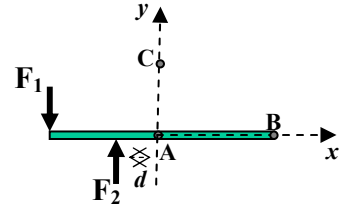




PROBLEMES DE SÒLID RÍGID

6.1 Un llistó de longitud  $L = 8$  m descansa sobre d'un terra horitzontal. Sobre el llistó actuen dues forces  $F_1$  i  $F_2$  paral·leles al terra.  $F_1$  s'aplica sobre un dels extrems del llistó i  $F_2$  a una distància  $d = 1$  m, tal i com indica la figura.



a) Calculeu la força resultant i el moment de força resultant respecte els punts A(0,0) B(4,0) i C(0,2) en els dos casos següents:

a1)  $F_1 = -5$  N  $\mathbf{j}$  i  $F_2 = 5$  N  $\mathbf{j}$

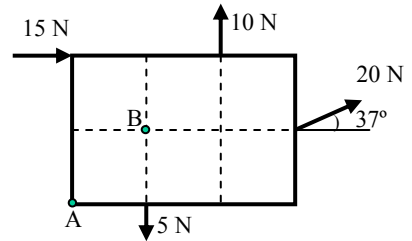
a2)  $F_1 = -5$  N  $\mathbf{j}$  i  $F_2 = 6$  N  $\mathbf{j}$

b) Comproveu, per a l'apartat a2) que  $\tau_{res}^A = \tau_{res}^B + r_{AB}^A \times F_{res}$

Sol: a1)  $F_{res} = \mathbf{0}$ ;  $\tau_{res}^A = \tau_{res}^B = \tau_{res}^C = 15$  Nm  $\mathbf{k}$ .

a2)  $F_{res} = 1$  N  $\mathbf{j}$ ;  $\tau_{res}^A = 14$  Nm  $\mathbf{k}$ ;  $\tau_{res}^B = 10$  Nm  $\mathbf{k}$ ;  $\tau_{res}^C = 14$  Nm  $\mathbf{k}$ .

6.2 Una planxa rectangular de costats  $a = 3$  m i  $b = 2$  m està sobre d'un terra horitzontal. Sobre la planxa actuen les forces que s'indiquen a la figura, totes elles paral·leles al terra.

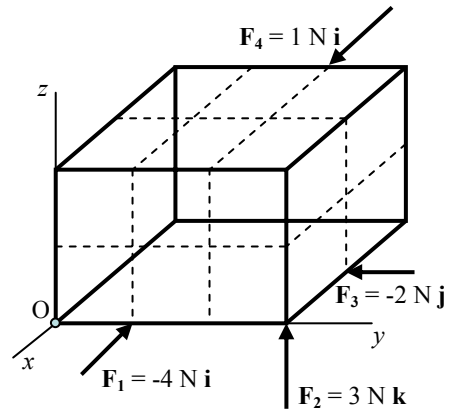


a) Determineu la força resultant i el moment de força resultant respecte els punts A i B de la figura.

b) Comproveu que  $\tau_{res}^A = \tau_{res}^B + r_{AB}^A \times F_{res}$

Sol:  $F_{res} = 31$  N  $\mathbf{i} + 17$  N  $\mathbf{j}$ ;  $\tau_{res}^A = 5$  Nm  $\mathbf{k}$ ;  $\tau_{res}^B = 19$  Nm  $\mathbf{k}$

6.3 El paral·lelepípede rectangle de la figura té de costats  $a = 3$  m,  $b = 2$  m i  $c = 2$  m. Sobre d'ell actuen les forces de la figura,  $F_1 = -4$  N  $\mathbf{i}$ ,  $F_2 = 3$  N  $\mathbf{k}$ ,  $F_3 = -2$  N  $\mathbf{j}$ ,  $F_4 = 1$  N  $\mathbf{i}$ . Determineu la força resultant i el moment de força resultant respecte de l'origen de coordenades (punt O).



Sol:  $F_{res} = -3$  N  $\mathbf{i} - 2$  N  $\mathbf{j} + 3$  N  $\mathbf{k}$ ;

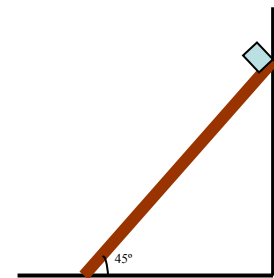
$\tau_{res}^O = 9$  Nm  $\mathbf{i} + 2$  Nm  $\mathbf{j} + 4$  Nm  $\mathbf{k}$

6.4 Un bloc de massa  $M = 20$  kg està en repòs sobre d'un llistó que està recolzat en una paret llisa (sense fricció). La massa i longitud del llistó són  $m = 10$  kg i  $l = 3,0$  m i el coeficient de fricció estàtica entre el llistó i el terra és  $\mu_E = 1,0$ .

a) Dibuixeu les forces que actuen sobre el llistó i expliqueu quin és el seu origen.

b) Determineu la força de fricció entre el llistó i el terra.

c) Calculeu el valor mínim que ha de tenir el coeficient de fricció estàtica entre el llistó i el terra per evitar que llisqui.

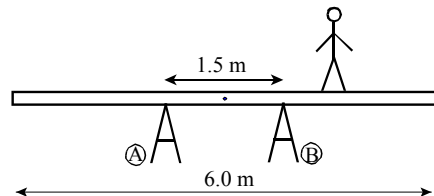


Sol: b) 245 N; c) 0,83

6.5 Una barra uniforme de longitud  $L = 6,00$  m i massa  $M = 90,0$  kg descansa sobre dos cavallets separats  $1,50$  m, situats a distàncies iguals del centre de la barra. Un nen de  $35,0$  kg es passeja per sobre de la barra (veure la figura).

