

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

**Unidad 4:
Representación Óptica**

Jaume Escofet



Uso de este material

Copyright  2011 by Jaume Escofet

El autor autoriza la distribución de la versión electrónica de **Problemas de  ptica Geométrica e Instrumental. Unidad 4: Representación  ptica** sin previo consentimiento del mismo siempre que se haga de forma gratuita. Se prohíben expresamente la venta, distribución, comunicación pública y alteración del contenido. Por versión electrónica se entiende exclusivamente el archivo en formato PDF; las versiones impresas est n sujetas a los usos definidos en la Ley de la Propiedad Intelectual o los acuerdos que puedan tomarse con el autor. El permiso sobre el uso del archivo en formato PDF incluye la realización de una copia impresa para uso exclusivamente personal. Se prohíbe también el paso del archivo electrónico a otro formato a excepción de aquéllos que permitan la compresión, facilitando así su almacenamiento. El autor se reserva el derecho de modificar el contenido tanto textual como de gráficos e imágenes sin necesidad de especificar versiones de trabajo y sin previo aviso por ningún medio.

Terrassa, Septiembre de 2011.

UNIDAD 4. PROBLEMAS

1. La superficie estigmática refractora, de índice anterior 1,5 y posterior 1, entre dos puntos reales O y O' viene dada por la ecuación:

$$1,5 \sqrt{z^2 + y^2} + \sqrt{(50 - z)^2 + y^2} = 65.$$

Donde todas las distancias se han medido en centímetros.

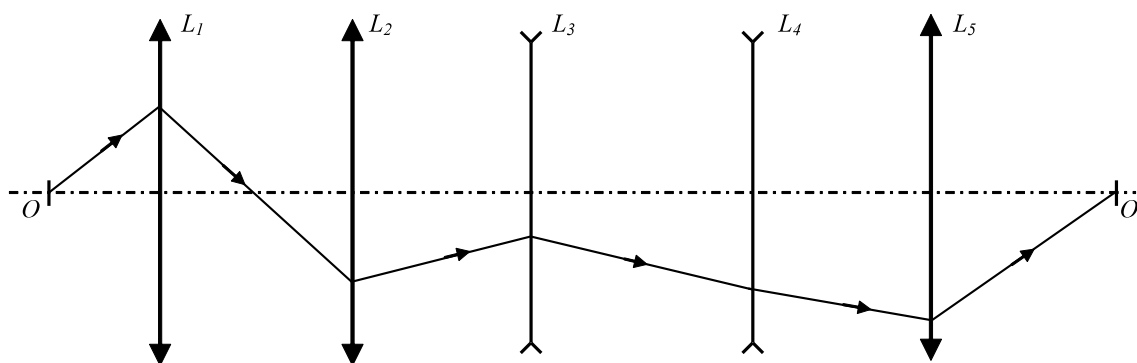
Determina:

- La distancia del objeto O al v rtice de la superficie.
- La distancia de la imagen O' al v rtice de la superficie.
- El valor del camino óptico para todos los rayos que saliendo de O convergen en O' .
- Si se desea alejar al punto objeto O 5 cm del v rtice.  Se mantendrá el estigmatismo entre O y la nueva imagen O'' ? (Marca la respuesta correcta).
 - S , porque la superficie anterior ya ha sido calculada para que sea estigmática.
 - No, porque la superficie es estigmática para una posición concreta del objeto y su conjugado imagen.
 - S , pero cambiar  la posición de la imagen, es decir, la nueva imagen O'' no coincidirá con la anterior O' .
 - No, porque una superficie no puede tener más de un par conjugado (objeto, imagen) de puntos estigm ticos.

R/ a) $l_0 = 30$ cm; b) $O'V = -20$ cm; c) $L = 65$ cm; d) d2.

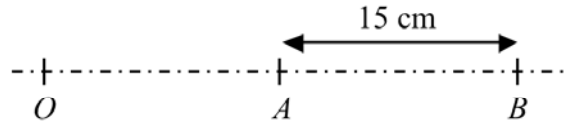
2. En la figura adjunta se muestra la trayectoria de un rayo de luz a través de un sistema óptico centrado formado por la asociación de 5 lentes delgadas.

