

2. INTEGRACIÓ NUMÈRICA.

1. Calculeu $\int_0^\pi \sin x \, dx$ aproximadament
 - a) usant la regla dels trapezidis per a $n=2,4,8$.
 - b) usant la regla de Simpson per a $n=2,4,8$.
 - c) calculeu el valor exacte de la integral i determineu els errors comesos en cada cas. Quina evolució segueixen?
 - d) compareu els errors comesos amb els errors màxims possibles.

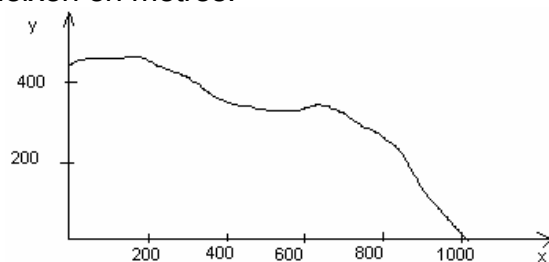
2. Calculeu aproximadament el valor de les integrals de més avall, usant
 - a) la regla dels trapezidis
 - b) la regla de Simpsoni determineu en cada cas una fita per a l'error comès.

1) $\int_0^2 x^3 \, dx$ (n=4)

2) $\int_0^1 \sin x^2 \, dx$ (n=2)

3. Usant la regla dels trapezidis estimeu el valor de $\int_0^1 e^{-x^2} \, dx$. Determineu n per tal que l'error sigui inferior a 0,01.

4. Usant la regla de Simpson, estimeu la superfície d'un terreny com el del dibuix, on x i y es medeixen en metres.



x	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
y	500	500	480	448	360	360	380	352	300	140	0

5. Comproveu que la integral el·líptica

$$16\sqrt{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{2}{3} \sin^2 t} \, dt$$

dóna la longitud d'una el·lipse de semieixos 4 i $4\sqrt{3}$. Calculeu el seu valor aproximat usant la regla de Simpson amb $n=8$.

SOLUCIONS

1. a) 1.571; 1.896; 1.974 b) 2.0944; 2.0046; 2.0003 c) valor exacte:2 d)

errors màxims: 0.646; 0.162; 0.040 (regla dels trapezidis) i 0.1063; 0.0066; 0.0004
(regla de Simpson).

2. 1) $T_4 = 4.25$, $F_4 = 0.50$; $S_4 = 4$, $F_4 = 0$

2) $T_2 = 0.334$, $F_2 = 0.125$; $S_2 = 0.305$, $F_2 = 0.027$

3. $n=5$; $T_5 = 0.744$

4. $S_{10} = 358000 \text{ m}^2$

5. 34.952