



## PROBLEMES D'OSCIL·LACIONS I ONES

### OSCIL·LACIONS

**7.1** Una partícula realitza un MHS descrit per:

$$x = 3,0 \cos(5,0\pi t)$$

on  $x$  està expressat en metres i  $t$  en segons.

- Determineu la freqüència ( $f$ ) i període ( $T$ ) del moviment.
- Quina és la major distància de la partícula a la seva posició d'equilibri?
- On es troba la partícula en els instants  $t = 2,0$  s, i  $t = 0,5$  s?
- Trobeu l'expressió de la velocitat en funció del temps i la velocitat màxima.
- Per quins instants de temps la velocitat és màxima, on es troba la partícula en aquests instants?

**Sol.:** a)  $f = 2,5$  Hz;  $T = 0,4$  s; b)  $A = 3,0$  m; c)  $x(t = 2,0 \text{ s}) = 0,0$  m;  $x(t = 0,5 \text{ s}) = 3,0$  m  
 d)  $v(t) = -15\pi \sin(5\pi t)$ ;  $v_{\max} = 47$  m/s; e) origen de coordenades,  $t = 0,1$  s;  $0,3$  s;  $0,5$  s; ...

**7.2** Una massa de  $1,5 \cdot 10^2$  g està situada a l'extrem d'una molla horitzontal, damunt una superfície horitzontal sense fricció. Es comprimeix la molla 5,0 cm respecte a la posició d'equilibri mitjançant una força de 0,27 N.

- Determineu la freqüència natural angular  $\omega_0$ .
- Quina serà l'amplitud del moviment si es deixa anar de cop la massa?
- Determineu la posició i velocitat 10 s després d'iniciar-se el moviment.

**Sol.:** a)  $6,0$  s<sup>-1</sup>; b)  $A = 5,0$  cm; c)  $x(t = 10 \text{ s}) = 4,8 \cdot 10^{-2}$  m;  $v(t = 10 \text{ s}) = 9,1 \cdot 10^{-2}$  m/s

**7.3** Una partícula realitza un MHS i té velocitats de 16 cm/s i 12 cm/s quan passa respectivament per les posicions a 3,0 cm i 4,0 cm del punt d'equilibri o centre de la vibració. Calculeu l'amplitud i el període del moviment.

**Sol.:**  $A = 5,0$  cm;  $T = 1,6$  s

**7.4** Es penja una massa de 1,0 kg d'una molla vertical. Si s'afegeix una altra massa de 0,5 kg a l'anterior, el resort s'allarga 2,5 cm. Quan es retira la segona massa, la primera comença a oscil·lar.

- Trobeu la freqüència de les oscil·lacions.
- Escriviu les equacions de l'elongació, la velocitat i l'acceleració.

**Sol.:** a)  $f = 3,2$  Hz;

b)  $y(t) = 0,025 \cos(20 t + \pi)$ ;  $v(t) = -0,50 \sin(20 t + \pi)$ ;  $a(t) = -10 \cos(20 t + \pi)$  (en unitats del SI)

**7.5** En un MHS, la velocitat màxima és de 3,0 cm/s y l'acceleració màxima és de  $30 \text{ cm/s}^2$ .

- Calculeu l'amplitud i el període d'aquest moviment.
- Escriviu l'equació de l'elongació en funció del temps, tot suposant que a l'instant  $t = 0$ , el mòbil es troba a la posició de màxima elongació.

**Sol.:** a)  $A = 0,3$  cm;  $T = 0,62$  s; b)  $x(t) = 0,30 \text{ cm} \cdot \cos(10 \text{ rad/s} \cdot t)$

**7.6** Un cos de 4,0 kg de massa realitza un moviment harmònic simple sota l'acció d'una força  $F = -25x$ , on  $F$  s'expressa en newtons i  $x$  en metres. El cos es mou entre les posicions  $x = -0,5$  m y  $x = 0,5$  m. S'acciona el cronòmetre quan el cos passa per la posició  $x = 0,0$  m.

- Representeu el diagrama energètic del moviment.
- Determineu la variació d'energia cinètica i d'energia potencial quan el cos es desplaça des de la posició  $x = 0,0$  m a  $x = 0,4$  m.

**Sol.:** b)  $\Delta E_c = -2,0$  J;  $\Delta U = 2,0$  J

7.7 El pèndol (simple) d'un rellotge oscil·la amb un període de 2,0 s. Si allarguem en un 1% la longitud del pèndol quan s'endarrerirà exactament cada hora?

Sol.: 18 s

7.8 Una barra homogènia de longitud  $l$  i massa  $m$  està suspesa d'un punt situat a una distància  $h$  del seu centre de masses i realitza petites oscil·lacions. Determineu  $h$  per tal que el període de les oscil·lacions sigui mínim.  
 $I_{cm} = 1/12 ml^2$

Sol.:  $h = \frac{l}{\sqrt{12}}$

7.9 L'energia potencial d'una partícula de massa  $m = 3$  kg ve donada en l'eix OX per l'expressió (en SI):

$$E_p(x) = x^3 - 3x$$

- representeu gràficament aquesta funció i determineu els punts en què la partícula es troba en equilibri.
- determineu el punt d'equilibri estable i el període de petites oscil·lacions al voltant d'aquest punt.