- Construir la trayectoria de otro rayo cualquiera de luz que sale del punto objeto O , a través del sistema.
- Situar, en la figura, las imágenes sucesivas que van formando las distintas lentes.
- Representar esquemáticamente los diferentes puntos conjugados.
- Precisar el carácter real o virtual de los diferentes puntos objeto e imagen intermedios.



3. Considérese un haz de rayos divergentes que salen del punto objeto O situado en aire. Sabiendo que la vergencia en el punto A es de -10 D. Determina:

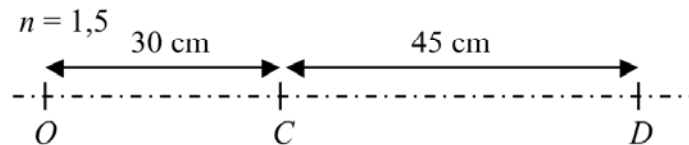
- La distancia OA .
- La vergencia en el punto B .
- La curvatura del rayo de luz en el punto B .



R/ a) $AO = -0,1$ m; b) $L_B = -4$ D; c) $C_B = -4$ m⁻¹.

4. Considérese el haz anterior situado en vidrio ($n = 1,5$). Determina:

- La vergencia del punto C .
- La vergencia del punto D .
- La curvatura del rayo de luz en el punto D .



R/ a) $L_C = -5$ D; b) $L_D = -2$ D; c) $C_D = -1,33$ m⁻¹.

Comentarios a los problemas de la unidad 4

1. Debe tenerse en cuenta la condición de astigmatismo. En al fórmula 4.7 del libro o en la figura de la página 18 de las notas técnicas se establece lo que significa z e y . Recordar que la condición de astigmatismo solamente se establece para **un par** de puntos conjugados y no para **todos los pares** de puntos conjugados.
2. Debe tenerse en cuenta que el sistema es siempre estigm tico, lo que significa que todos los rayos que salen de un objeto van a parar a una misma imagen.
3. De resolución inmediata a partir de la definición de vergencia en aire. Debe tenerse en cuenta que las distancias deben expresarse en metros.
4. Ejercicio muy parecido al anterior. Debe tenerse en cuenta que la propagación de los rayos es en un medio diferente del vacío.

UNIDAD 4. PROBLEMAS

1. La superficie estigmática refractora, de índice anterior 1,5 y posterior 1, entre dos puntos reales O y O' viene dada por la ecuación:

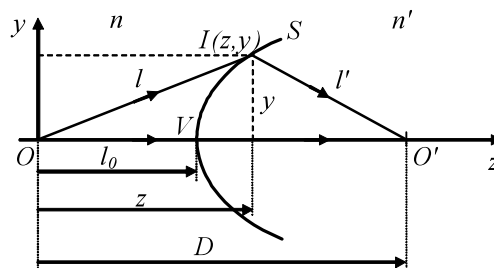
$$1,5 \sqrt{z^2 + y^2} + \sqrt{[(50 - z)^2 + y^2]} = 65.$$

Donde todas las distancias se han medido en centímetros.

Determina:

- a) La distancia del objeto O al v rtice de la superficie.
 - b) La distancia de la imagen O' al v rtice de la superficie.
 - c) El valor del camino óptico para todos los rayos que saliendo de O convergen en O' .
 - d) Si se desea alejar al punto objeto O 5 cm del v rtice.  Se mantendrá el estigmatismo entre O y la nueva imagen O'' ? (Marca la respuesta correcta).
- d1) S , porque la superficie anterior ya ha sido calculada para que sea estigmática.
 - d2) No, porque la superficie es estigmática para una posición concreta del objeto y su conjugado imagen.
 - d3) S , pero cambiar  la posición de la imagen, es decir, la nueva imagen O'' no coincidirá con la anterior O' .
 - d4) No, porque una superficie no puede tener más de un par conjugado (objeto, imagen) de puntos estigm ticos.

