



## PROBLEMES DE CINEMÀTICA

**2.1** Des d'un helicòpter que puja a 4 m/s es deixa caure una caixa. Si triga 10 s en arribar al terra, calculeu:

- A quina alçada es trobava l'helicòpter en el moment inicial?
- A quina alçada es troba la caixa 0,5 s després de deixar-la caure?
- Amb quina velocitat arriba la caixa a terra?

**Sol:** a) 450 m    b) 450,78 m    c) 94 m/s

**2.2** Una persona llança una bola verticalment en sentit ascendent. A una finestra, a 20 m d'alçada, hi ha un observador que mesura el temps des que veu passar per davant seu la bola fins que la torna a veure baixar també per davant seu.

- Quin temps mesurarà si la velocitat inicial de la bola era de 25 m/s?
- Quant valdria la velocitat inicial en el cas que l'observador mesurés un temps de 5 s ?

**Sol:** a) 3,12 s    b) 31,5 m/s

**2.3** Un electró, que es desplaça amb un velocitat de  $5 \times 10^6$  m/s, es dispara contra un full de paper de gruix  $2,1 \times 10^{-4}$  cm. L'electró surt del full amb una velocitat de  $2 \times 10^6$  m/s. Determineu el temps que triga l'electró en travessar el full.

**Sol:**  $0,6 \times 10^{-12}$  s

**2.4** El temps de reacció d'un conductor d'automòbil (o temps invertit entre percebre un senyal i reaccionar adequadament) és típicament de 0,7 s. Si un conductor percep un senyal d'aturar-se i frena amb una acceleració  $a = -4,8$  m/s<sup>2</sup>, determineu la distància recorreguda fins a aturar-se completament si:

- El vehicle transitava a 30 km/h
- El vehicle circulava a 60 km/h

**Sol:** a) 13 m    b) 41 m

**2.5** Es deixa caure una pilota des d'un penya-segat, i 1 segon després, es llança una pedra a 18 m/s, verticalment i cap a baix, des de la mateixa posició. A quina distància del punt de llançament es creuran les dues pedres?

**Sol:** 12,5 m

**2.6** Un tren ràpid que marxa a 144 km/h, va en la mateixa direcció i sentit, i per la mateixa via, que un tren de mercaderies que porta una velocitat de 54 km/h. El maquinista del primer tren veu al segon quan la distància entre ells és de 200 m, moment en que el primer frena amb una acceleració  $a_1 = -1,5$  m/s<sup>2</sup>. El maquinista del segon tren no se n'adona fins que passen 10s i aleshores accelera amb  $a_2 = 0,4$  m/s<sup>2</sup>. Determineu l'instant en que col·lisionaran. Quin seria aquest instant si el segon tren no accelerés?

**Sol:** 14,1 s; 13,3 s

**2.7** Una partícula es mou en el pla  $xy$  amb acceleració constant igual a  $\mathbf{a} = 4$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{i} + 6$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$ . A  $t = 0$  la partícula es troba al punt de coordenades  $x = 6$  m,  $y = 8$  m i la seva velocitat és  $\mathbf{v} = 1$  m/s  $\mathbf{i} - 2$  m/s  $\mathbf{j}$ . Determineu:

- El vector velocitat de la partícula en funció del temps.
- El vector posició de la partícula en funció del temps.
- La posició i velocitat de la partícula a  $t = 2$  s.

**Sol:** a)  $\mathbf{v}(t) = (4t+1)\mathbf{i} + (6t-2)\mathbf{j}$ ;    b)  $\mathbf{r}(t) = (2t^2 + t + 6) \mathbf{i} + (3t^2 - 2t + 8) \mathbf{j}$ ;  
 c)  $\mathbf{r} = 16$  m  $\mathbf{i} + 16$  m  $\mathbf{j}$ ;  $\mathbf{v} = 9$  m/s  $\mathbf{i} + 10$  m/s  $\mathbf{j}$

