

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

**Unidad 1:
Introducción a la Óptica**

Jaume Escofet



Uso de este material

Copyright  2011 by Jaume Escofet

El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de  ptica Geométrica e Instrumental. Unidad 1: Introducción a la óptica** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas est n sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

Terrassa, Septiembre de 2011.

UNIDAD 1. PROBLEMAS

1. Un rayo de luz roja, que se propaga en el vacío con una longitud de onda de $\lambda = 650$ nm, se refracta en el agua. Determina:

- La frecuencia de la onda en el vacío
- La longitud de onda de la luz en el agua
- La frecuencia de la onda en el agua
- La energía de un fotón de esta luz roja
- La cantidad de movimiento de un fotón de esta onda

R/ a) $f = 4,61 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $\lambda' = 488,7$ nm; c) $f' = 4,61 \cdot 10^{14}$ Hz; d) $E = 3,06 \cdot 10^{-19}$ J.
e) $p = 1,02 \cdot 10^{-27}$ Kg m/s.

2. El Sol est  situado a una distancia de $1,50 \cdot 10^{11}$ metros de la Tierra.  Cu nto tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra?

R/ $t = 500$ s = 8 minutos y 20 segundos.

3. Determina la frecuencia de las siguientes ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío:

- Una onda de radio de $\lambda = 1$ Km
- Una onda de microondas de $\lambda = 1$ cm
- Una onda de luz de $\lambda = 300$ nm
- Una onda de rayos X de $\lambda = 10$ nm
- Una onda de rayos γ de $\lambda = 0,1$ nm

R/ a) $f = 3 \cdot 10^5$ Hz; b) $f = 3 \cdot 10^{10}$ Hz; c) $f = 10^{15}$ Hz; d) $f = 3 \cdot 10^{16}$ Hz; e) $f = 3 \cdot 10^{18}$ Hz.

4. La ecuación $y = A \operatorname{sen} 2\pi \left(f t - \frac{x}{\lambda} \right)$ representa una onda luminosa plana, linealmente polarizada, que se propaga en la dirección del eje x y oscila en la dirección del eje y . Sea y , en este caso, el campo eléctrico de una onda electromagnética que se propaga en el vacío con $A = 150 \frac{N}{C}$ y frecuencia $f = 1,5 \cdot 10^8$ Hz. Determina:

- La longitud de onda de esta onda electromagnética.
-  A qué rango del espectro electromagnético pertenece?
- Considera el instante de tiempo $t = 0$ s. Dibuja el valor del campo eléctrico y en función de la posición x para los siguientes valores de x : $x = 0$, $x = \lambda/4$, $x = \lambda/2$, $x = 3\lambda/4$ y $x = \lambda$.
- Dibuja la forma de la onda para $t = 0$ s.

R/ a) 2 m; b) Ondas de radio.

5. Una onda luminosa plana, armónica, polarizada linealmente, que se propaga en un vidrio, tiene una intensidad de campo eléctrico dada por:

$$E = 6 \cdot 10^6 \sin\left(\pi 10^{15} t - \frac{\pi}{2} \cdot 10^7 x\right)$$

Determina:

- La frecuencia de la onda luminosa en el vidrio.
- La longitud de la onda luminosa en el vidrio.
- La velocidad de la onda luminosa en el vidrio.
- El índice de refracción del vidrio.
- La frecuencia de la onda luminosa si se propagase en el vacío.
- La longitud de la onda luminosa si se propagase en el vacío.

R/ a) $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ m. c) $v = 2 \cdot 10^8$ m/s; d) $n = 1,5$; e) $f' = 5 \cdot 10^{14}$ Hz;
f) $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ m

6. Sabiendo que el índice de refracción del agua es $n = 1,33$ y que el índice de refracción del vidrio es $n = 1,50$ determina la velocidad de la luz:

- En el agua
- En el vidrio

R/ a) $v = 225.000$ Km/s; b) $v = 200.000$ Km/s

7. La distancia entre la Tierra y la Luna puede determinarse a partir del tiempo que tarda una luz láser en viajar desde la Tierra a la Luna y volver. Si se puede medir la duración de este tiempo con un error de una décima de nanosegundo ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$). ¿Qué error, Δe , se comete al medir la distancia entre la Tierra y la Luna?