SOLUCIÓN:



La ecuación de la cu drlica que mantiene constante el camino óptico entre O y O' es:

$$n l = n' l' = \text{constante}. \tag{1}$$

Descomponiendo l y l' en sus coordenadas cartesianas se obtiene:

$$n \sqrt{z^2 + y^2} + \sqrt{[(D - z)^2 + y^2]} = \text{constante} \tag{2}$$

Teniendo en cuenta que en nuestro caso:

$$1,5 \sqrt{z^2 + y^2} + \sqrt{[(50 - z)^2 + y^2]} = 65. \tag{3}$$

Comparando las expresiones (2) y (3) resulta que: $D = 50$ cm. y la constante vale 65 cm.

Tomando en la ecuación $z = l_0$ e $y = 0$ se obtiene:

$$1,5 \sqrt{[l_0^2 + 0^2]} + \sqrt{[(50 - z)^2 + 0^2]} = 65; \quad (4)$$

$$1,5 l_0 + (50 - l_0) = 65 \quad (5)$$

a) Despejando l_0 en la ecuación anterior se obtiene: $l_0 = 30$ cm.

b) $VO' = (D - l_0) = (50 - l_0) = 50 - 30 = 20$ cm, así pues, $O'V = -20$ cm.

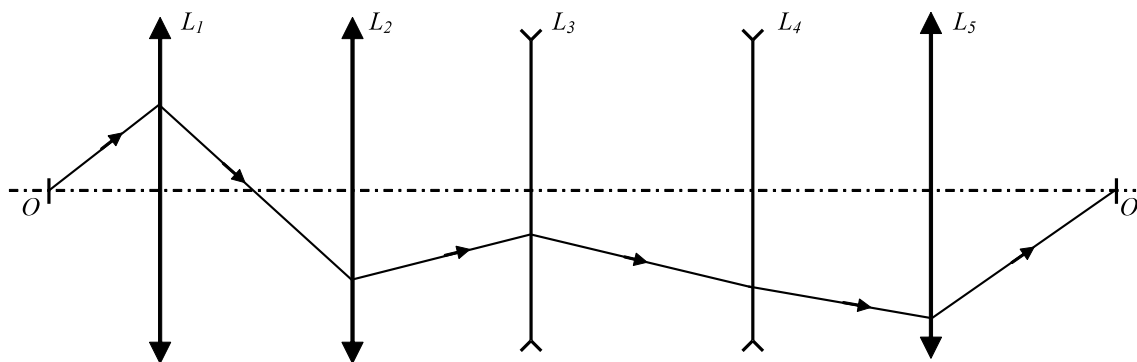
c) Por ser la superficie estigmática todos los caminos ópticos que van de O hasta O' son iguales. Tomemos el más simple de todos:

$$L = nl_0 + n' (D - l_0) = 1,5 \cdot 30 + 1 \cdot 20 = 45 + 20 = 65 \text{ cm.}$$

d) La respuesta correcta es d2).

2. En la figura adjunta se muestra la trayectoria de un rayo de luz a través de un sistema óptico centrado formado por la asociación de 5 lentes delgadas.

- Construir la trayectoria de otro rayo cualquiera de luz que sale del punto objeto O , a través del sistema.
- Situar, en la figura, las imágenes sucesivas que van formando las distintas lentes.
- Representar esquemáticamente los diferentes puntos conjugados.
- Precisar el carácter real o virtual de los diferentes puntos objeto e imagen intermedios.



SOLUCIÓN:

La figura siguiente muestra las cuatro relaciones de conjugación que se pueden darse entre un objeto y una imagen.