- Dibuixeu quines són les forces que actuen sobre la barra (únicament les que actuen sobre la barra i no les que la barra fa sobre d'altres objectes)
- Calculeu quant val la força ( $N_A$  i  $N_B$ ) que cada un dels cavallets fa sobre la barra quan el nen es troba a  $2,00$  m del centre d'aquesta.
- Quina és la distància màxima (respecte el centre de la barra) a la que es pot desplaçar el nen sense que el sistema caigui?

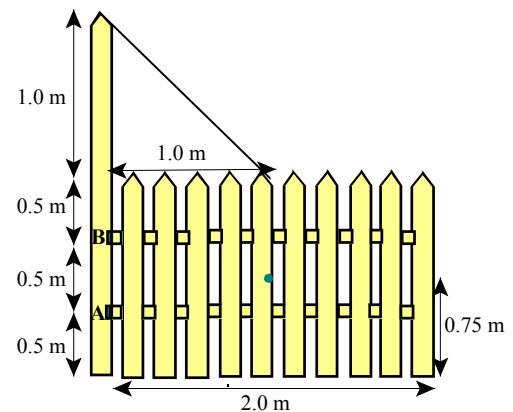
Sol: b)  $N_A = 155$  N;  $N_B = 1070$  N; c)  $2,68$  m



6.6 Una porta que pesa  $1400$  N està suportada per dues frontisses A i B a la part inferior i superior, i a més a més està subjectada per un cable com mostra la figura. La porta no descansa sobre terra. La tensió del cable és tal que la força en la direcció horitzontal exercida per la frontissa superior és zero. La porta està en repòs.

- Feu un esquema de les forces que actuen sobre la porta.
- Quina és la tensió del cable?
- Quina és la força horitzontal,  $F_{Ax}$ , que actua sobre la frontissa inferior?
- Quant val la suma de les forces verticals,  $F_{Ay} + F_{By}$ , sobre les frontisses?

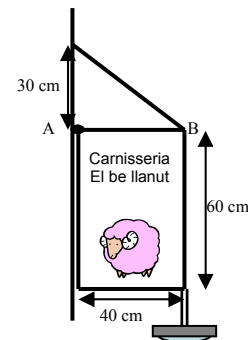
Sol: a)  $1,0$  kN; b)  $0,70$  kN; c)  $0,70$  kN



6.7 El cartell de la carnisseria "El be llanut" de  $(40 \times 60)$  cm i de  $200$  N de pes està subjectat a la paret mitjançant una frontissa que es troba en el punt A i una corda que va del punt B a la paret. Del cartell hi penja un llum de  $125$  N de pes.

- Representeu les forces que actuen sobre el cartell.
- Trobeu la tensió de la corda.
- Determineu les components horitzontal i vertical de la força que la frontissa fa sobre el cartell.

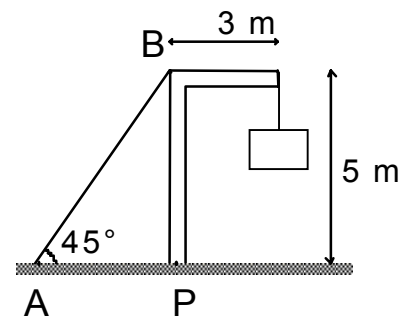
Sol: b)  $T = 375$  N; c)  $F_x = 300$  N;  $F_y = 100$  N



6.8 Una càrrega que pesa  $900$  N està penjada d'una estructura en forma de L invertida. L'estructura està recolzada al terra en el punt P sobre el que actua una força amb components vertical i horitzontal, i es manté dreta gràcies al cable AB. El pes de cada part de l'estructura actua sobre el punt mitjà de la mateixa, el de la barra vertical és de  $500$  N i el de l'horitzontal de  $300$  N.

- Determineu les components de la força exercida en el punt P sobre l'estructura, i el valor de la tensió del cable AB.
- Tenint en compte que la tensió màxima que suporta el cable AB és de  $2500$  N, quin pes màxim pot tenir la càrrega que pengem de l'estructura?

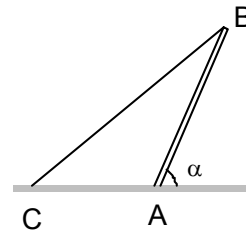
Sol: a)  $F_x = 0,63$  kN,  $F_y = 2,3$  kN,  $T = 0,89$  kN b)  $2,8$  kN



**6.9** Una biga AB de  $1,0 \cdot 10^3$  kg i 8,0 m de longitud està fixada al terra per un dels seus extrems, i per l'altre a un cable, BC, que també està subjectat al terra. Tenint en compte les dades de la figura, calculeu la tensió del cable.

Dades:  $AB = 8,0$  m,  $AC = 5,0$  m,  $\alpha = 60^\circ$ .

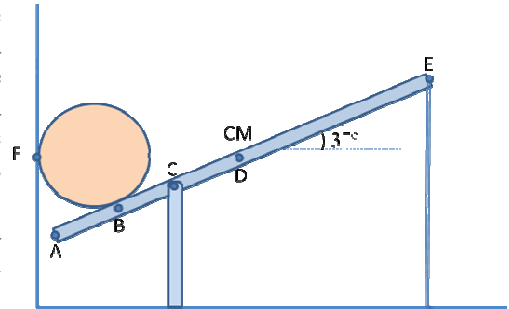
**Sol:**  $6,4 \cdot 10^3$  N



**6.10** A la següent figura es presenta un disc que descansa sobre un llistó i es recolza a una paret. El llistó té una longitud de 6,0 m i té una articulació en el punt C. Mitjançant una corda que està lligada del punt E, es manté el llistó en equilibri amb una inclinació de  $37^\circ$  amb l'horitzontal. Considereu les superfícies del llistó i de la paret completament llises, és a dir sense fricció. La massa del disc és  $m_{\text{disc}} = 16$  kg i la del llistó  $m_{\text{llistó}} = 8,0$  kg. Considereu les distàncies  $AB = 1,0$  m,  $AC = 2,0$  m,  $AD = 3,0$  m i  $AE = 6,0$  m.