R/ 0,015 m.

8. El valor promedio de la radiación solar que incide perpendicularmente sobre la superficie de la Tierra es de 1000 W/m^2 . Si suponemos que dicha radiación tiene una longitud de onda promedio de $\lambda = 550 \text{ nm}$, calcula el número de fotones que inciden sobre una superficie de 1 cm^2 cada segundo.

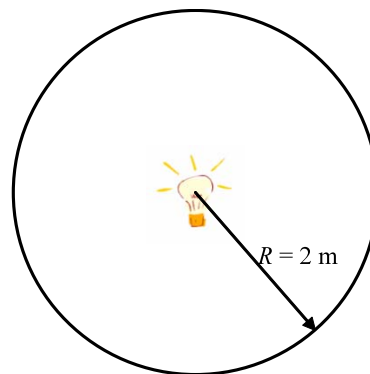
R/ $3,75 \cdot 10^{17}$ fotones/(segundo. cm^2).

9. El puntero láser de la figura emite luz roja ($\lambda = 650 \text{ nm}$) con una potencia de 5 mW . Determina el número de fotones que emite este puntero cada segundo.



R/ $1,63 \cdot 10^{16}$ fotones/segundo.

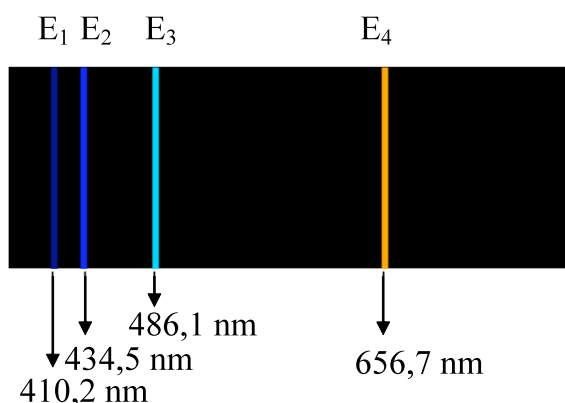
10. Sea una bombilla incandescente de 100 W. Supongamos que solamente el 1% de dicha potencia se emite en la región del visible (el 99% restante se transforma en calor), que toda la luz que emite esta bombilla incandescente en la región visible es de $\lambda = 500$ nm y que ésta se distribuye isotrópicamente: Determina:



- La energía de un fotón de luz visible.
- La cantidad de movimiento de un fotón de luz visible.
- El número de fotones de luz visible que emite la bombilla cada segundo.
- La presión luminosa ejercida por los fotones de luz visible sobre un cuerpo negro situado frontalmente a 2 metros de distancia.

R/ a) $E = 3,98 \cdot 10^{-19}$ J; b) $p = 1,33 \cdot 10^{-27}$ Kg m/s; c) $2,51 \cdot 10^{18}$ fotones/s; d) $6,64 \cdot 10^{-11}$ N/m²

11. La figura muestra una lámpara e hidrógeno con su correspondiente espectro atómico visible. Completa la tabla siguiente. Expresa la frecuencia en Hz y la energía en J.



$\lambda_1 =$	$f_1 =$	$E_1 =$
$\lambda_2 =$	$f_2 =$	$E_2 =$
$\lambda_3 =$	$f_3 =$	$E_3 =$
$\lambda_4 =$	$f_4 =$	$E_4 =$

12. La energía necesaria para arrancar un electrón en una superficie metálica es de $3,50 \cdot 10^{-19}$ J. Determina en que casos se podrá arrancar el electrón y en que casos no:

- Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 300$ nm.
- Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 400$ nm.
- Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 500$ nm.
- Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 600$ nm.