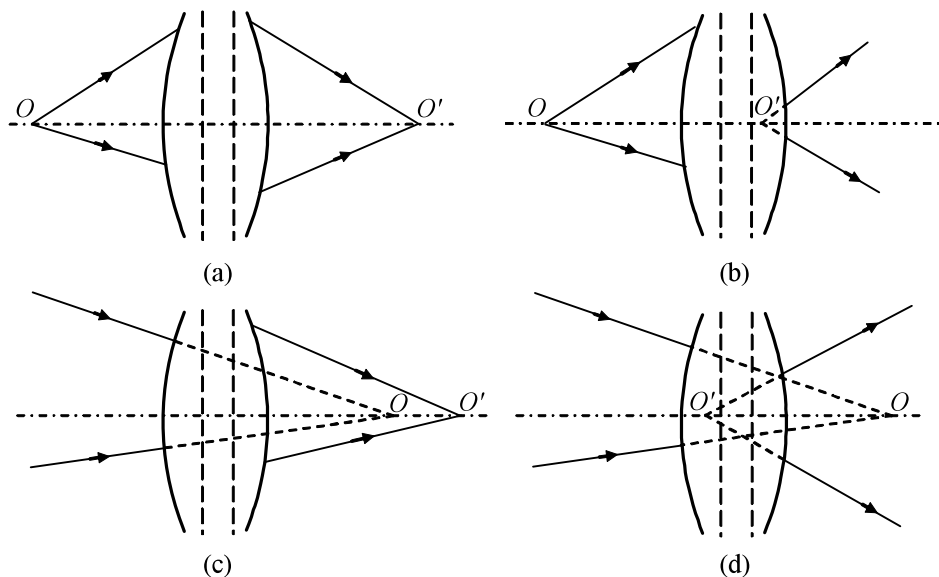


Figura 1

- Objeto real, Imagen real
- Objeto real, Imagen virtual
- Objeto virtual, Imagen real
- Objeto virtual, Imagen virtual

En el caso de que el objeto o la imagen sean **reales los rayos se cortan entre si**. En el caso de que sean **virtuales se cortan sus prolongaciones**.

En nuestro caso el sistema óptico está formado por un conjunto de lentes donde la trayectoria de dos rayos de luz que salen del punto objeto A es la que se muestra en la figura.

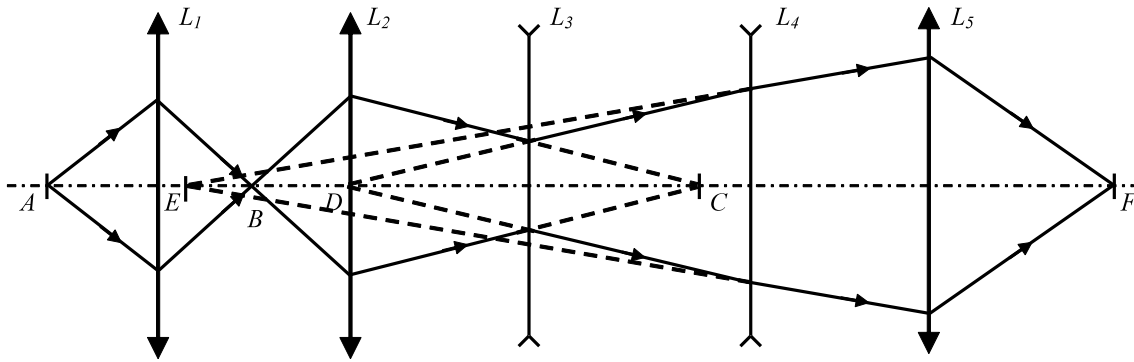


Figura 2

Si desmenuzamos la trayectoria del rayo de luz en cada componente del sistema tendremos:

Lente L_1 :

