



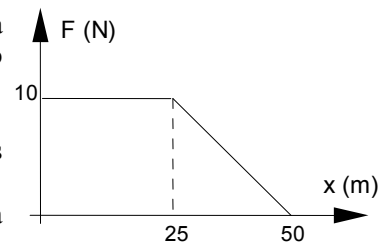
PROBLEMES DE TREBALL I ENERGIA

4.1 Una caixa de 2,0 kg està en repòs en una taula horitzontal. El coeficient de fricció entre la caixa i la taula és 0,40. La caixa és impulsada al llarg de la taula una distància de 5,0 m per l'acció d'una força horitzontal $F = 10$ N. Calculeu el treball realitzat per cadascuna de les forces que s'apliquen sobre el bloc i calculeu la velocitat un cop recorreguts aquests 5,0 m.

Sol: $W_N = W_P = 0$, $W_F = 50$ J , $W_{Fr} = -39$ J , $v = 3,3$ m/s

4.2 Un objecte de 5,0 kg de massa està sotmès a una força resultant que varia amb la posició d'acord amb la gràfica adjunta. Si parteix de l'origen amb velocitat nul·la...

- Calculeu l'energia cinètica a la posició $x = 25$ m.
- Quin treball realitza la força resultant sobre l'objecte entre les posicions 0 i 25 m?, i entre 25 i 50 m?
- Quina serà la velocitat de l'objecte quan es trobi a 25 m de l'origen?, i a 50 m?



Sol: a) $E_c = 250$ J; b) $W_{0-25} = 250$ J, $W_{25-50} = 125$ J;

c) $v_{25} = 10$ m/s, $v_{50} = 12$ m/s

4.3 Un cos de massa $m = 2,0$ kg és atret cap a l'origen amb una força $F(x) = -6,0x^3$, on F s'expressa en Newtons i x en metres.

- Quina és la força T necessària per mantenir el cos en un punt A situat a un metre de l'origen de coordenades?, i per mantenir-lo en un punt B, a dos metres de l'origen de coordenades?
- Quin treball realitza la força F quan es trasllada l'objecte des del punt A fins al B.
- Els valors calculats als apartats a) i b), depenen del valor de m ?

Sol: a) $T_A = 6,0$ N, $T_B = 48$ N; b) $W_{A-B} = -23$ J; c) no

4.4 Una força en el pla XY s'expressa per $\mathbf{F} = (10\mathbf{i} + 3,0x\mathbf{j})$, F està en newtons i x en metres. Supposeu que la força actua sobre la partícula movent-la des d'una posició inicial $x = 4,0$ m, $y = 1,0$ m fins una posició final $x = 4,0$ m, $y = 4,0$ m. Demostreu que aquesta força no és conservativa, calculant el treball fet per aquesta en dos o més camins diferents.

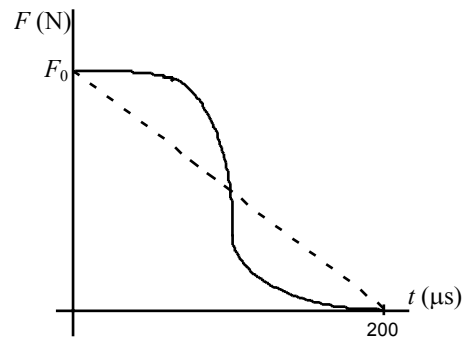
4.5* Calculeu el treball realitzat sobre una partícula sotmesa a una força: $\mathbf{F} = (2x - y + z)\mathbf{i} + (x + y - z^2)\mathbf{j} + (3x - 2y + 4z)\mathbf{k}$, quan la partícula realitza els següents moviments en el pla XY (o $z=0$):

- es trasllada des del punt origen fins al punt (1, 2) en línia recta.
- es trasllada des del punt origen fins al punt (1, 2) anant des de (0, 0) fins a (1, 0) i des de (1, 0) fins a (1, 2) en dos desplaçaments rectilinis.
- dóna una volta completa al llarg d'una trajectòria circular de radi $r = 3,0$. Equació de la trajectòria:
 $x=3\cos t$; $y=3\sin t$; amb $t \in [0, 2\pi]$