- Realitzeu el diagrama del sòlid lliure del disc i determineu la força normal que el llistó exerceix sobre el disc  $N_B$ , i la normal que la paret fa sobre el disc  $N_F$ .
- Realitzeu el diagrama del sòlid lliure del llistó.
- Determineu la tensió de la corda i les components horitzontal i vertical de la força que actua en el punt C.

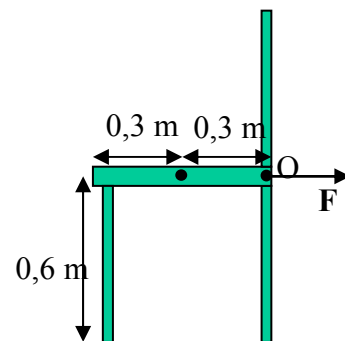
**Sol:** a)  $N_B = 196$  N;  $N_F = 118$  N  
 c)  $T = 41,8$  N;  $F_x = 118$  N;  $F_y = 277$  N



**6.11** Volem arrossegat una cadira de 25 kg amb velocitat constant per un terra horitzontal. El coeficient de fricció cinètica entre la cadira i el terra és  $\mu_c = 0,30$ .

- Quin és el valor de la força  $F$  que haurem d'exercir per tal d'arrossegat la cadira amb velocitat constant?
- Quant val la força de reacció del terra sobre les potes del davant i del darrera de la cadira quan apliquem la força  $F$  en el punt O?
- Quina és l'alçada màxima a la que podem aplicar la força  $F$  sense que la cadira bolqui?

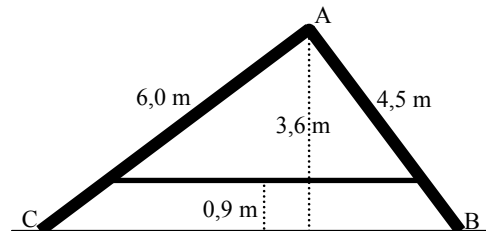
**Sol:** a) 74 N ; b) 25 N, 98 N ; c) 1 m



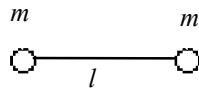
**6.12\*** Dues escales CA i BA de 40 kg i 30 kg, respectivament, es recolzen sobre d'un terra llis, sense fricció, i s'articulen en el vèrtex A. Les dues escales estan unides mitjançant una corda, de massa negligible, paral·lela al terra situada a una alçada de 0,9 m. Les escales formen un angle recte entre sí.

- Representeu les forces **externes** al sistema format per les dues escales i la corda.
- Calculeu les forces normals que actuen en els punts C i B, escrivint l'equació dels moments de les forces externes respecte al punt C.
- Representeu les forces que actuen sobre l'escala de l'esquerra.
  - Determineu la tensió de la corda.
  - Determineu les components horitzontal i vertical de la força que una escala exerceix sobre l'altra a través de l'articulació A.

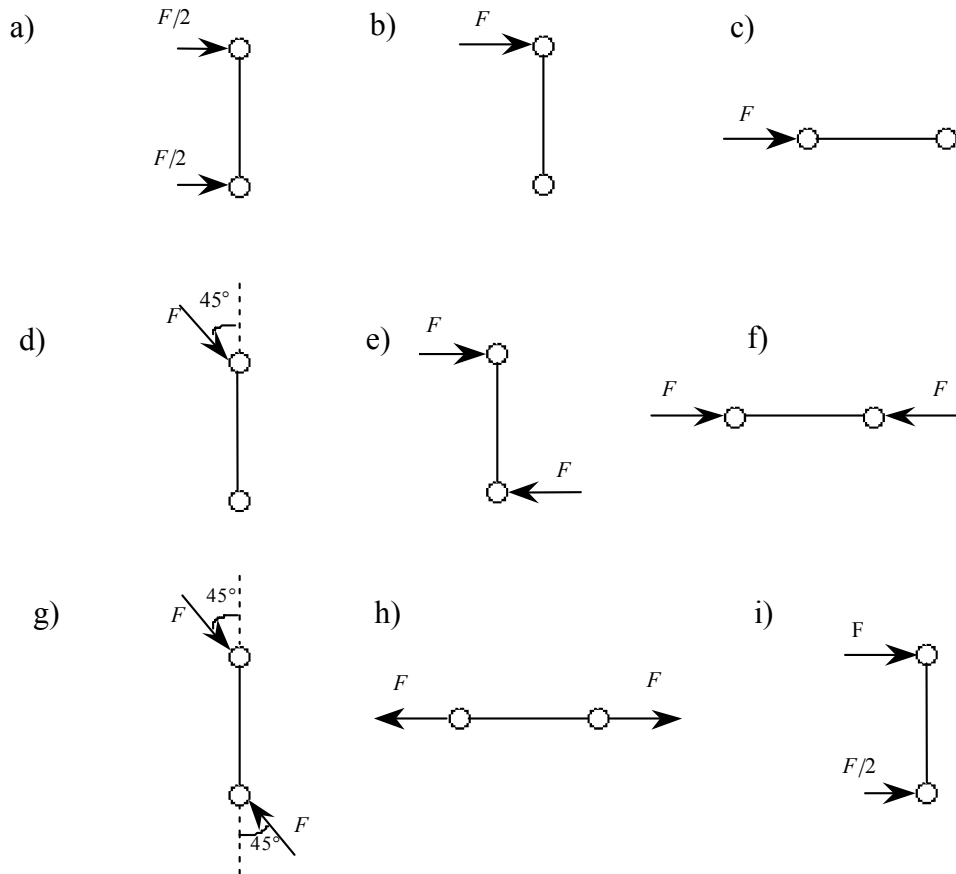
**Sol:** a.2)  $N_C = 320$  N,  $N_B = 367$  N; b.2)  $T = 220$  N;  
 b.3)  $F_x = 220$  N,  $F_y = 72,5$  N



6.13 Un exemple de sòlid rígid simple és el de dues petites esferes (que podem considerar cossos puntuals) idèntiques de massa  $m$ , unides per una barra molt lleugera (de massa negligible), però indeformable, de longitud  $l$ .