- 2.8** Una partícula es mou en el pla  $xy$  amb acceleració (en unitats del SI) igual a  $\mathbf{a}(t) = 6t \mathbf{i} + 2 \mathbf{j}$ . A l'instant de temps  $t = 1$  s el vector posició de la partícula és  $\mathbf{r} = 4 \text{ m } \mathbf{i} - 2 \text{ m } \mathbf{j}$ , i la seva velocitat instantània igual a  $\mathbf{v} = 5 \text{ m/s } \mathbf{i} + 2 \text{ m/s } \mathbf{j}$ . Determineu:
- La velocitat de la partícula a  $t = 0$ .
  - El vector velocitat de la partícula en funció del temps.
  - La posició de la partícula a  $t = 0$ .
  - El vector posició de la partícula en funció del temps.

**Sol:** a)  $\mathbf{v}_0 = 2 \text{ m/s } \mathbf{i}$ ; b)  $\mathbf{v}(t) = (3t^2 + 2)\mathbf{i} + (2t)\mathbf{j}$ ; c)  $\mathbf{r}_0 = 1 \text{ m } \mathbf{i} - 3 \text{ m } \mathbf{j}$ ; d)  $\mathbf{r}(t) = (t^3 + 2t + 1) \mathbf{i} + (t^2 - 3) \mathbf{j}$

- 2.9** Un camp de beisbol està voltat per una tanca de 3,0 m d'alçada situada a 120 m de la posició del bateador. Si una pilota és llançada a 1,2 m del terra i surt formant un angle d'elevació de  $45^\circ$ , quina hauria de ser la seva velocitat inicial,  $v_0$ , per sortir fora del terreny de joc? (Negligiu la fricció amb l'aire).

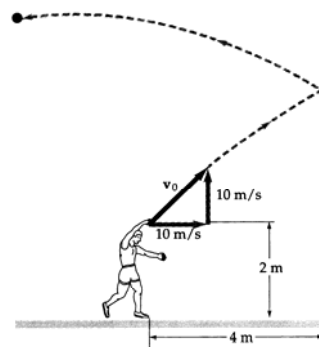
**Sol:**  $v_0 = 34 \text{ m/s}$

- 2.10** S'ha calculat que un projectil de 1500 kg llençat en terreny pla a 2000 m/s amb un angle de  $30^\circ$  sobre la horitzontal, i sense vent en contra, assoleix un objectiu situat a 353480 m, mesurats en línia recta. Però quan es du a terme l'experiència resulta que el projectil cau 208 m abans d'assolir l'objectiu. La causa ha estat el vent en contra que exerceix una força constant i horitzontal,  $\mathbf{F}$ .

- Determineu el temps emprat pel projectil en assolir el punt final de la seva trajectòria.
- Determineu el valor de la força  $\mathbf{F}$  exercida pel vent en contra del projectil.
- Escriviu les equacions que relacionen les components de la velocitat,  $v_x$  i  $v_y$ , en funció del temps. Representeu gràficament aquestes relacions.

**Sol:** a)  $t = 204,08 \text{ s}$  b)  $\mathbf{F} = -14,98 \text{ i N}$  c)  $v_x = (1732 - 0,01 t) \text{ m/s}$   $v_y = (1000 - 9,8 t) \text{ m/s}$

- 2.11** Un noi que està a 4,0 m d'una paret vertical llança una pilota, que surt de la mà del noi a 2,0 m d'alçada respecte a terra i amb una velocitat inicial  $\mathbf{v} = (10 \text{ m/s } \mathbf{i} + 10 \text{ m/s } \mathbf{j})$ . Quan la pilota toca la paret, la component horitzontal de la velocitat canvia de signe i la component vertical es manté inalterada. On tocarà a terra la pilota?



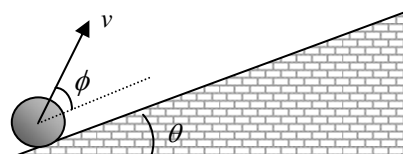
**Sol:** la pilota cau a 14 m del noi

- 2.12\*** Un projectil té una velocitat inicial de magnitud  $v_0$  i angle  $\phi$  sobre la superfície d'una rampa, que està inclinada  $\theta$  sobre l'horitzontal.
- Calculeu la distància sobre la rampa del punt de llançament fins on l'objecte impacta amb la rampa. Doneu la resposta en funció de  $v_0$ ,  $g$ ,  $\phi$  i  $\theta$ .
  - Quin angle  $\phi$  dóna un abast màxim sobre la rampa?