R/ En todos excepto en el d).

Comentarios a los problemas de la Unidad 1.

Como norma general debe trabajarse con unidades del sistema internacional de unidades, esto es: La distancia en metros (m), el tiempo en segundos (s), la frecuencia en Hertz (Hz), la energía en Joules (J) y la cantidad de movimiento en Kg m/s.

1. Debe tenerse en cuenta las relaciones entre velocidad (c), longitud de onda (λ), frecuencia (f), energía (E) y cantidad de movimiento (p) del fotón. También debe considerarse que cuando la luz cambia de medio su velocidad cambia y, consecuentemente, también su longitud de onda. En cambio la frecuencia de la luz al cambiar de medio se mantiene constante.

2. La luz se mueve a velocidad constante, lo que significa que se cumple la fórmula:

$$v = \frac{\text{espacio}}{\text{tiempo}}. \text{Aplicando esta fórmula se obtiene el tiempo que tarda la luz en viajar.}$$

3. Debe tenerse en cuenta las relaciones entre velocidad (c), longitud de onda (λ), frecuencia (f).

4. a) Recuérdese que en el vacío todas las ondas electromagnéticas se propagan a la misma velocidad, c .

b) Consultar el espectro electromagnético.

c) Fijado el valor de t debe representarse gráficamente la función seno para diferentes valores de x .

d) Se extiende la función anterior a una distancia que comprenda longitudes de onda.

5. Comparar la ecuación $E = 6 \cdot 10^6 \sin\left(\pi 10^{15} t - \frac{\pi}{2} \cdot 10^7 x\right)$ con la ecuación general de una onda armónica plana, linealmente polarizada.

6. De inmediata solución a partir de la definición de índice de refracción de un medio.

7. La velocidad con que viaja la luz láser en el vacío es c . La precisión en el tiempo es de $\frac{1}{10} 10^{-9}$ s. medido a la ida y a la vuelta. De la ecuación $e = ct$ se obtiene que la precisión en la distancia es: $\Delta e = c\Delta t$.

8. $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ significa $\frac{\text{Wattios}}{\text{metro cuadrado}}$. Téngase en cuenta que $1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} = \frac{\text{Joule}}{\text{segundo}}$. La energía de 1 fotón, expresada en Joules, viene dada por: $E = hf$. Finalmente la superficie de incidencia es de 1 cm^2 .

9. mW significa miliwatios, o sea: $5 \text{ mW} = 0,005 \text{ W}$.

Téngase en cuenta las mismas consideraciones que en el ejercicio 8.

10. Los apartados a), b) y c) han sido resueltos de forma parecida en ejercicios anteriores. Para la resolución del apartado d) debe tenerse en cuenta que la presión P es el cociente entre la fuerza F y la superficie S donde se aplica. $P = \frac{F}{S}$. La fuerza F puede calcularse como la variación de la cantidad de movimiento p respecto del tiempo t . Así pues: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_f - p_i}{t}$. Donde p_f es la cantidad de movimiento final y p_i es la cantidad de movimiento inicial.

Debido al principio de acción y reacción, la fuerza ejercida sobre el cuerpo negro vale:

$$F = -\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{p_f - p_i}{t}.$$

Teniendo en cuenta que un cuerpo negro absorbe toda la luz que incide en él, lo que

significa que $p_f = 0$. $F = -\frac{p_f - p_i}{t} = \frac{p_i}{t} = \frac{n^\circ \text{ de fotones}}{t} p_{i \text{ foton}}$, donde $p_i = (n^\circ \text{ de fotones} \cdot p_{i \text{ foton}})$, siendo $p_{i \text{ foton}}$ es la energía de un solo fotón inicial.

Considerando que la luz se distribuye isotrópicamente, o lo que es lo mismo, igual en todas las direcciones, para calcular la superficie S de incidencia debe tomarse una esfera de radio 2 m de radio.