Calculeu l'acceleració del centre de masses i l'acceleració angular del sòlid en cada un dels següents casos.



Sol: a)  $\mathbf{a}_{CM} = F/(2m) \mathbf{i}$ ,  $\alpha = 0$ . b)  $\mathbf{a}_{CM} = F/(2m) \mathbf{i}$ ,  $\alpha = -F/(m \cdot l) \mathbf{k}$ . c)  $\mathbf{a}_{CM} = F/(2m) \mathbf{i}$ ,  $\alpha = 0$ .  
 d)  $\mathbf{a}_{CM} = \sqrt{2} F/(4m) (\mathbf{i} + \mathbf{j})$ ,  $\alpha = -\sqrt{2} F/(2ml) \mathbf{k}$ . e)  $\mathbf{a}_{CM} = 0$ ,  $\alpha = -2F/(m \cdot l) \mathbf{k}$ . f)  $\mathbf{a}_{CM} = 0$ ,  $\alpha = 0$ .  
 g)  $\mathbf{a}_{CM} = 0$ ,  $\alpha = -\sqrt{2} F/(ml) \mathbf{k}$ . h)  $\mathbf{a}_{CM} = 0$ ,  $\alpha = 0$ . i)  $\mathbf{a}_{CM} = 3F/(4m) \mathbf{i}$ ,  $\alpha = -F/(2m \cdot l) \mathbf{k}$ .

6.14 Determineu el moment d'inèrcia d'una làmina homogènia quadrada de 0,2 m de costat i 1,0 kg de massa, respecte a un eix perpendicular a la làmina i que passa pel seu centre; i respecte a un eix paral·lel a l'anterior i que passa per un dels vèrtex.

Sol:  $I_c = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ,  $I_v = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ .

6.15 Calculeu el moment d'inèrcia d'una vareta homogènia, de secció  $S$  i longitud  $L$ , respecte:

- a) a un eix perpendicular a la vareta que passa per un dels seus extrems.
- b) a un eix paral·lel a l'anterior que passa pel centre de masses de la vareta.

Sol: a)  $I = 1/3 m L^2$ ; b)  $I_c = 1/12 m L^2$ .

**6.16** Tenim una politja al voltant de la qual enrotllem un fil de massa negligible. El moment d'inèrcia de la politja respecte de l'eix de gir és  $I = 0,10 \text{ kg m}^2$  i el seu radi  $R = 10 \text{ cm}$ . De l'extrem lliure del fil hi lliguem un cos de massa  $M = 5,0 \text{ kg}$  (figura 1).

- Quant val la tensió  $T$  que suporta el fil que està unit al cos  $M$ ? Quina acceleració lineal,  $a$ , té el cos  $M$ ? Posem una pesa  $m = 1,0 \text{ kg}$  sobre de la massa  $M$  (figura 2) i volem accelerar la politja per tal d'aconseguir que aquesta pesa  $m$  no es recolzi sobre el cos  $M$ .
- Quina condició s'ha de complir per tal que això succeeixi?
- Quina és l'acceleració angular mínima,  $\alpha$ , que s'ha de proporcionar a la politja?

Figura 1

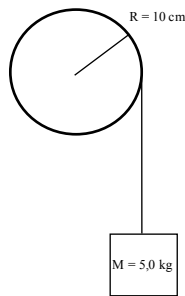
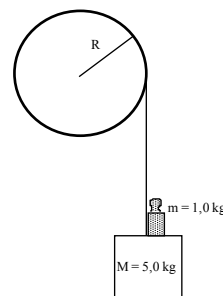


Figura 2



**Sol:** a)  $T = 33 \text{ N}$ ;  $a = 3,3 \text{ m/s}^2$ ; b)  $N = 0$ ; c)  $98 \text{ rad/s}^2$

**6.17** Un volant gira per l'acció d'un pes de  $5,0 \text{ kg}$  que penja verticalment de l'extrem d'una corda enrotllada a  $20 \text{ cm}$  de l'eix de rotació. Si partint del repòs aquest pes baixa  $5,0 \text{ m}$  en  $5,0 \text{ s}$ :

- quina és l'energia cinètica adquirida pel conjunt en aquest temps?
- quina és l'energia cinètica adquirida pel pes i quina l'adquirida pel volant?
- quant val el moment d'inèrcia del volant?

**Sol:** a)  $E_c = 245 \text{ J}$ . b)  $E_{c_{\text{pes}}} = 10 \text{ J}$ ,  $E_{c_{\text{vol}}} = 235 \text{ J}$ . c)  $I_{\text{vol}} = 4,7 \text{ kg m}^2$ .

**6.18** Un cilindre massís i homogeni de massa  $5,0 \text{ kg}$  i radi  $10 \text{ cm}$  gira al voltant d'un eix fix horitzontal, per l'acció d'una pesa de  $0,2 \text{ kg}$ , que penja de l'extrem de la corda que està enrotllada al cilindre. Considereu que inicialment el cilindre està en repòs i que a  $t = 0$  comença a girar. Calculeu:

- L'acceleració lineal de la pesa que baixa, l'acceleració angular del cilindre i la tensió de la corda. Quan la pesa ha recorregut una distància de  $2,0 \text{ m}$ , determineu:
- la variació d'energia cinètica del cilindre i de la pesa.
- el treball que el moment de força resultant ha realitzat sobre el cilindre i el treball que la força resultant ha realitzat sobre la pesa.
- la variació de l'energia potencial de la pesa.
- comproveu el teorema de conservació de l'energia mecànica pel sistema format per la pesa i el cilindre.