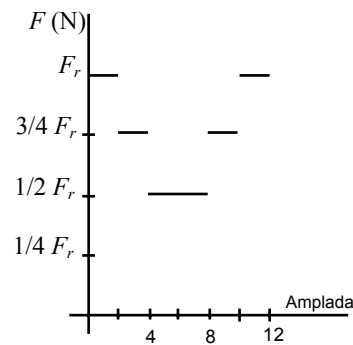
Sol: a) 3,0 unitats ; b) 5,0 unitats ; c) 57 J

4.6 Es pretén conèixer la força resistiva màxima d'un bloc de gel a 0° C de 12 cm d'ample. Es prepara un experiment de forma que una bala de fusell travessi el bloc i s'observi la seva variació de velocitat. La massa de la bala és de 20 g i la seva velocitat és: $v_0 = 3,0 \cdot 10^2$ m/s abans d'entrar al bloc de gel i $v_1 = 1,0 \cdot 10^2$ m/s a la sortida.

- Quina massa de gel s'ha fos com a conseqüència de l'impacte de la bala? (suposem que tota l'energia consumida al bloc de gel ha estat transferida de la bala) Dada: calor latent de fusió del gel $L = 335$ J/g.



Gràfica 1



Gràfica 2

Per a proporcionar a la bala la velocitat i energia inicials s'ha fet servir un fusell que actua a l'explotar la pólvora del casquet de la bala. Aquesta explosió és molt breu (de l'ordre de deumil·lèsimes de segon) i la força que exerceix sobre la bala ve representada a la gràfica 1 en línia contínua. Per a simplificar càlculs, podem suposar que la força de l'explosió és lineal decreixent, tal i com es mostra a la mateixa gràfica, en línia discontinua.

b) Per què pensem que és possible fer aquesta aproximació?

c) Trobeu el valor de la força màxima de l'explosió, F_0 .

Suposem que la força resistiva del bloc varia amb l'amplada de la forma que es mostra a la gràfica 2. (La suposició de forces constants a trams és un model simplificat de la realitat).

d) Quin valor té la força resistiva màxima, F_r , del bloc de gel estudiat?

Sol: a) 2,4 g c) $6,0 \cdot 10^4$ N d) $8,9 \cdot 10^3$ N

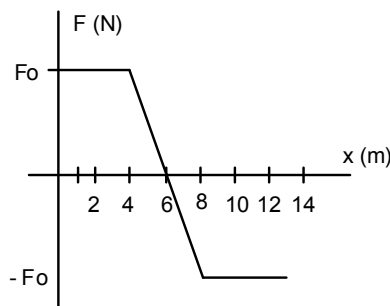
4.7 Un obrer de la construcció amb molt d'enginy inventa un aparell per disparar maons a la part superior de la paret que està construint. Col·loca els maons sobre una molla vertical comprimida amb $k = 350$ N/m i massa negligible. Al deixar anar la molla el maó és empès cap amunt. Si un maó de 1,8 kg ha d'arribar a una alçada de 3,6 m sobre la seva posició inicial, quina distància s'ha de comprimir la molla? (El maó perd contacte amb la molla quan aquesta recupera la seva longitud no comprimida, per què?).

Sol: 60 cm

4.8 Un cos de massa m amb una energia mecànica E es mou sota l'acció d'una força conservativa. El valor de la energia potencial és $U = (E/2) \cos x$, on x pot prendre valors entre 0 i 2π (tots dos inclosos). En aquestes condicions trobeu les posicions en que l'energia cinètica és màxima i mínima.

Sol: $E_{c \text{ min}}$ a $x = 0$ i $x = 2\pi$, $E_{c \text{ max}}$ a $x = \pi$

4.9* Una força conservativa unidimensional actua sobre un cos de massa $m = 1,0$ kg. La força es constant fins a la posició $x = 4,0$ m, i té un valor $F_0 = 1,0$ N; a partir de la posició $x = 8,0$ m torna a ser constant, prenent un valor de $-F_0 = -1,0$ N. La variació de la força entre $x = 4,0$ m i $x = 8,0$ m ve representada a la gràfica següent:



a) Dibuixeu la gràfica de l'energia potencial en funció de la posició, prenent com a nivell de referència l'energia potencial a la posició $x = 6,0$ m.