**Sol:**

$$\text{a) } \frac{2v_0^2}{g \cos \theta} [\cos \phi \sin \phi - tg \theta \sin^2 \phi]$$

$$\text{b) } \phi = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$$

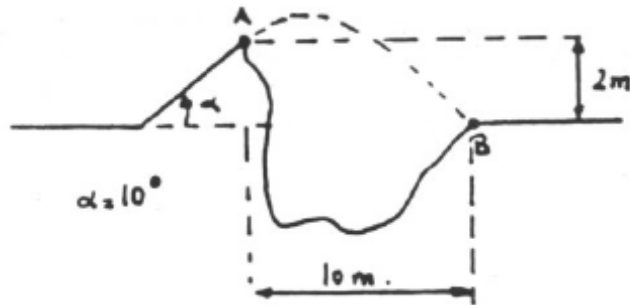


**2.13** Quan el projectil disparat per un canó arriba al punt més alt de la seva trajectòria, la seva velocitat s'ha reduït a la meitat. Amb quin angle s'ha disparat el canó?

**Sol:**  $60^\circ$

**2.14** Calculeu la velocitat que ha de portar un corredor de motocròs al punt A de la rampa de la figura per tal que salti el fossar i arribi just al punt B.

**Sol:** 11,6 m/s



**2.15** Es construeix una fortificació a la Lluna i s'equipa amb metralladores que a la Terra tindrien un abast de 400 m. Uns terroristes lunars assalten la fortalesa equipats amb fusells llançafomes que tenen un abast de 4,8 km a la superfície lunar. Raoneu si la fortalesa disposa de defensa suficient. Dada:  $g$  (Terra) = 6,47  $g$  (Lluna).

**Sol:** No.

**2.16** Un jugador de golf llança una pilota des de terra, amb un angle de  $60^\circ$  respecte de l'horitzontal i amb una velocitat de 60 m/s. Calculeu:

- La velocitat de la pilota en el punt més alt de la seva trajectòria.
- L'alçada màxima assolida per la pilota.
- L'abast màxim.
- La velocitat quan arriba a terra.
- L'abast màxim si el jugador ha llançat la pilota des d'un penya-segat de 50 m d'alçada.

**Sol:** a) 30 m/s b) 138 m c) 318 m d) 60 m/s e) 345 m

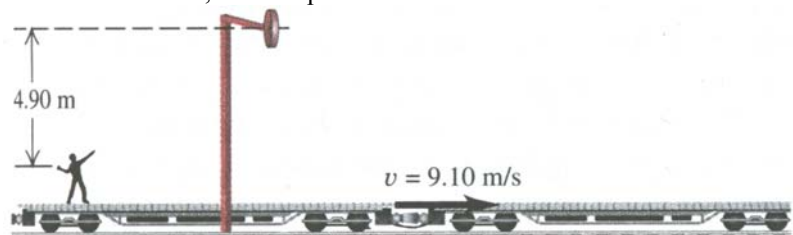
**2.17** El vagó d'un tren de joguina té una pilota de ping-pong de 10 g de massa que descansa sobre una molla. El tren viatja en trajectòria rectilínia a una velocitat constant de 1,0 m/s. En un instant donat, la molla s'activa i la pilota surt impulsada verticalment respecte del tren amb una velocitat de 9,8 m/s.

- Indiqueu on caurà la pilota de ping-pong respecte d'un sistema de referència solidari amb el tren.
- Indiqueu on caurà la pilota respecte d'un sistema de referència solidari amb el terra. Si, degut a un corrent d'aire, sobre la pilota s'aplica una força paral·lela a la direcció de desplaçament del tren però en sentit contrari, de valor  $F = 5,0$  mN,
- On caurà ara la pilota respecte al punt de llançament? Quin tipus de moviment s'obtindrà en aquest cas?