11. Debe tenerse en cuenta las relaciones entre velocidad (c), longitud de onda (λ), frecuencia (f) así como la energía (E) del fotón.

12. Debe cumplirse que la energía del fotón incidente sea mayor o igual que la energía necesaria para arrancar el electrón.

UNIDAD 1. SOLUCIONES

1. Un rayo de luz roja, que se propaga en el vacío con una longitud de onda de $\lambda = 650$ nm, se refracta en el agua. Determina:

- La frecuencia de la onda en el vacío
- La longitud de onda de la luz en el agua
- La frecuencia de la onda en el agua
- La energía de un fotón de esta luz roja
- La cantidad de movimiento de un fotón de esta onda

SOLUCIÓN:

a) $c = \lambda f$; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $\lambda = 650$ nm = $650 \cdot 10^{-9}$ m.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 4,61 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

b) $n = 1,33$; $\lambda' = \frac{\lambda}{n} = \frac{650}{1,33} = 488,7$ nm.

c) La frecuencia de la luz en el agua es la misma que la frecuencia de la luz en el vacío.

$$f' = f = 4,61 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

d) $E = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,61 \cdot 10^{14} = 3,06 \cdot 10^{-19}$ J.

e) $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{650 \cdot 10^{-9}} = 1,02 \cdot 10^{-27} \frac{\text{Kg m}}{\text{s}}$

2. El Sol est  situado a una distancia de $1,50 \cdot 10^{11}$ metros de la Tierra.  Cu nto tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra?

SOLUCIÓN:

La velocidad se expresa como: $v = \frac{e}{t}$, $v = c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1,50 \cdot 10^{11}$ m.

$$t = \frac{e}{c} = \frac{1,50 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^2 \text{ s} = 500 \text{ s} = 8 \text{ minutos y } 20 \text{ segundos.}$$

3. Determina la frecuencia de las siguientes ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío:

- Una onda de radio de $\lambda = 1 \text{ Km}$
- Una onda de microondas de $\lambda = 1 \text{ cm}$
- Una onda de luz de $\lambda = 300 \text{ nm}$
- Una onda de rayos X de $\lambda = 10 \text{ nm}$
- Una onda de rayos γ de $\lambda = 0,1 \text{ nm}$

SOLUCIÓN:

$$c = \lambda f; f = \frac{c}{\lambda}.$$

$$\text{a) } \lambda = 1 \text{ Km} = 1000 \text{ m}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8}{1000} = 3 \cdot 10^5 \text{ Hz}.$$

$$\text{b) } \lambda = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8}{0,01} = 3 \cdot 10^{10} \text{ Hz}.$$

$$\text{c) } \lambda = 300 \text{ nm} = 300 \cdot 10^{-9} \text{ m}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 10^{15} \text{ Hz}.$$

$$\text{d) } \lambda = 10 \text{ nm} = 10 \cdot 10^{-9} \text{ m}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^{16} \text{ Hz}.$$

$$\text{e) } \lambda = 0,1 \text{ nm} = 0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}; \quad f = \frac{3 \cdot 10^8}{0,1 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

4. La ecuación $y = A \text{ sen } 2\pi \left(f t - \frac{x}{\lambda} \right)$ representa una onda luminosa plana, linealmente polarizada, que se propaga en la dirección del eje x y oscila en la dirección del eje y . Sea y , en este caso, el campo eléctrico de una onda electromagnética que se propaga en el vacío con $A = 150 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ y frecuencia $f = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$. Determina:

- La longitud de onda de esta onda electromagnética.
- ¿A qué rango del espectro electromagnético pertenece?
- Considera el instante de tiempo $t = 0 \text{ s}$. Dibuja el valor del campo eléctrico y en función de la posición x para los siguientes valores de x : $x = 0$, $x = \lambda/4$, $x = \lambda/2$, $x = 3\lambda/4$ y $x = \lambda$.
- Dibuja la forma de la onda para $t = 0 \text{ s}$.