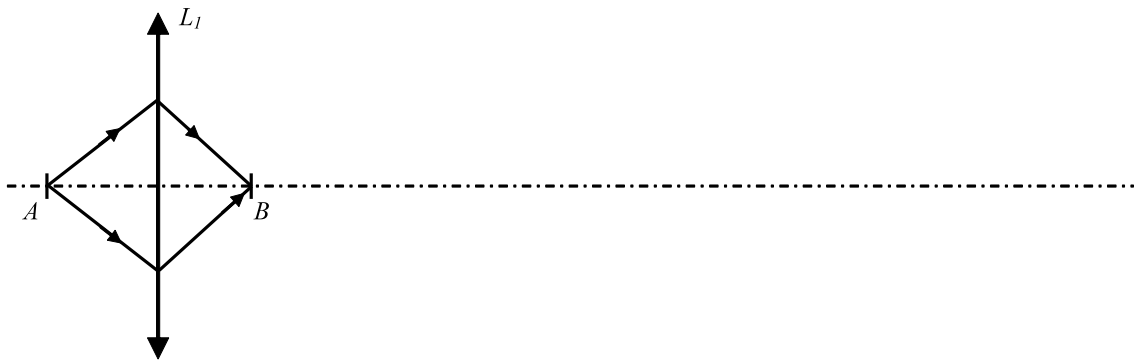


Figura 3

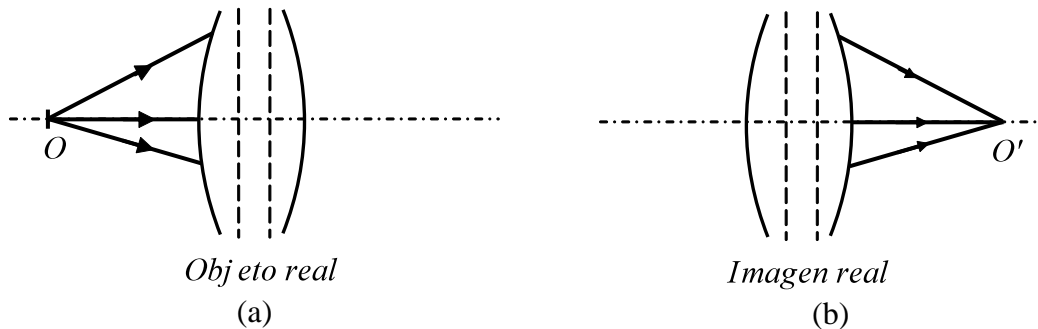


Figura 4

Los rayos de luz salen del punto A y se cortan, a la salida, en el punto C . Así pues **A es objeto real y C es imagen real**.

