

EXERCICI DE COMPUTACIÓ QUÀNTICA

a) Aplicant la definició de transformada de Fourier quàntica, demostreu que per 3 qubits el resultat és

$$\begin{aligned}
 U_{FT} |x\rangle_3 &= \frac{1}{\sqrt{2^3}} \sum_{y=0}^{2^3-1} e^{i\frac{2\pi xy}{2^3}} |y\rangle_3 = \dots \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2^3}} \left[|0\rangle + e^{i\pi x_2 + i\frac{\pi x_1}{2} + i\frac{\pi x_0}{4}} |1\rangle + e^{i\pi x_1 + i\frac{\pi x_0}{2}} |2\rangle + e^{i\pi x_2 + i\frac{3\pi x_1}{2} + i\frac{3\pi x_0}{4}} |3\rangle + e^{i\pi x_0} |4\rangle + e^{i\pi x_2 + i\frac{\pi x_1}{2} + i\frac{5\pi x_0}{4}} |5\rangle + e^{i\pi x_1 + i\frac{3\pi x_0}{4}} |6\rangle + e^{i\pi x_2 + i\frac{3\pi x_1}{2} + i\frac{7\pi x_0}{4}} |7\rangle \right]
 \end{aligned}$$

on els x_i indiquen el valor de cada un dels tres qubits.

b) Demostreu que el circuit de la figura implementa aquesta transformada (és a dir que s'obté el mateix estat de l'apartat anterior), si a la sortida es fa un SWAP dels bits resultants (p. ex. $|100\rangle \rightarrow |001\rangle$)