**Sol:** a) al mateix punt de llançament. b)  $x = 2$  m. c)  $-1$  m respecte al tren, 1 m respecte al terra, tir parabòlic

**2.18** Un home sobre d'un vagó pla que viatja a 9,10 m/s vol llançar una pilota a través d'un anell estacionari a 4,90 m sobre l'alçada de la seva mà, de forma que la pilota es mogui horitzontalment quan passi per l'anella. L'home llança la bola a una velocitat de 12,6 m/s respecte a ell mateix.

- Quina component vertical ha de tenir el vector velocitat?
- Quants segons després la bola travessarà l'anella?
- A quina distància de l'anella s'haurà de deixar anar la bola?



**Sol:** a)  $v_{oy} = 9,8$  m/s; b)  $t = 1$  s; c) 17 m

- 2.19** Un pilot d'avió fixa el rumb del seu avió cap a l'oest, i té una velocitat respecte de l'aire de 220 km/h. Després de volar 0,5 h, està sobre d'una ciutat 180 km a l'oest i 30 km al nord del punt de partida.
- Calculeu la velocitat del vent (magnitud i direcció)
  - Si aquesta velocitat fos de 90 km/h al sud, quin rumb ha de fixar el pilot per viatjar cap a l'oest? La velocitat de l'avió és la mateixa.

**Sol:** a) 152 km/h; 23°    b) 24°

- 2.20** Una nedadora és capaç de nedar amb una velocitat respecte de l'aigua de 1,6 m/s i vol travessar un riu de 40 m d'amplada pel que baixa un corrent de velocitat 0,6 m/s.

- Si vol arribar a un punt directament oposat al de sortida, en quina direcció ha de nedar? Quant temps tardarà en creuar el riu?
- Si decideix creuar el riu en el menor temps possible, on anirà a parar (distància riu avall)? I aleshores, quant temps tardarà en arribar?
- Si nedés 40 m riu avall i després remuntés el corrent per retornar al punt de sortida, quant temps trigaria en fer-ho?

**Sol:** a) direcció  $\alpha = 112^\circ$ ,  $t = 27$  s    b) a 15 m riu avall,  $t = 25$  s    c)  $t = 18,2 + 40,0 = 58,2$  s

- 2.21** Una partícula descriu una trajectòria circular donada per la relació  $x^2 + y^2 = 100$  m<sup>2</sup>. Quan la partícula es troba al punt  $\mathbf{r} = 6$  m  $\mathbf{i} + 8$  m  $\mathbf{j}$ , la seva velocitat està determinada per  $\mathbf{v} = 40$  m/s  $\mathbf{i} + v_y$   $\mathbf{j}$  i llur acceleració per  $\mathbf{a} = -150$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{i} + a_y$   $\mathbf{j}$ . Determineu la velocitat, l'acceleració i llurs components intrínseques.

**Sol:**  $\mathbf{v} = 40$  m/s  $\mathbf{i} - 30$  m/s  $\mathbf{j}$ ,  $v = 50$  m/s     $\mathbf{a} = -150$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{i} - 200$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$      $a_n = 250$  m/s<sup>2</sup>     $a_t = 0$  m/s<sup>2</sup>

- 2.22** En un cert instant la velocitat d'un mòbil que descriu un moviment circular ve determinada pel vector  $\mathbf{v} = 12$  m/s  $\mathbf{i} - 5$  m/s  $\mathbf{j}$ , i llur acceleració per  $\mathbf{a} = 2$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{i} - 3$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$ . Calculeu les components intrínseques de l'acceleració per a aquest instant.

**Sol:**  $a_t = 3$  m/s<sup>2</sup>     $a_n = 2$  m/s<sup>2</sup>

- 2.23** En un cert instant, un objecte en moviment du una velocitat de 6 m/s i una acceleració de 8 m/s<sup>2</sup>. Si l'angle que formen aquests dos vectors és de 60°, determineu el radi de curvatura del moviment.