SOLUCIÓN:

$$\text{a) } c = \lambda f; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} = 2 \text{ m}.$$

b) La onda electromagnética pertenece a las ondas de radio.

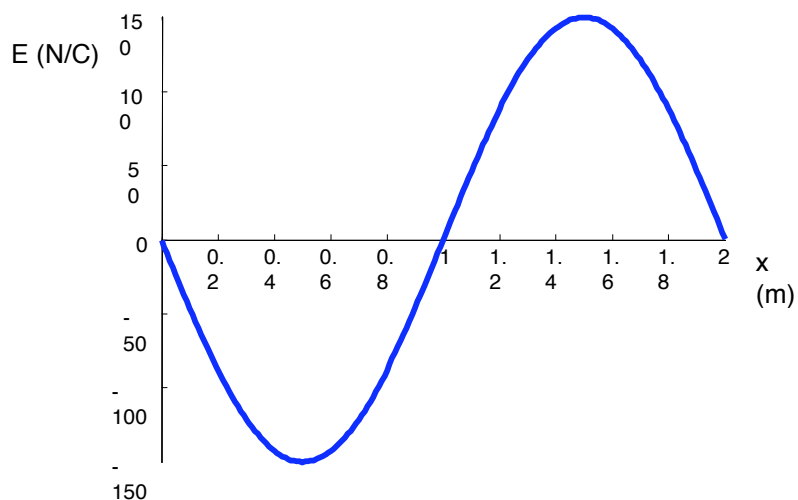
c) En el instante de tiempo $t = 0$ la ecuación de la onda electromagnética es:

$$y = 150 \operatorname{sen} 2\pi \left(1,5 \cdot 10^8 \cdot 0 - \frac{x}{2} \right) = 150 \operatorname{sen} 2\pi \left(-\frac{x}{2} \right) = -150 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{2} \right)$$

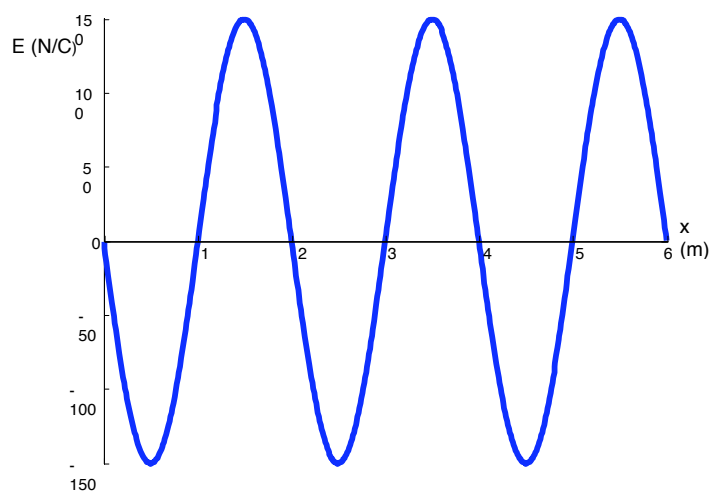
Los valores numéricos de esta función son los siguientes:

x	0	$\lambda/4 = 0,5 \text{ m}$	$\lambda/2 = 1 \text{ m}$	$3\lambda/4 = 1,5 \text{ m}$	$\lambda = 2 \text{ m}$
y	0	-150	0	150	0

Cuya representación gráfica es:



d) Debido a que la función es periódica, la forma de la onda será la siguiente:



5. Una onda luminosa plana, armónica, polarizada linealmente, que se propaga en un vidrio, tiene una intensidad de campo eléctrico dada por:

$$E = 6 \cdot 10^6 \sin\left(\pi 10^{15} t - \frac{\pi}{2} \cdot 10^7 x\right)$$

Determina:

- La frecuencia de la onda luminosa en el vidrio.
- La longitud de la onda luminosa en el vidrio.
- La velocidad de la onda luminosa en el vidrio.
- El índice de refracción del vidrio.
- La frecuencia de la onda luminosa si se propagase en el vacío.
- La longitud de la onda luminosa si se propagase en el vacío.