Lente L_2

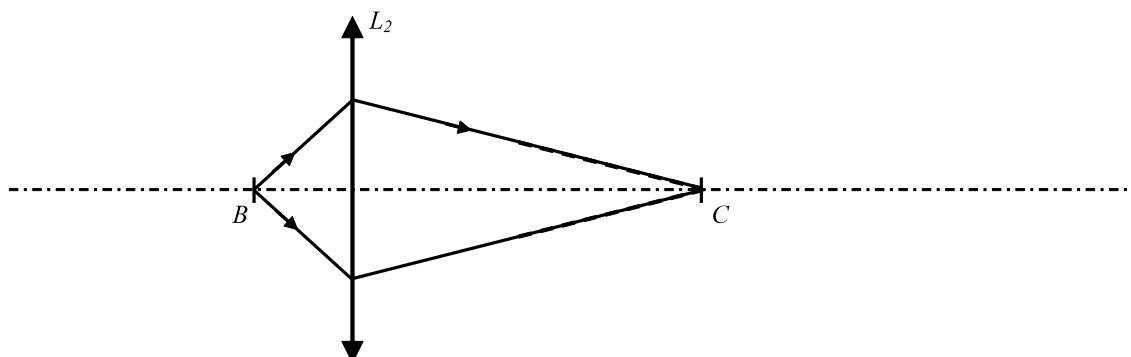


Figura 5

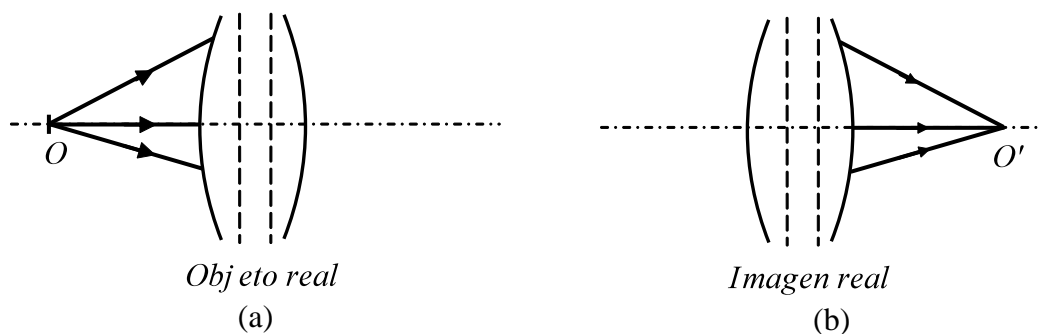


Figura 6

Los rayos de luz salen del punto B y se cortarían en el punto C (Figura 5). En la figura 2 los rayos no se cortan en C debido que la lente L_3 se lo impide. Para considerar el carácter real o virtual del objeto y de la imagen debe tenerse solamente en cuenta la acción de la lente que actúa. Así pues, de acuerdo con la figura 5 B es objeto real y C es imagen real para la lente L_2 .

Lente L_3

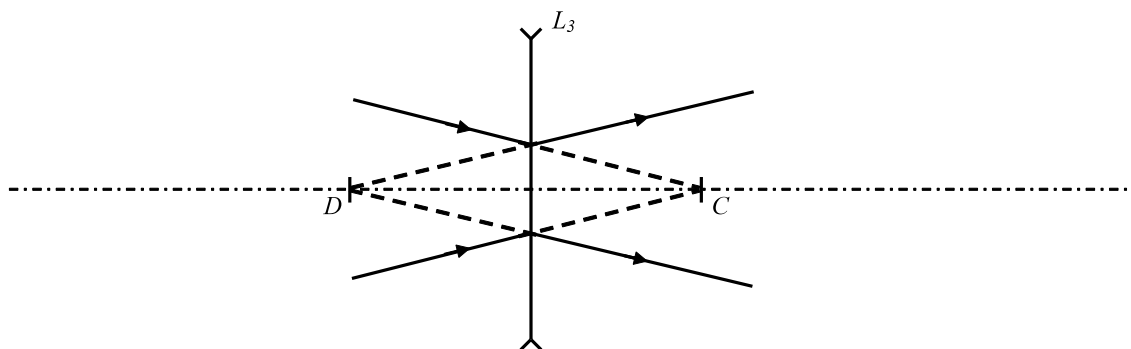


Figura 7

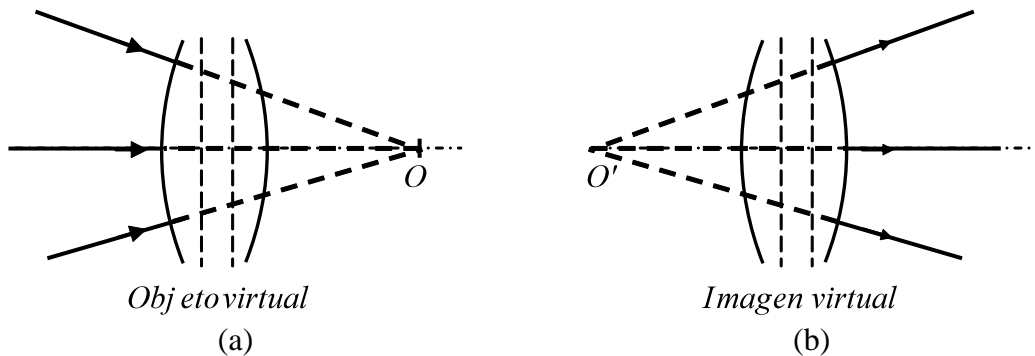


Figura 8

Los rayos de luz inciden en la lente L_3 apuntando al punto objeto C . **Estos rayos no se cortan realmente sino que se cortan sus prolongaciones. Por tanto C es un objeto virtual.** Los rayos a la salida tampoco se cortan realmente en un punto ya que divergen entre si. **Debido que se cortan sus prolongaciones D es la imagen virtual de C .**

En este caso tanto el objeto como la imagen son virtuales.