Sol.: a)  $x = \pm 1$  m b)  $x = 1$  m,  $T = 2\pi$  s

7.10 Un pèndol simple de 1,0 m de longitud es deixa anar quan forma un angle de  $15^\circ$  amb la vertical. Després de 100 s, la seva amplitud es redueix a  $5,5^\circ$ . Quin és el valor de la constant de temps  $\tau = m/b$  ?

Sol.:  $\tau = 50$  s

7.11 Un oscil·lador té un període de 3,0 s i la seva amplitud disminueix un 5,0% cada cicle.

- Quina és la disminució d'energia per cicle?
- Quin és el valor de la constant de temps  $\tau = m/b$ ?
- Quant val el factor  $Q$ ?

Sol.: a) 10% b)  $\tau = 29$  s c)  $Q = 62$

7.12 Un oscil·lador amortit té una freqüència d'oscil·lació que és el 85% de la natural. Determineu en quant disminueix l'amplitud i l'energia en cada oscil·lació.

Sol.: a) l'amplitud disminueix al 2% b) l'energia disminueix al 0,04%

### ONES

7.13 La funció d'ona d'una ona que es propaga per una corda és  $y = 0,030 \sin(3,0x - 2,0t)$ , on  $x$  i  $y$  estan expressades en metres i  $t$  en segons.

- Per  $t = 0$ , quin és el desplaçament dels punts  $x = 0,10$  m;  $x = 0,20$  m;  $x = 0,30$  m?
- Per  $x = 0,10$  m, quin és el desplaçament quan  $t = 0$ ;  $t = 0,10$  s y  $t = 0,20$  s?
- Quant val la velocitat màxima de l'oscil·lació?
- Quant val la velocitat de propagació de l'ona a la corda?

Sol.: a)  $8,9 \cdot 10^{-3}$  m,  $1,7 \cdot 10^{-2}$  m,  $2,4 \cdot 10^{-2}$  m b)  $8,9 \cdot 10^{-3}$  m,  $3,0 \cdot 10^{-3}$  m,  $3,0 \cdot 10^{-3}$  m c) 0,060 m/s d) 0,67 m/s

7.14 Es genera una ona transversal sinusoidal en una corda horitzontal llarga tot fent oscil·lar un extrem de la corda amunt i avall una distància de 7,6 cm respecte a la posició d'equilibri. El moviment d'aquest extrem és un MHS i es repeteix dues vegades per segon. La corda té una densitat lineal de massa de 0,24 kg/m i una tensió de 8,9 N. Determineu

- la funció d'ona.
- les velocitats i acceleracions en qualsevol instant de temps d'un punt situat a 3,05 m de l'extrem.

Sol.: En unitats del SI: a)  $y = 0,076 \sin(0,65\pi x - 4\pi t)$ ;  
 b)  $v = -1,0 \cos(0,65\pi x - 4\pi t)$   $a = -13 \sin(0,65\pi x - 4\pi t)$

7.15 Un fil d'acer té una densitat lineal de massa de  $6,25 \cdot 10^{-6}$  kg/m, està fixat per tots dos extrems i la seva longitud és de 0,80 m. La vibració fonamental té una freqüència de 500 Hz. Determineu la tensió de la corda.

Sol.: 4 N

7.16 En una corda de longitud 12 cm amb els dos extrems fixos es produeix una ona estacionària. L'ona de desplaçament té nodes separats entre ells 4,0 cm. La velocitat de l'ona és de 30 m/s. Determineu:

- a) la freqüència de la vibració.
- b) totes las freqüències de ressonància possibles.
- c) la tensió de la corda si la seva massa és de 24 g.

Sol.: a)  $3,8 \cdot 10^2$  Hz    b)  $f_n = n \cdot 125$  Hz amb  $n = 1, 2, 3, \dots$     c)  $1,8 \cdot 10^2$  N

7.17 Una corda de densitat lineal de massa de  $4,0 \cdot 10^{-3}$  kg/m, està sotmesa a una tensió de 360 N i està fixada per tots dos extrems. Una de les freqüències de ressonància és 375 Hz. La següent freqüència més alta és 450 Hz. Determineu:

- a) la freqüència de ressonància fonamental.
- b) el número d'harmònic que correspon a les freqüències anteriors (375 Hz i 450 Hz).
- c) la longitud de la corda.

Sol.: a) 75 Hz    b) cinquè i sisè    c) 2,0 m

7.18 En un tub obert per un extrem i tancat per l'altre s'estableix una ona sonora estacionària com la representada a la figura. Si la longitud del tub és de 0,85 m i la velocitat del so en aire és de 340 m/s, determineu la freqüència de ressonància del tub.



Sol.:  $f = 100$  Hz

7.19 Una corda d'arpa de 52 cm de longitud s'ajusta de manera que la freqüència del primer harmònic sigui de 660 Hz. Calculeu la longitud d'ona del cinquè harmònic.

- a) de les ones en la corda
- b) de l'ona sonora produïda. Preneu la velocitat del so a l'aire de 340 m/s.

Sol.: a) 21 cm    b) 10 cm

7.20 Amb un micròfon es mesuren els mínims de pressió d'una ona estacionària generada per un petit altaveu situat a l'extrem d'un tub que només té un dels extrems tancats. Si les distàncies des de l'extrem tancat són:

x(cm)	5,0	14,8	25,8	36,0	46,0
-------	-----	------	------	------	------

Determineu quina és la freqüència de l'ona sonora emesa per l'altaveu ( $v_{so} = 340$  m/s).

Sol.:  $f = 1700$  Hz