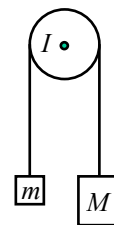
**Sol:** a)  $a = 0,73 \text{ m s}^{-2}$ ,  $\alpha = 7,3 \text{ rad s}^{-2}$ ,  $T = 1,81 \text{ N}$ . b)  $\Delta E_{\text{cil}} = 3,6 \text{ J}$ ,  $\Delta E_{\text{pesa}} = 0,3 \text{ J}$  c)  $W_{\text{cil}} = 3,6 \text{ J}$ ,  $W_{\text{pesa}} = 0,3 \text{ J}$ . d)  $\Delta U = -3,9 \text{ J}$ . e)  $\Delta U + \Delta E_{\text{cil}} + \Delta E_{\text{pesa}} = 0 \Rightarrow -3,9 \text{ J} + 3,6 \text{ J} + 0,3 \text{ J} = 0$

**6.19** Dos blocs de massa  $m = 1,00 \text{ kg}$  i  $M = 4,00 \text{ kg}$  estan units per una corda de massa negligible que passa pel coll d'una politja de moment d'inèrcia  $I = 0,20 \text{ kg m}^2$  i radi  $R = 10,0 \text{ cm}$ .

- determineu l'acceleració lineal dels blocs i la tensió de la corda als dos extrems de la politja.

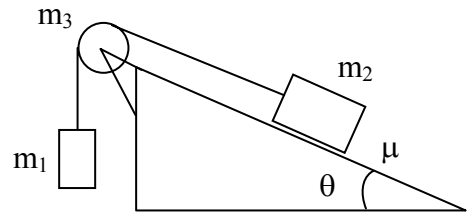
Quan el bloc de massa  $M$  ha baixat  $5,00 \text{ m}$ , determineu per aquest desplaçament:

- el treball que el moment de força resultant ha efectuat sobre la politja.
- la velocitat angular de la politja a l'instant de temps en que el bloc de massa  $M$  arriba a alçada  $-5,00 \text{ m}$ , i la variació d'energia cinètica de la politja.
- el guany d'energia cinètica dels blocs de massa  $m$  i  $M$ .
- la variació d'energia potencial de tot el sistema.



**Sol:** a)  $a = 1,18 \text{ m/s}^2$ ,  $T_m = 11,0 \text{ N}$ ,  $T_M = 34,5 \text{ N}$ . b)  $118 \text{ J}$ . c)  $34,3 \text{ rad/s}$ ,  $118 \text{ J}$ . d)  $\Delta E_m = 5,90 \text{ J}$ ,  $\Delta E_M = 23,6 \text{ J}$ . e)  $-147 \text{ J}$ .

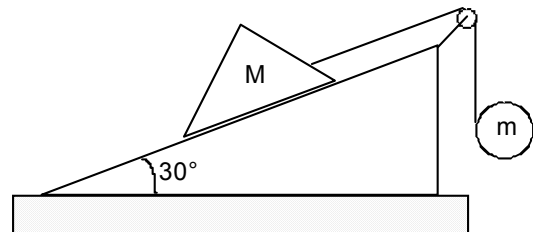
**6.20** Dues masses  $m_1=8,0$  kg i  $m_2=10$  kg pengen d'una politja de massa  $m_3=4,0$  kg i 10 cm de radi tal com es mostra en la figura. El coeficient de fregament entre la massa  $m_2$  i el pla inclinat és de  $\mu=0,2$ , i l'angle d'inclinació  $\theta=37^\circ$ . El sistema parteix del repòs. (sin37=0,6, cos37=0,8)



- feu el diagrama de forces i prediu justificadament el sentit el moviment.
- determineu l'acceleració de les tres masses.
- determineu l'energia cinètica del sistema al cap de 2 segons. (En aquest temps cap de les dues masses no ha xocat amb la politja)
- determineu l'acceleració de les tres masses en el cas que la massa de la politja sigui negligible i compareu-ho amb l'anterior resultat.

**Sol:** b)  $0,20 \text{ m/s}^2$ ; c)  $1,6 \text{ J}$ ; d)  $0,22 \text{ m/s}^2$ .

**6.21** A la figura es mostra un sistema format per un bloc de massa  $M$  situat sobre d'un pla inclinat  $30^\circ$  amb l'horitzontal i sense fricció. El bloc està unit a un cilindre massís de radi  $R = 0,1$  m i massa  $m = 30$  kg a través d'una corda de massa negligible que està enrotllada al voltant del cilindre. El cilindre es deixa caure lliurement de tal forma que la corda es va desenrotllant i el bloc  $M$  roman en repòs. Tenint en compte que  $I_{\text{cilindre}} = 1/2 M R^2$ , determineu:



- l'acceleració del centre de masses del cilindre.
- la tensió de la corda.
- el valor de  $M$ .

**Sol:** a)  $a = 2/3 g = 6,5 \text{ ms}^{-2}$ ; b)  $T = 1/3 mg = 98\text{N}$ ;  
c)  $M = 2/3 m = 20 \text{ kg}$

**6.22** Una esfera massissa de radi  $R$  i massa  $0,50$  kg es deixa anar sense velocitat inicial sobre un pla inclinat de  $2,0$  m d'alçada que forma un angle de  $30^\circ$  amb l'horitzontal. L'esfera roda sense lliscar. Determineu:

- L'acceleració del centre de masses de l'esfera i la força de fricció entre l'esfera i el terra.
- El temps que l'esfera tarda arribar a la part inferior del pla.
- La velocitat del centre de masses i l'energia cinètica de rotació i translació a la part inferior del pla.
- La variació d'energia potencial que ha experimentat l'esfera. Comproveu que l'energia mecànica es conserva.

Dada: Moment d'inèrcia d'una esfera respecte al seu eix  $2/5 m R^2$ .