Lente L_4

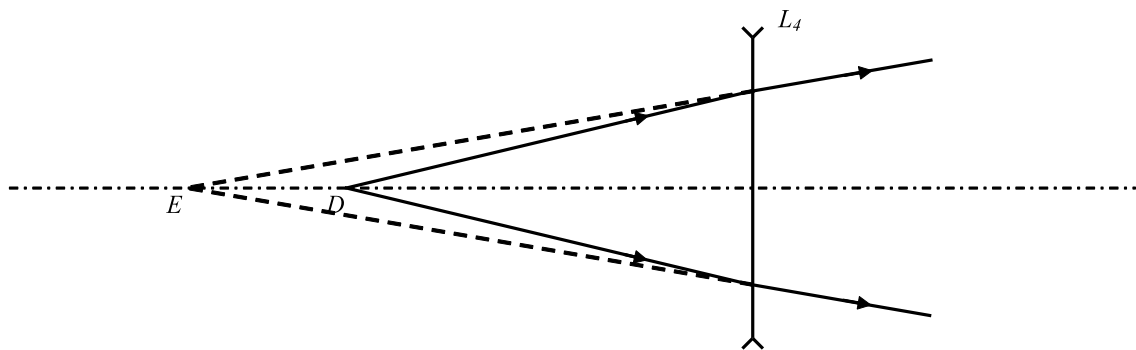


Figura 9

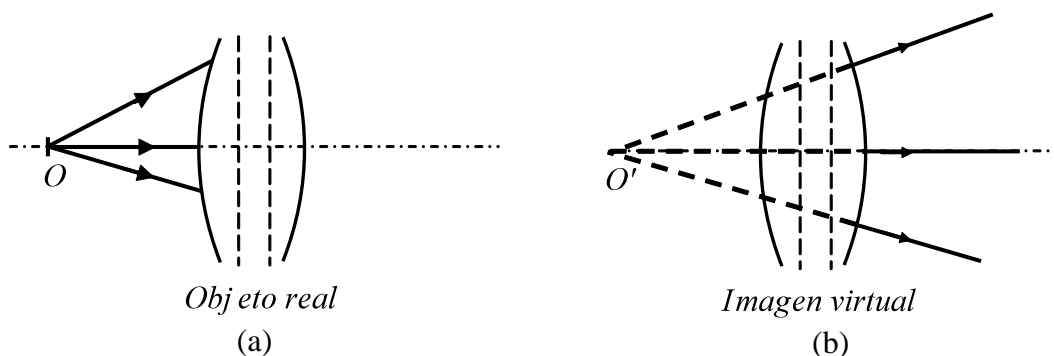


Figura 10

En este caso, los rayos que inciden en la lente L_4 vienen de la izquierda, de este modo **D es objeto real para L_4 .** Debido que los rayos a la salida divergen y se cortan sus prolongaciones **E es imagen virtual.**

En este caso D es objeto real y E es imagen real.