Si situem la partícula a la posició $x_0 = 7,0$ m amb una velocitat $v_0 = -1,0$ m/s i :

- b) Quina és l'energia mecànica de la partícula?
 c) Trobeu les posicions extremes a les que arriba la partícula

Sol: b) $E = 0,75$ J; c) $x = 4,3$ m i $7,7$ m

4.10 Un aprenent de bruixot ha de pujar cada dia una galleda foradada, inicialment plena d'aigua, des del pou del pati del castell fins la torre més alta del mateix, 50 metres més amunt. Normalment hi arriba amb només la meitat de l'aigua que hi ha posat a baix, uns 10 litres. Els cinc litres que resten els va perdent a un ritme que podem suposar constant, així com també és constant la seva velocitat d'ascensió. Diguen quant val el treball fet pel noi i quant se n'aprofita, és a dir, calculeu l'augment d'energia potencial de l'aigua que arriba a dalt. Com es justifica la diferència? Es mullen els graons de l'escala?

Sol: a) $W = 3,7 \cdot 10^3$ J, $\Delta U = 2,5 \cdot 10^3$ J

4.11 Es carrega un vagó amb $2,0 \cdot 10^4$ kg de carbó en un temps de 20 s durant els quals el vagó recorre 10 m per sota el dispositiu que subministra el carbó amb continuïtat. Si la velocitat del vagó es manté constant, quina força extra cal subministrar-li? Quin treball realitza aquesta força? I quin és l'increment d'energia cinètica del vagó? Expliqueu les diferències entre les dues respostes anteriors.

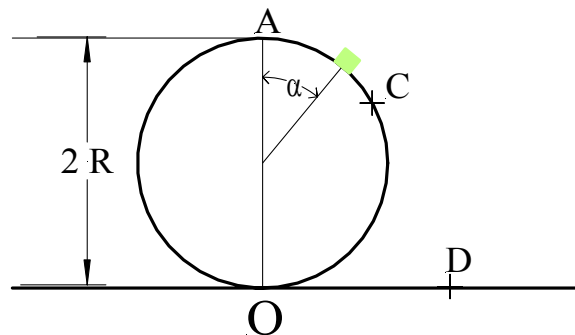
Sol: a) $F_{\text{extra}} = 5,0 \cdot 10^2$ N ; b) $W = 5,0 \cdot 10^3$ J ; c) $\Delta E_c = 2,5 \cdot 10^3$ J

4.12 Un cotxe circula per una carretera recta amb velocitat constant v . Un passatger llança una bola horitzontalment cap endavant amb velocitat relativa al cotxe u , tot aplicant-li una força F constant al llarg d'una distància que ell mesura com a x .

- a) Quant val el guany d'energia cinètica de la bola en referència al cotxe? I a la carretera?
 b) Calculeu el treball fet per la força F en ambdós sistemes de referència.
 c) Comenteu què passa amb la variació de la quantitat de moviment en els dos sistemes de referència.

Sol: a) $\Delta E_{c_{\text{cotxe}}} = 1/2 mu^2$, $\Delta E_{c_{\text{carr.}}} = 1/2 m (u+v)^2 - 1/2 mv^2$; b) $W_{\text{cotxe}} = Fx$, $W_{\text{carr.}} = F(x+vt)$; c) $\Delta p_{\text{cotxe}} = (\Delta p)_{\text{carr.}}$

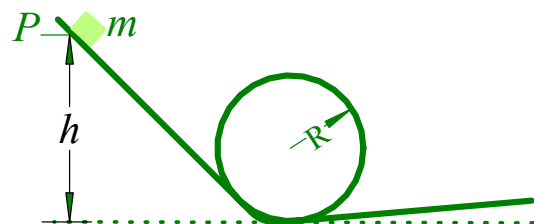
4.13 Una partícula de massa m comença el moviment des del punt més alt d'una esfera de radi R que es troba en repòs. Sobre la partícula només actua la gravetat i llisca sense fricció. Suposem que l'esfera no es mou. Hi ha un punt en que abandonarà l'esfera i després caurà en el pla horitzontal. Determineu:



- a) L'angle pel qual abandona l'esfera
 b) La velocitat amb que caurà en el pla.