**Sol:** 5,2 m

- 2.24** Una partícula realitza un moviment circular de radi 10 m mantenint el mòdul del vector velocitat constant i igual a 20 m/s. Determineu els vectors i mòduls de les acceleracions que corresponen a les següents figures:

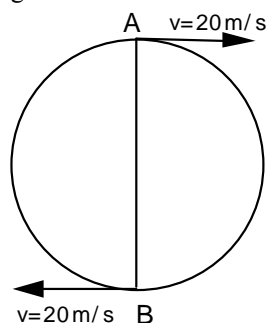


Fig. 1

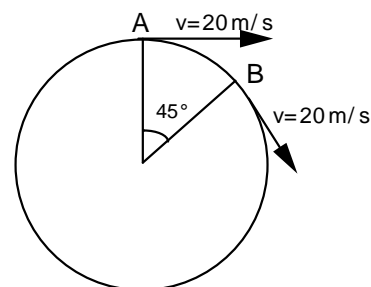


Fig. 2

Les acceleracions calculades, tenen component tangencial, normal o ambdues a l'hora? Raoneu les vostres respostes.

**Sol:** Només existeix component normal de l'acceleració (per a ambdues figures).

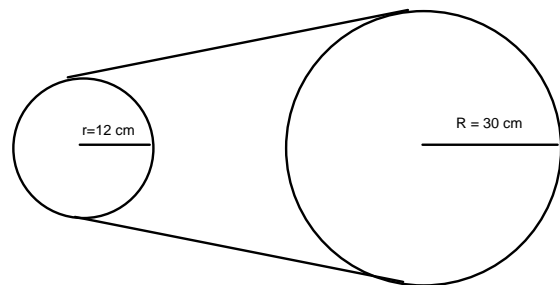
Fig. 1 :  $\mathbf{a}_A = -40$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$      $\mathbf{a}_B = 40$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$ ;    Fig. 2:  $\mathbf{a}_A = -40$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$      $\mathbf{a}_B = -28$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{i} - 28$  m/s<sup>2</sup>  $\mathbf{j}$

**2.25** Un ciclista que parteix del repòs en la pista circular d'un velòdrom de 400 m de perímetre, es mou amb moviment circular uniformement accelerat de forma que en 40 s adquireix una velocitat de 54 km/h. A partir d'aquest instant el ciclista manté la velocitat constant. Calculeu:

- Les components tangencial, normal i total de l'acceleració en funció del temps, durant la primera etapa del moviment i per a  $t = 12$  s.
- El temps que tarda a donar la primera volta al velòdrom.
- El temps que tarda a fer les voltes següents.
- El nombre de voltes que farà en 1 h.

**Sol:** a)  $a = 0,49 \text{ m/s}^2$     b) 47 s    c) 27 s    d) 134 voltes

**2.26** La roda gran de la figura, el radi de la qual fa 30 cm, parteix del repòs i augmenta la seva velocitat angular uniformement a raó de  $0,4 \text{ rad/s}^2$ . Aquesta roda transmet el seu moviment a la roda petita mitjançant una corretja.



- Obtingueu una relació entre les acceleracions angulars i els radis de les dues rodes.
- Determineu el temps necessari per a que la roda petita assoleixi una velocitat angular de 300 rpm.

**Sol:** a)  $\alpha_R R = \alpha_r r$     b)  $t = 10\pi$  s

**2.27** Una barra rígida de 30 cm de longitud, situada en un pla horitzontal sense fricció, gira al voltant d'un dels seus extrems a 240 rpm. Determineu:

- La freqüència, el període, i el temps que triga en girar  $225^\circ$  i  $3\pi$  rad.
- La velocitat lineal i l'acceleració normal dels punts de la barra situats a 5 cm i 30 cm del centre de rotació.
- L'acceleració angular necessària per a que s'aturi en 10s, l'acceleració tangencial durant la frenada dels punts situats a 5 cm i 30 cm, i el nombre de voltes descrites en aquests 10s.