Lente L_5

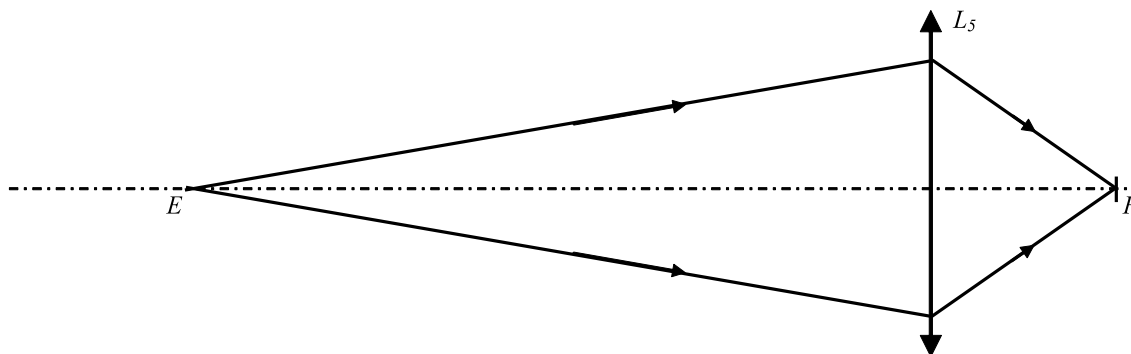


Figura 11

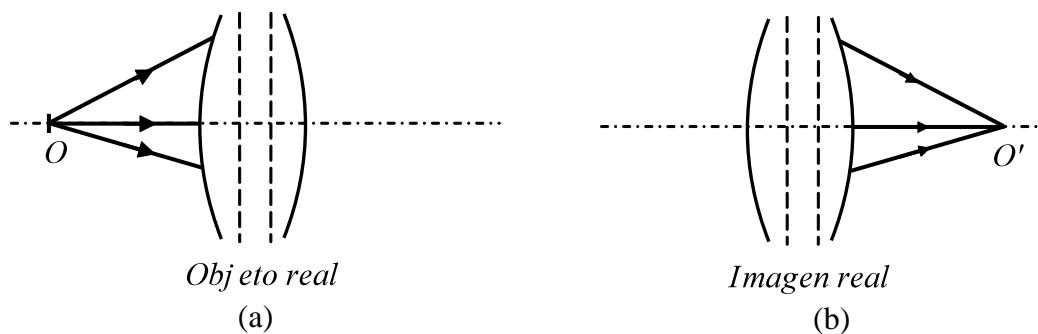
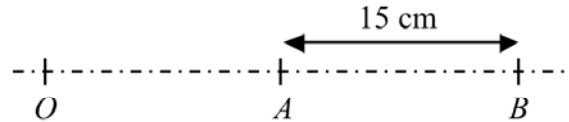


Figura 12

Procediendo como en los casos anteriores E es objeto real y F imagen real.

3. Considérese un haz de rayos divergentes que salen del punto objeto O situado en aire. Sabiendo que la vergencia en el punto A es de -10 D. Determina:

- La distancia AO .
- La vergencia en el punto B .
- La curvatura del haz de luz en el punto B .



SOLUCIÓN:

a) A partir de la definición de vergencia: $L = \frac{n}{l} = \frac{1}{l}$, tomando $L_A = -10$ D se obtiene:

$$l_A = \frac{1}{L_A} = \frac{1}{-10} = -0,1 \text{ m.}$$

Teniendo en cuenta que $l_A = AO$ resulta que $AO = -0,1 \text{ m} = -10 \text{ cm}$.

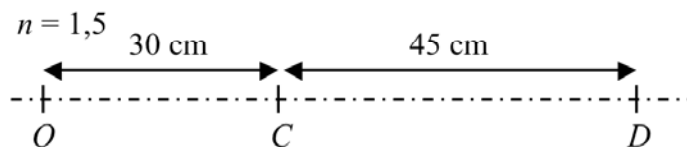
b) En este caso $l_B = BO = -10 - 15 = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$.

$$L_B = \frac{1}{l_B} = \frac{1}{-0,25} = -4 \text{ D}$$

c) La curvatura es la inversa de la distancia $l = BO$. Así pues: $C_B = \frac{1}{l_B} = \frac{1}{-0,25} = -4 \text{ m}^{-1}$.

4. Considérese el haz anterior situado en vidrio ($n = 1,5$). Determina:

- La vergencia del punto C .
- La vergencia del punto D .
- La curvatura del rayo de luz en el punto D .



R/ a) $L_C = -5$ D; b) $L_D = -2$ D; c) $C_D = -1,33$ m⁻¹

SOLUCIÓN:

a) A partir de la definición de vergencia: $L_C = \frac{n}{l_C}$, tomando $l_C = -30$ cm = $-0,3$ m y $n = 1,5$

se obtiene: $L_C = \frac{1,5}{-0,3} = -5$ D.

b) En este caso $l_D = DO = -75$ cm = $-0,75$ m.

$$L_D = \frac{1,5}{l_D} = \frac{1,5}{-0,75} = -2$$
 D

c) La curvatura es la inversa de la distancia $l = DO$. Así pues:

$$C_D = \frac{1}{l_D} = \frac{1}{-0,75} = -1,33$$
 m⁻¹.