**Sol:** a)  $3,5 \text{ m/s}^2$ ,  $0,70 \text{ N}$ . b)  $1,5 \text{ s}$ . c)  $5,3 \text{ m/s}$ ,  $E_{c \text{ rot}} = 2,8 \text{ J}$ ,  $E_{c \text{ tran}} = 7,0 \text{ J}$ . d)  $-9,8 \text{ J}$ ,  $-9,8 \text{ J} + 2,8 \text{ J} + 7,0 \text{ J} = 0$

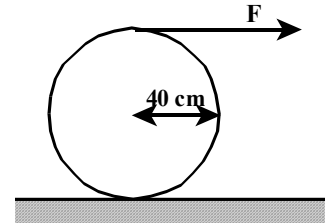
**6.23** Un cilindre massís de  $0,15$  m de radi i massa  $0,80$  kg es deixa anar sense velocitat inicial sobre un pla inclinat de  $1,5$  m d'altura que forma un angle de  $30^\circ$  amb l'horitzontal. El cilindre roda sense lliscar. Determineu:

- L'acceleració del centre de masses del cilindre.
- La força de fricció estàtica entre el pla i el cilindre.
- L'energia cinètica de rotació quan arriba al final del pla.
- La relació  $E_{cr}/E'_{cr}$  entre l'energia cinètica de rotació d'aquest cilindre ( $E_{cr}$ ) i l'energia cinètica de rotació ( $E'_{cr}$ ) d'una capa cilíndrica de la mateixa massa i radi, quan aquests dos objectes arriben al final del pla.

Dada: Moment d'inèrcia d'un cilindre respecte al seu eix  $1/2 m R^2$ .

**Sol:** a)  $3,3 \text{ m/s}^2$ ; b)  $1,3 \text{ N}$ ; c)  $3,9 \text{ J}$ ; d)  $0,67$

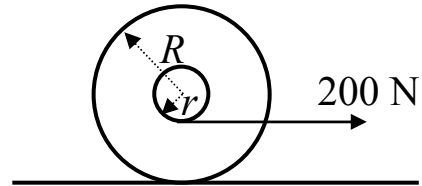
- 6.24** Un disc de massa 20 kg i radi 40 cm porta una corda enrotllada al voltant i està inicialment en repòs. Quan s'estira de la corda amb una força de 60 N el disc comença a rodar sense lliscar en un pla horitzontal.
- Dibuixeu un diagrama de les forces que actuen sobre el disc.
  - Trobeu l'acceleració del centre de masses i l'acceleració angular del disc.
  - Trobeu la força de fricció amb el terra. ¿De quin tipus de fricció es tracta?
  - La velocitat del centre de masses i la velocitat angular del disc quan aquest ha recorregut una distància de 8,0 m.
  - Calculeu el treball en la translació fet per la força resultant que actua sobre el disc al llarg d'aquest desplaçament. Comproveu que coincideix amb la variació d'energia cinètica del centre de masses del disc.
  - Calculeu el treball en la rotació fet pel moment de força resultant que actua sobre el disc al llarg d'aquest desplaçament. Comproveu que coincideix amb la variació d'energia cinètica de rotació del disc.
  - El treball total al llarg d'aquest desplaçament. Comproveu que és igual a la variació d'energia cinètica total experimentada pel disc al llarg d'aquest desplaçament.



El moment d'inèrcia d'un disc respecte d'un eix perpendicular al seu pla i que passa pel centre de masses és  $I = 1/2 \cdot M \cdot R^2$ .

**Sol:** b) 4,0 m/s<sup>2</sup>, 10 rad/s<sup>2</sup>. c) 20 N i cap a la dreta, la fricció és estàtica. d) 8,0 m/s; 20 rad/s. e) 640 J. f) 320 J. g) 960 J

- 6.25** S'enrotlla una corda al voltant del tambor interior d'una roda de massa  $m$  i se l'estira amb una força horitzontal, constant, de 200 N (veure figura). Sabent que el coeficient de fricció estàtica és  $\mu_E = 0,20$  i el cinètic  $\mu_C = 0,15$ , determineu si la roda rodola sense lliscar i trobeu l'acceleració del centre de masses i l'acceleració angular de la roda.



Dades:  $m = 50$  kg,  $r = 60$  mm,  $R = 100$  mm, el moment d'inèrcia de la roda respecte del seu eix és  $0,245$  kg m<sup>2</sup>.

**Sol:** Rodola lliscant,  $a_{CM} = 2,53$  m/s<sup>2</sup> i  $\alpha = 19,0$  rad/s<sup>2</sup>.

- 6.26\*** Una bola esfèrica de massa  $M = 1,0$  kg i radi  $R = 15$  cm es llança de tal forma que quan toca a terra es mou horitzontalment a una velocitat  $v_0 = 5,0$  m/s i amb velocitat angular nul·la. Poc a poc, la bola es posa a girar fins que arriba un moment en que comença a rodolar sense lliscar. El coeficient de fricció cinètica entre la bola i el terra és  $\mu_C = 0,30$ . Considereu el moment d'inèrcia de la bola igual a  $2/5 MR^2$ .

Determineu:

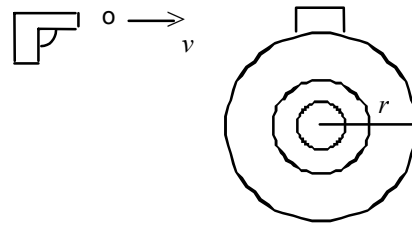
- l'acceleració del centre de masses i l'acceleració angular de la bola mentre roda lliscant.
- durant quant de temps la bola està rodant lliscant abans que comença a rodar sense lliscar.
- la distància recorreguda mentre llisca.
- el treball en la translació fet per la força resultant sobre la bola al llarg d'aquest desplaçament. Comproveu que coincideix amb la disminució de l'energia cinètica del centre de masses de la bola.
- el treball en la rotació fet pel moment de força resultant que actua sobre la bola al llarg d'aquest desplaçament. Comproveu que coincideix amb l'increment d'energia cinètica de rotació de la bola.

