3 = x_6 = x_{10} = 1$$



Cubrimiento. Máxima cobertura o satisfacción de la demanda (1/2)

- *Nomenclatura adicional:*

n : número máximo de instalaciones permitido ($n \leq |I|$)

d_j : demanda o peso del emplazamiento $j \in J$

x_i : variable binaria que vale 1 si en $i \in I$ se fija una instalación y vale 0 en caso contrario

y_j : variable binaria que vale 1 si se cubre el emplazamiento $j \in J$ y vale 0 en caso contrario

- *Modelo:*
$$\text{Max } z_2 = \sum_{j \in J} d_j y_j \quad (0)$$

s.a.:

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j(L)} x_i \quad \forall j \in J \quad (1)$$

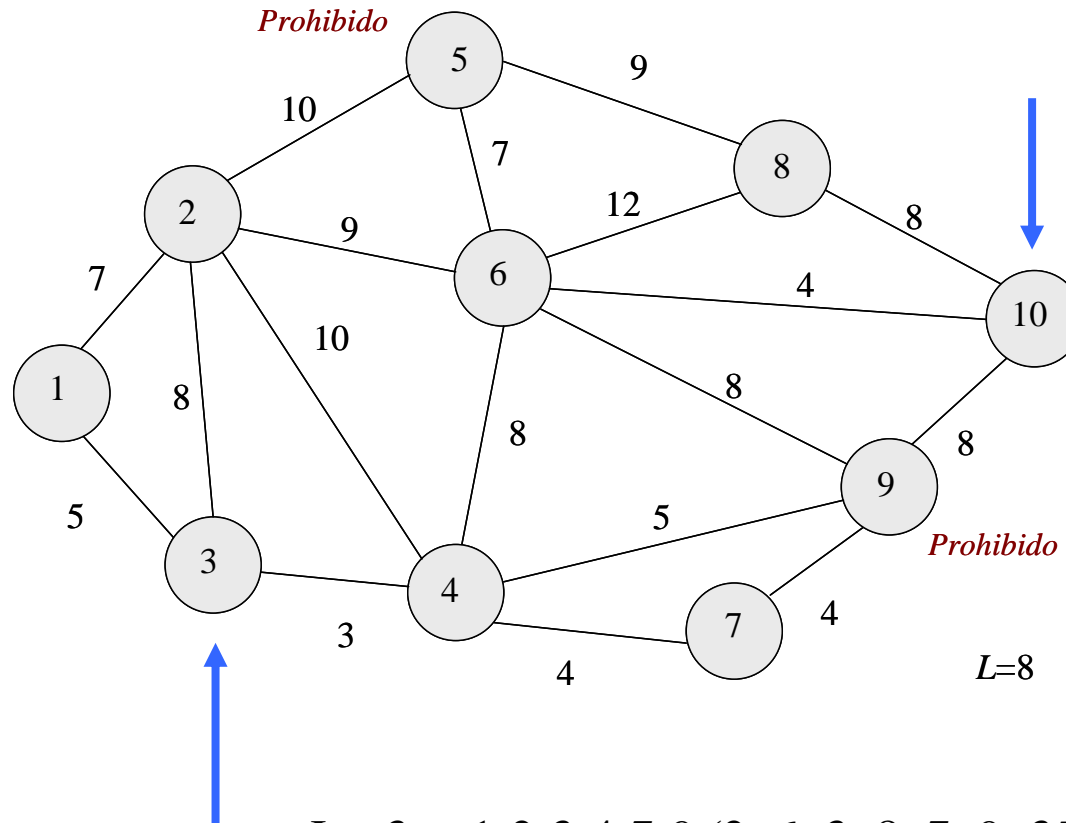
$$\sum_{i \in I} x_i \leq n \quad (2)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (4)$$

Cubrimiento. Máxima cobertura o satisfacción de la demanda (2/2)

- $d_1 = 2$
- $d_2 = 6$
- $d_3 = 3$
- $d_4 = 8$
- $d_5 = 5$
- $d_6 = 4$
- $d_7 = 7$
- $d_8 = 10$
- $d_9 = 9$
- $d_{10} = 6$



Ins.	C.it.1	C.it.2
1	19	---
2	11	---
3	35	---
4	33	4
5	<i>Prohibido</i>	
6	32	15
7	27	---
8	16	16
9	<i>Prohibido</i>	
10	29	20

Ins-3 : 1-2-3-4-7-9 (2+6+3+8+7+9=35)

Ins-10 : 6-8-10 (4+10+6=20)