SOLUCIÓN:

La ecuación general de una onda luminosa, armónica y linealmente polarizada es:

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

Comparando las dos ecuaciones se obtiene:

$$E_0 = 6 \cdot 10^6 \text{ N/C}; \quad \omega = \pi \cdot 10^{15} \text{ 1/s}; \quad k = \frac{\pi}{2} \cdot 10^7 \text{ 1/m.}$$

$$\text{a) } \omega = 2\pi f; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi \cdot 10^{15}}{2\pi} = \frac{10^{15}}{2} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

$$\text{b) } k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2} \cdot 10^7} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

$$\text{c) La velocidad de la onda es: } v = \lambda f = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

$$\text{d) } n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} = 1,5.$$

e) La frecuencia de una onda electromagnética permanece inalterable al cambiar de medio. Así pues: $f' = f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

$$\text{f) } \lambda' = \frac{\lambda}{n}; \quad \lambda = \lambda' n = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m.}$$

6. Sabiendo que el índice de refracción del agua es $n = 1,33$ y que el índice de refracción del vidrio es $n = 1,50$ determina la velocidad de la luz:

- En el agua
- En el vidrio

SOLUCIÓN:

$$n = \frac{c}{v}; \quad v = \frac{c}{n}.$$

$$\text{a) } v = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{4}{3}} = 2,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,25 \cdot 10^5 \frac{\text{Km}}{\text{s}} = 225.000 \frac{\text{Km}}{\text{s}}.$$

$$\text{b) } v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,50} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Km}}{\text{s}} = 200.000 \frac{\text{Km}}{\text{s}}.$$

7. La distancia entre la Tierra y la Luna puede determinarse a partir del tiempo que tarda una luz láser en viajar desde la Tierra a la Luna y volver. Si se puede medir la duración de este tiempo con un error de una décima de nanosegundo ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$).  Qu  error, Δe , se comete al medir la distancia entre la Tierra y la Luna?

SOLUCIÓN:

El error cometido, Δt , en la medida del tiempo que tarda la luz láser en ir de la Tierra a la Luna es la mitad de la décima de nanosegundo (ya que se considera la mitad del

trayecto). $\Delta t = \frac{1}{2} \frac{1}{10} 10^{-9}$. La distancia recorrida por la luz es: $e = c t$.

El error cometido en la medida de la distancia, Δe , vale:

$$\Delta e = c \Delta t = 3 \cdot 10^8 \frac{1}{2} \frac{1}{10} 10^{-9} = 1,5 \cdot 10^{-2} = 0,015 \text{ m}.$$

Este resultado indica que puede medirse la distancia entre la Tierra y la Luna con un error máximo de 15 mm.

8. El valor promedio de la radiación solar que incide perpendicularmente sobre la superficie de la Tierra es de 1000 W/m^2 . Si suponemos que dicha radiación tiene una longitud de onda promedio de $\lambda = 550 \text{ nm}$, calcula el número de fotones que inciden sobre una superficie de 1 cm^2 cada segundo.

SOLUCIÓN:

Teniendo en cuenta que $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$, la radiación que incide en 1 cm^2 será:

$$1000 \frac{\text{W}}{10000 \text{ cm}^2} = 0,1000 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

Si sustituimos en la expresión anterior: $1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}$; La radiación que incide en 1 cm^2

$$\text{será: } 0,1000 \frac{\text{J}}{\text{s cm}^2}.$$

Como la energía de un fotón es:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{550 \cdot 10^{-9}} = 0,0361 \cdot 10^{-17} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Si dividimos la expresión de la radiación por la expresión anterior se obtiene el número de fotones por segundo y por cm^2 , o sea: $2,7 \cdot 10^{17} \frac{\text{fotones}}{\text{s cm}^2}$.