**Sol:** a) 2,9 m/s<sup>2</sup>, 49 rad/s<sup>2</sup>. b) 0,49 s. c) 2,1 m. d) -6,1 J; 2,5 J

- 6.27** Un tamboret giratori està en repòs, una persona llança des d'ell una bola de massa 10 kg, amb una velocitat de 2,0 m/s en la direcció tangent al seient del tamboret, des d'un punt situat a 30 cm de l'eix de rotació. El moment d'inèrcia de l'home-tamboret, respecte a un eix coaxial amb el tamboret, val 2,0 kg m<sup>2</sup>. Quantes voltes fa el tamboret, com a conseqüència de la reacció en un segon?

**Sol:** 0,48 voltes

**6.28** Un projectil de 5,0 g es mou amb una velocitat de 100 m/s cap a una protuberància d'una roda muntada sobre un eix fix. La col·lisió és totalment inelàstica.



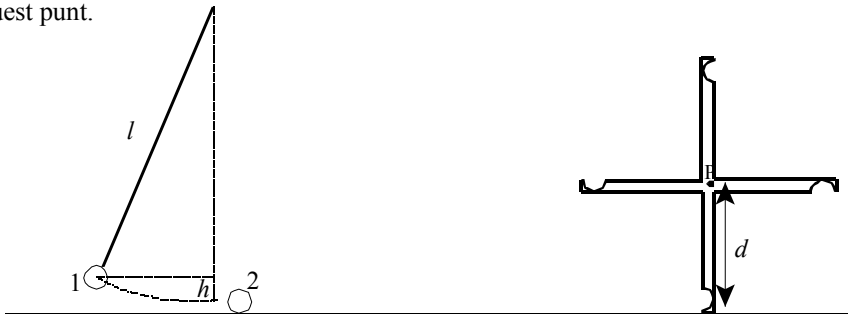
El radi de la roda,  $r$ , val 20 cm, i el seu moment d'inèrcia,  $I = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ .

Trobeu la velocitat angular després de l'impacte i l'energia perduda en la col·lisió. Calculeu també el valor de l'impuls transmès per l'eix sobre la roda en l'instant de l'impacte.

**Sol:** a)  $\omega = 5,0 \text{ s}^{-1}$ ,  $\Delta E = -25 \text{ J}$ ; b)  $\Delta p = -0,5 \text{ kg m/s}$

**6.29** Un pèndol de massa  $m_1 = 0,25 \text{ kg}$  i longitud  $l = 51 \text{ cm}$  es deixa anar des d'un punt d'alçada  $h = 5,1 \text{ cm}$ .

a) Calculeu la velocitat amb que arriba al punt més baix de la seva trajectòria i també la tensió del cable en aquest punt.



Quan arriba al punt més baix la massa del pèndol col·lionava amb una bola de massa  $m_2 = 0,25 \text{ kg}$  que es troba en repòs. Després del xoc, la segona bola surt amb velocitat  $v_2 = 0,40 \text{ m/s}$ .

b) Quina és la velocitat de l'esfera pendular després de la col·lisió?

Tot seguit l'esfera 2 es dirigeix cap el molinet situat a la dreta de la figura.

c) Tenint en compte que la longitud del braç del molinet és  $d = 20 \text{ cm}$ , calculeu el moment angular de la massa 2 respecte el punt P.

L'esfera 2 impacta de forma completament inelàstica amb el molinet i el conjunt es posa a girar amb velocitat angular  $\omega$ . El moment d'inèrcia del molinet respecte d'un eix perpendicular al pla del paper i que passa pel punt P és  $I_P = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$ .

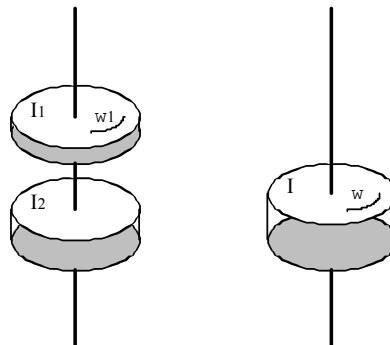
e) Calculeu la velocitat angular de gir  $\omega$  del conjunt.

**Sol:** a) 1,0 m/s; 2,9 N; b) 0,60 m/s; c) 0,020 kg m<sup>2</sup>/s; d) 1,0 rad/s

**6.30** Un disc amb moment d'inèrcia  $I_1$  està girant amb una velocitat angular  $\omega_1$  al voltant d'un eix sense fricció.

Sobre d'aquest disc, en cau un altre amb moment d'inèrcia  $I_2$  que inicialment estava en repòs. Com a conseqüència de la fricció superficial, els dos discs adquireixen la mateixa velocitat angular, quant val?

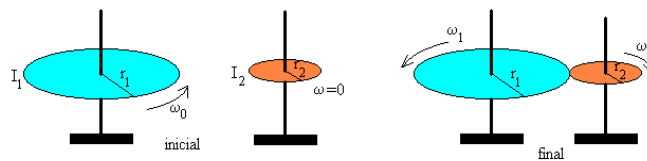
Calculeu l'energia cinètica de rotació del conjunt i compareu-la amb la que tenia el primer disc que estava girant. Es conserva el moment angular del sistema format pels dos discs?



**Sol:**  $\omega = (I_1 / (I_1 + I_2)) \cdot \omega_1$ ,  $E_c = 1/2 I_1 (\omega_1)^2$ ,  $E_{cf} / E_{ci} = I_1 / (I_1 + I_2)$ , el moment angular del sistema es conserva.



- 6.31** Dos discs, com els de la figura, poden girar respecte d'eixos paral·lels que passen pels seus centres. Inicialment, el disc de l'esquerra gira amb velocitat angular  $\omega_0 = 2,0 \text{ rad/s } \mathbf{k}$ , mentre que el de la dreta roman en repòs. Els dos discs es posen en contacte per un extrem i acaben girant solidàriament. Considereu que la força de fricció que actua en el punt de contacte és igual  $0,1 \text{ N}$ , i també que  $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ ,  $r_1 = 1,0 \text{ m}$ ,  $m_2 = 0,8 \text{ kg}$ ,  $r_2 = 0,5 \text{ m}$ .
- Feu el diagrama del sòlid lliure de cada un dels discs
  - Es conserva el moment angular del sistema format pels dos discs?
  - Determineu l'acceleració angular de cada un dels discs i la velocitat angular amb que acaben girant.
  - Calculeu la variació del moment angular del sistema i comproveu que l'impuls angular és igual a la variació del moment angular del sistema.