**Sol:** a)  $f = 4 \text{ Hz}$ ,  $T = 0,25 \text{ s}$ ,  $t = 0,156 \text{ s}$ ,  $0,375 \text{ s}$   
 b)  $1,26 \text{ m/s}$ ,  $31,5 \text{ m/s}^2$ ;  $7,54 \text{ m/s}$ ,  $189 \text{ m/s}^2$   
 c)  $2,51 \text{ rad/s}^2$ ,  $0,126 \text{ m/s}^2$ ,  $0,753 \text{ m/s}^2$ , 20 voltes

**2.28** Quan un tren arriba a una corba de 250 m de radi frena uniformement. El tren redueix la seva velocitat de 108 km/h a 54 km/h en 20 s. Quina és l'acceleració a l'instant de temps que el tren va a 72 km/h?

**Sol:**  $a = 1,8 \text{ m/s}^2$

**2.29** Eytelwein va proposar la següent manera de mesurar la velocitat d'una bala: es dispara la bala horitzontalment vers un cilindre buit, en posició també horitzontal. Aquest cilindre gira amb velocitat angular coneguda, i té les bases de paper. Mesurant l'angle que formen les perforacions a les dues bases de paper i sabent la llargària del cilindre, es pot calcular la velocitat de la bala (se suposa que la bala descriu una trajectòria rectilínia). Calculeu la velocitat de la bala.

Dades: llargària del cilindre 1m; velocitat angular, 600 rpm.; angle entre les perforacions,  $15^\circ$

**Sol:** 240 m/s

- 2.30** El vector posició d'una partícula que es mou en el pla  $xy$  és  $\mathbf{R} = 3 \sin(2\pi t) \mathbf{i} + 2 \cos(2\pi t) \mathbf{j}$ , on  $t$  es mesura en segons i  $\mathbf{R}$  en metres.
- Digueu quina és la trajectòria descrita per la partícula.
  - Trobeu el vector velocitat.
  - Trobeu el vector acceleració i demostreu que la força que actua sobre la partícula és radial.
  - Calculeu en quins instants es fa màxima o mínima la velocitat.
  - Quan val el radi de curvatura en aquests instants?

**Sol:**

- la trajectòria és el·líptica
  - $\mathbf{v} = 6\pi \cos(2\pi t) \mathbf{i} - 4\pi \sin(2\pi t) \mathbf{j}$ , expressat en unitats del SI
  - $\mathbf{a} = -12\pi^2 \sin(2\pi t) \mathbf{i} - 8\pi^2 \cos(2\pi t) \mathbf{j}$ , expressat en unitats del SI
  - la velocitat és màxima a  $t_n = n/2$  amb  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  i és mínima a  $t = (2n+1)/4$  amb  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
  - $\rho = 4,5 \text{ m}$  i  $\rho = 1,3 \text{ m}$ , respectivament.
- 2.31** El vector posició d'una partícula que es mou en el pla  $xy$  és  $\mathbf{R} = (10t + 5 \cos 2t) \mathbf{i} + (5 - 5 \sin 2t) \mathbf{j}$ , on  $t$  es mesura en segons i  $\mathbf{R}$  en metres.
- Quina és la velocitat de la partícula?
  - El vector posició,  $\mathbf{R}$ , descriu una partícula situada en el caire d'una roda que es desplaça. Dibuixeu la trajectòria de la partícula en produir-se el moviment de la roda. Trobeu els valors de  $x$  per als quals la partícula toca a terra.
  - Quina és l'acceleració de la partícula?
  - En quins instants la partícula està quieta i com està situada respecte a terra quan això succeeix?

**Sol:**

- $\mathbf{v} = (10 - 10 \sin 2t) \mathbf{i} - (10 \cos 2t) \mathbf{j}$ , expressat en unitats del SI
- la partícula toca terra a  $t = (1+4n) \pi/4$  amb  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
- $\mathbf{a} = (-20 \cos 2t) \mathbf{i} + (20 \sin 2t) \mathbf{j}$ , expressat en unitats del SI
- com b), la partícula està quieta a  $t_m = m \pi/4$  amb  $m = 1, 5, 9, \dots$  i es troba a  $\mathbf{R}_m = 10 t_m \mathbf{i}$