Otra manera de hacerlo es utilizar factores de conversión:

$$1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 1000 \frac{\cancel{\text{J}}}{\cancel{\text{s}} \cancel{\text{m}^2}} \frac{1 \cancel{\text{m}^2}}{10000 \text{ cm}^2} \frac{1 \text{ fotón}}{3,61 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{J}}} = 2,77 \cdot 10^{17} \frac{\text{fotones}}{\text{s cm}^2}$$

9. El puntero láser de la figura emite luz roja ($\lambda = 650 \text{ nm}$) con una potencia de 5 mW . Determina el número de fotones que emite este puntero cada segundo.



SOLUCIÓN:

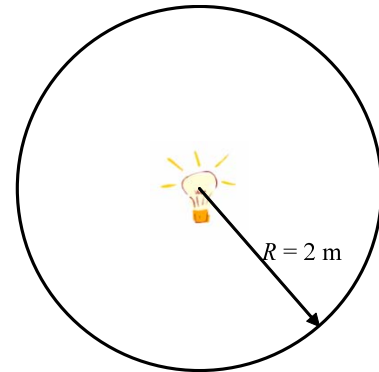
La energía de un fotón de luz roja vale: $E = h f = h \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 3,06 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Aplicando factores de conversión:

$$5 \text{ mW} = 0,005 \text{ W} = 0,005 \frac{\cancel{\text{J}}}{\cancel{\text{s}}} \frac{1 \text{ fotón}}{3,06 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{J}}} = 1,63 \cdot 10^{16} \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

10. Sea una bombilla incandescente de 100 W. Supongamos que solamente el 1% de dicha potencia se emite en la región del visible (el 99% restante se transforma en calor), que toda la luz que emite esta bombilla incandescente en la región visible es de $\lambda = 500$ nm y que ésta se distribuye isotrópicamente: Determina:

- La energía de un fotón de luz visible.
- La cantidad de movimiento de un fotón de luz visible.
- El número de fotones de luz visible que emite la bombilla cada segundo.
- La presión luminosa ejercida por los fotones de luz visible sobre un cuerpo negro situado frontalmente a 2 metros de distancia.



SOLUCIÓN:

$$a) E = h f = h \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

$$b) p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{500 \cdot 10^{-9}} = 1,33 \cdot 10^{-27} \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) La potencia de luz visible emitida por la bombilla, teniendo en cuenta que su rendimiento es del 1%, es $100 \frac{1}{100} = 1 \text{ W}$. Aplicando factores de conversión a esta potencia se obtiene:

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\cancel{\text{J}}}{\text{s}} \frac{1 \text{ fotón}}{3,98 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{J}}} = 2,51 \cdot 10^{18} \frac{\text{fotones}}{\text{segundo}}$$

d) Se define la presión como la fuerza efectuada sobre la unidad de superficie. $P = \frac{F}{S}$.

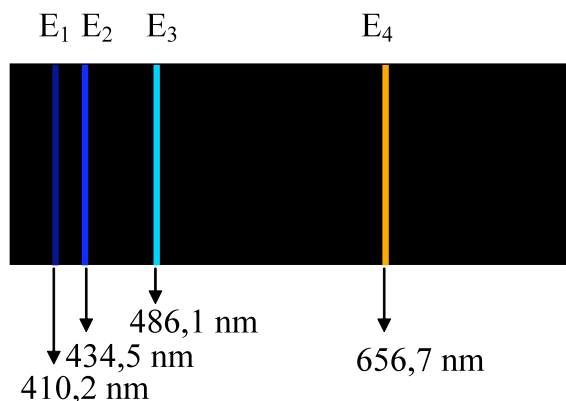
La fuerza se calcula a partir de la variación de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo. Así pues: $F = - \frac{\Delta p}{\Delta t} = - \frac{p_f - p_i}{t}$. Teniendo en cuenta que un cuerpo negro absorbe toda la luz que incide en él, lo que significa que $p_f = 0$ y que: $p_i = n^\circ \text{ de fotones } p_{i \text{ fotón}}$

$$F = \frac{p_i}{t} = \frac{n^\circ \text{ de fotones}}{t} p_{i \text{ fotón}} = \frac{n^\circ \text{ de fotones}}{s} p_{i \text{ fotón}} = 2,51 \cdot 10^{18} \cdot 1,33 \cdot 10^{-27} = 3,34 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