**Sol:** b) No es conserva, perquè existeix un moment de força resultant extern no nul.

c)  $\alpha_1 = -0,20 \text{ rad/s}^2 \mathbf{k}$ ,  $\alpha_2 = 0,50 \text{ rad/s}^2 \mathbf{k}$ ,  $\omega_{1f} = 1,1 \text{ rad/s } \mathbf{k}$ ,  $\omega_{2f} = -2,2 \text{ rad/s } \mathbf{k}$ . d)  $-0,67 \text{ kg m}^2/\text{s } \mathbf{k}$ .

- 6.32** A la figura 1 es mostra l'estació espacial del film "2001, una odissea de l'espai" (*2001, a Space Odyssey*). Per tal de simplificar-ne l'estudi podem considerar que l'estructura de l'estació és anàloga a l'estructura que es mostra a la figura 2, i que està formada únicament per un anell de gruix negligible, radi  $R$  i massa  $M$ , i quatre segments rectilinis idèntics, de longitud  $R$  i massa  $m$ , cadascun.  
 Dades:  $R = 3,0 \text{ km}$ ,  $M = 6,0 \cdot 10^6 \text{ kg}$ ,  $m = 1,0 \cdot 10^6 \text{ kg}$ .



Fig. 1

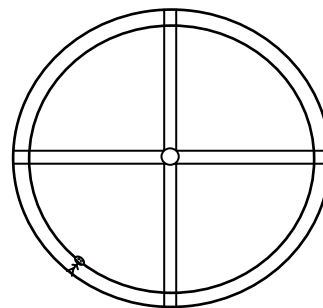


Fig. 2

Determineu:

- El moment d'inèrcia de la estació espacial respecte al centre de l'anell.  
 Dades:  $I_{CM}(\text{barra}) = 1/12 m L^2$ ,  $I_{CM}(\text{anell}) = M R^2$ .
- Determineu el període de rotació de l'estació respecte al seu eix per tal que l'astronauta de la figura pugui caminar per l'interior de l'estructura anular, sota els efectes d'una (pseudo)gravetat de  $9,8 \text{ m/s}^2$ .  
 Supposeu ara una estació espacial bessona, de les mateixes dimensions que l'anterior però construïda amb materials més lleugers, de forma que presenta un moment d'inèrcia  $I_{CM}(\text{estació } 2) = 1,0 \cdot 10^{12} \text{ kg m}^2$ .
- El moment de força resultant que cal aplicar de forma constant durant 1 hora, per tal que, partint del repòs, aquesta segona estació adquireixi una velocitat de rotació de  $0,50 \text{ rpm}$ .
- Des de l'anell exterior d'aquesta segona estació, que gira a  $0,50 \text{ rpm}$ , llencem tangencialment i en sentit idèntic al de rotació de l'estructura, un objecte de  $1,0 \cdot 10^4 \text{ kg}$  a una velocitat de  $1,0 \text{ km/s}$ . Determineu la velocitat angular de gir de l'estació després del llançament.

**Sol:** a)  $6,6 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2$ . b)  $110 \text{ s}$ . c)  $1,5 \cdot 10^7 \text{ N m}$ . d)  $0,23 \text{ rpm}$ .

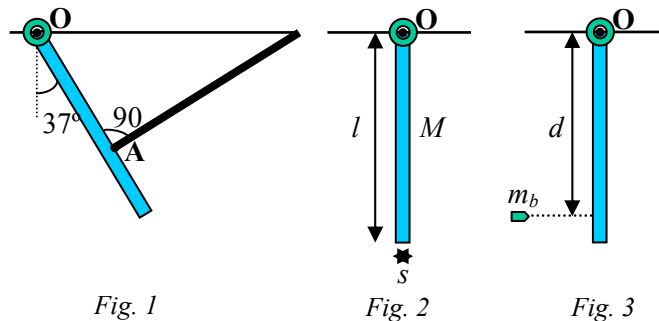
- 6.33\* Una barra rectangular de longitud  $l = 1,0$  m i massa  $M = 1,0$  kg, està articulada amb un eix fix en el punt O i es lliga amb una corda pel punt A, que dista  $0,60$  m del punt O (figura 1). El conjunt es troba en equilibri.

a) Feu el diagrama de les forces que actuen sobre la barra i determineu la tensió de la corda.

Tot seguit traiem la corda i deixem la barra en repòs i posició vertical (figura 2). Una bala de massa  $m_b = 10$  g xoca horitzontalment sobre la barra en un punt que dista  $d = 0,9$  m del sostre amb velocitat  $v = 300$  m/s (figura 3). La velocitat de la bala just després de travessar la barra és  $v' = 150$  m/s. Determineu:

- b) La velocitat angular de la barra just després que la bala la travessi.  
 c) L'alçada màxima assolida pel centre de masses de la barra com a conseqüència de l'impacte.  
 d) Suposem que a l'interior de la barra la desacceleració de la bala és constant. Determineu el valor de la força horitzontal mitjana que la barra fa sobre la bala i el temps que triga la col·lisió a desenvolupar-se. El gruix de la barra és  $s = 10$  cm.  
 e) A quina distància del sostre caldria que la bala impactés sobre la barra per tal que la component horitzontal de la força de reacció a l'articulació fos zero? (aquest punt s'anomena punt de percussió).

(Dada: moment d'inèrcia de la barra respecte al punt O:  $I_o = 1/3 ML^2$ )



**Sol:** a) 4,9 N b) 4,1 rad/s c) 28 cm d) 3,4 kN;  $4,4 \cdot 10^{-4}$  s e) 0,67 m