Sol: a) 48° ; b) $2\sqrt{Rg}$

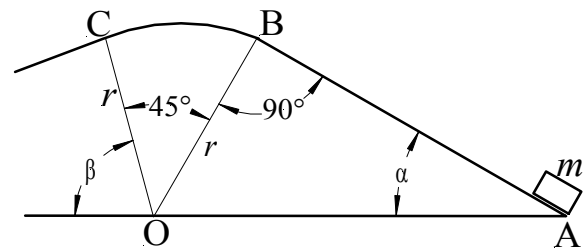
4.14 Un petit bloc de massa m llisca sense fricció pel carril en forma de llaç circular de la figura. El bloc es mou des del punt P situat a una alçada h respecte de la part baixa.



- a) Quina és l'energia cinètica del bloc quan arriba al cim del cercle?
 b) Suposant que el bloc no abandona el carril, quina és l'acceleració en el punt més alt del cercle?
 c) Quin és el valor de h més petit perquè el bloc assoleixi el cim del cercle sense separar-se del carril?

Sol: a) $mg(h-2R)$; b) $2g\left(\frac{h}{R} - 2\right)$; c) $\frac{5}{2}R$

4.15* Un objecte de 0,50 kg de massa es llança des del punt A amb una velocitat v_0 pel pla inclinat de la figura en sentit ascendent. Un instant després de passar pel punt B, l'objecte entra en un tram circular de radi r i aleshores la força normal de contacte entre l'objecte i la superfície es redueix a la meitat del valor que tenia aquesta força un instant abans de passar per B. El coeficient de fricció entre l'objecte i la superfície en el tram AB és 0,30. Calculeu el valor de la velocitat v_0 i l'energia dissipada en el tram circular BC si al punt C la velocitat $v_C = 1,0$ m/s.



Dades: $\mu_{AB} = 0,30$; $r = 1,2$ m; $m = 0,50$ kg; $OA = 2,4$ m
Sol: $v_0 = 6,0$ m/s; $-0,43$ J

4.16 Una massa $M = 1,0$ kg comprimeix 10 cm una molla que es troba en una taula horitzontal. La molla té una constant recuperadora $k = 200$ N/m. El coeficient de fricció entre la taula i la massa és $\mu = 0,20$. Si es deixa evolucionar lliurement el sistema, calculeu:

- L'energia emmagatzemada a la molla.
- El treball que fa la força de fricció des que s'inicia el moviment fins el moment en que la massa deixa d'estar en contacte amb la molla.
- El treball realitzat per la molla des que s'inicia el moviment fins el moment en que la massa deixa d'estar en contacte amb la molla.
- La velocitat de la massa M en el moment en que deixa d'estar en contacte amb la molla.
- La distància total que recorre la massa M a la taula fins que s'atura completament.

Sol: a) 1,0 J; b) - 0,196 J; c) 1,0 J; d) 1,27 m/s; e) 51 cm

4.17 Un ciclista puja un pendent que té una inclinació de 6° amb una velocitat de 2,8 m/s. La força de fregament genera una resistència al moviment igual al 0,80% del pes del sistema, on la massa del ciclista més la bicicleta és de 85 kg. Calculeu la potència desenvolupada pel ciclista.

Sol: $2,6 \cdot 10^2$ W

4.18 Una partícula s'accelera des del repòs amb una força neta constant.

- Demostreu que la potència instantània que subministra la força és $m a^2 t$
- En quin factor s'ha d'augmentar la potència per tal de triplicar l'acceleració?
- A $t = 5,0$ s, la potència és de 30 W. Quina potència es necessita a $t = 10$ s per mantenir una acceleració constant?

Sol: b) en un factor 9; c) 60 W

4.19 Supposeu que la força de fricció exercida per l'aigua sobre una barca és proporcional a la velocitat relativa de la barca respecte a l'aigua. Quan un remolcador proporciona a la barca 170 kW, aquesta es mou a una velocitat constant de 0,25 m/s.

- Quina és la potència requerida per a traslladar la barca a 0,75 m/s?
- Quina força exerceix el remolcador sobre la barca en el primer cas? I en el segon?

Sol: a) 1,5 MW ; b) 0,68 MN ; 2,0 MN

4.20 Un cavall tira d'una barca com indica la figura. Supposeu que el cavall realitza el treball sobre la barca a un ritme de 210 W quan aquesta es mou paral·lela al canal a una velocitat constant de mòdul 0,70 m/s.

- Quina és la tensió de la corda que forma un angle de 34° amb el vector velocitat?
- Per què es mou la barca paral·lela al canal?

Sol: a) $3,6 \cdot 10^2$ N