Para calcular la presión tenemos en cuenta que la distribución de fotones es isotrópica, lo que significa que la superficie donde chocan es una esfera cuyo valor es $S = 4\pi r^2$.

$$P = \frac{F}{S} = \frac{F}{4\pi r^2} = \frac{3,34 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 2^2} = 6,64 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

11. La figura muestra una lámpara e hidrógeno con su correspondiente espectro atómico visible. Completa la tabla siguiente. Expresa la frecuencia en Hz y la energía en J.



$\lambda_1 =$	$f_1 =$	$E_1 =$
$\lambda_2 =$	$f_2 =$	$E_2 =$
$\lambda_3 =$	$f_3 =$	$E_3 =$
$\lambda_4 =$	$f_4 =$	$E_4 =$

SOLUCIÓN:

A la vista de la figura $\lambda_1 = 410,2 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 434,5 \text{ nm}$, $\lambda_3 = 486,1 \text{ nm}$ y $\lambda_4 = 656,7 \text{ nm}$.

Aplicando $c = \lambda f$. Despejando se obtiene: $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{410,2 \cdot 10^{-9}} = 7,31 \cdot 10^{14} \text{ Hz}, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{434,5 \cdot 10^{-9}} = 6,90 \cdot 10^{14} \text{ Hz},$$

$$f_3 = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{3 \cdot 10^8}{486,1 \cdot 10^{-9}} = 6,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}, \quad f_4 = \frac{c}{\lambda_4} = \frac{3 \cdot 10^8}{656,7 \cdot 10^{-9}} = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Para determinar la energía se aplicará la ecuación de Planck: $E = hf$.

$$E_1 = hf_1 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,31 \cdot 10^{14} = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

$$E_2 = hf_2 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6,90 \cdot 10^{14} = 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

$$E_3 = hf_3 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6,17 \cdot 10^{14} = 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

$$E_4 = hf_4 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,57 \cdot 10^{14} = 3,03 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

La tabla completa será:

$\lambda_1 = 410,2 \text{ nm}$	$f_1 = 7,31 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$E_1 = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
$\lambda_2 = 434,4 \text{ nm}$	$f_2 = 6,90 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$E_2 = 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
$\lambda_3 = 486,1 \text{ nm}$	$f_3 = 6,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$E_3 = 4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
$\lambda_4 = 656,7 \text{ nm}$	$f_4 = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$E_4 = 3,03 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

12. La energía necesaria para arrancar un electrón en una superficie metálica es de $3,50 \cdot 10^{-19}$ J. Determina en que casos se podrá arrancar el electrón y en que casos no:

- a) Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 300$ nm.
- b) Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 400$ nm.
- c) Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 500$ nm.
- d) Al incidir con una luz de longitud de onda $\lambda = 600$ nm.

SOLUCIÓN:

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda};$$

$$\text{a) } \lambda = 300 \text{ nm; } \lambda = 300 \cdot 10^{-9} \text{ m. } E = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{b) } \lambda = 400 \text{ nm; } \lambda = 400 \cdot 10^{-9} \text{ m. } E = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} = 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{c) } \lambda = 500 \text{ nm; } \lambda = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m. } E = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,97 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{d) } \lambda = 600 \text{ nm; } \lambda = 600 \cdot 10^{-9} \text{ m. } E = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

La energía del fotón incidente debe ser mayor o igual que la energía necesaria para arrancar el electrón.

A la vista de los resultados en el único caso donde no se conseguir  arrancar el electrón será para la luz con longitud de onda $\lambda = 600$ nm.
